

# 第 14 讲 含参二次函数综合

## 模块一 二次函数的最值问题

### 精选例题

#### 例 1 定轴定范围

推理能力 运算能力

(1) 求下列条件下, 二次函数  $y = -2x^2 + 3x + 1$  的最值:

①  $x$  为任意实数; ②  $-2 \leq x \leq 0$ ; ③  $1 \leq x \leq 3$ ; ④  $-1 \leq x \leq 2$ .

### 思维点拨

通过这个例题的探索, 二次函数有可能在哪些位置取得最值?

(2) 已知  $x, y, z$  均为非负数, 且满足  $x = y + z - 1 = 4 - y - 2z$ . 则  $u = 2x^2 - 2y + z$  的最小值为 ( )

- A.  $-\frac{1}{2}$                       B.  $-1$                       C.  $-\frac{3}{2}$                       D.  $-2$

### 变式探究

#### 例 2 定轴动范围

推理能力 运算能力

【母题呈现】二次函数  $y = -x^2 + 6x - 5$ , 在  $a \leq x \leq 6$  范围内有最大值为 4, 最小值为  $-5$ , 则  $a$  的取值范围是 ( )

- A.  $a \geq 6$                       B.  $3 \leq a \leq 6$                       C.  $0 \leq a \leq 3$                       D.  $a \leq 0$

【变式探究 1】二次函数  $y = -x^2 + 2x + 3$ , 在  $a - 2 \leq x \leq a + 1$  范围内有最大值为 3, 则  $a$  的值为 ( )

- A.  $-2$                       B.  $4$                       C.  $-2$  或  $4$                       D.  $-1$  或  $4$

【变式探究 2】二次函数  $y = x^2 - 2x + 2$ , 在  $a \leq x \leq a + 1$  范围内有最小值为  $a$ , 则  $a$  的值为 \_\_\_\_\_.

已知二次函数  $y = x^2 + mx + n$  的图象经过点  $A(-3, 0)$ ，当  $-3 \leq x \leq 0$  时， $y$  的最小值为  $-4$ ，则  $m$  的值为 ( )

A.  $-2$  或  $10$ B.  $10$  或  $2$ C.  $2$ D.  $\frac{5}{3}$ **练一练**

已知二次函数  $y = x^2 - 2kx + k - 3$ ，当  $-2 \leq x \leq \frac{3}{2}$  时，二次函数有最小值  $-5$ ，则实数  $k$  的值为

\_\_\_\_\_.



## 例4 二次函数的增减性

推理能力 运算能力

(1) 已知二次函数  $y = -x^2 + 2x$ , 当  $-1 < x < a$  时,  $y$  随  $x$  的增大而增大, 则实数  $a$  的取值范围是 ( )

- A.  $a > 1$                       B.  $-1 < a \leq 1$                       C.  $a > 0$                       D.  $-1 < a < 2$

(2) 已知二次函数  $y = mx^2 - 2mx + 3$ , 其中  $m \neq 0$ , 在二次函数图象上任取两点  $(x_1, y_1)$ ,  $(x_2, y_2)$ , 当  $a+1 \leq x_1 < x_2 \leq a+3$  时, 总有  $y_1 > y_2$ , 求  $a$  的取值范围.

## 例5 函数值大小比较

推理能力 运算能力

(1) 二次函数  $y = -(x-m)^2 + n$  过点  $(x_1, y_1)$ ,  $(x_2, y_2)$ ,  $(x_3, y_3)$ , 且  $x_1 < x_2 < x_3$ ,  $x_1 + x_2 > 2m$ , 则  $y_1, y_2, y_3$  的大小关系是 ( )

- A.  $y_3 < y_1 < y_2$                       B.  $y_3 < y_2 < y_1$   
C.  $y_2 < y_3 < y_1$                       D.  $y_1 < y_3 < y_2$

(2) 在平面直角坐标系中, 已知抛物线  $y = ax^2 - 2ax + 4 (a > 0)$ . 若  $A(m-1, y_1)$ ,  $B(m, y_2)$ ,  $C(m+2, y_3)$  为抛物线上三点, 且总有  $y_1 > y_3 > y_2$ , 则  $m$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

## 例6 根据图象求范围

推理能力 运算能力

(1) 已知二次函数  $y = ax^2 + (2a-3)x + a - 1$  ( $x$  是自变量) 的图象经过第一、二、四象限, 则实数  $a$  的取值范围为\_\_\_\_\_.



我们常常靠开口方向、对称轴、与  $y$  轴交点、顶点坐标去限制抛物线过不过象限.

(2) 已知二次函数  $y = -x^2 - 2(b-2)x - b^2 + 1$  的图象不经过第二象限, 则实数  $b$  的取值范围是\_\_\_\_\_.