2026 年初中学业水平模拟考试

数学试题卷

考生须知：

1.本试题卷分选择题和非选择题两部分，共5页，满分120分，考试时间120分钟.

2.答题前，在答题纸上写考号、学校、姓名、班级.

3.答题时，请按照答题纸上“注意事项”的要求，在答题纸相应的位置上规范作答，在本试题卷上的作答一律无效.

4.本次考试不允许使用计算器，没有近似计算要求的试题，结果都不能用近似数表示.

5.本试题卷中“连接”与“连结”同义.

选择题部分

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分。每小题列出的四个选项中只有一个是符合题目要求的，不选、多选、错选均不得分）

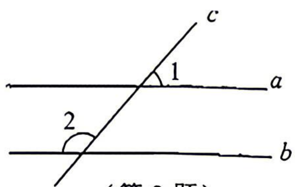
1．2 的相反数是（ ▲ C）

A．2　　B．$\frac{1}{2}$　　C．-2　　D．$-\frac{1}{2}$

2．如图，直线 $a//b$，若 $\angle 1=50°$，则 $\angle 2=$（ ▲ B）

A．$50°$　　B．$130°$

C．$40°$　　D．$150°$



（第 2 题）

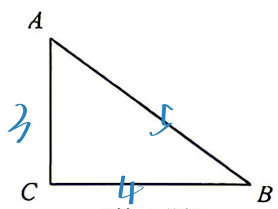
3．2026 年清明假期期间，京杭大运河杭州景区接待游客约 409000 人次，数据 409000 用科学记数法表示为（ ▲ D）

A．409×10^{3}　　B．4.09×10^{4}　　C．40.9×10^{4}　　D．4.09×10^{5}

4．如图，若$\triangle ABC$ 的三边长 $AC=3$，$BC=4$，$AB=5$，则 $\sin A$ 的值为（ ▲ C）

A．$\frac{3}{4}$　　B．$\frac{3}{5}$

C．$\frac{4}{5}$　　D．$\frac{4}{3}$



（第 4 题）

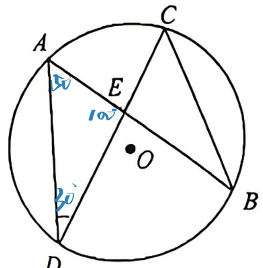
5．一枚均匀的骰子各个面上的点数分别为 1，2，3，4，5，6．抛掷一次，朝上的点数是 6 的概率为（ ▲ D）

A．$\frac{1}{3}$　　B．$\frac{1}{4}$　　C．$\frac{1}{5}$　　D．$\frac{1}{6}$

6．如图，在⊙O中，弦AB，CD交于点E，连结AD，BC．若$\angle A=50°$，$\angle AED=100°$，则$\angle B=$（ ▲ ）A

A．30°　　B．40°

C．50°　　D．60°



（第 6 题）

7．若$x=y$，则（ ▲ ）D

A．$x+3=y-3$　　B．$2x+2y=0$

C．$-3x=3y$　　D．$\frac{x}{4}=\frac{y}{4}$

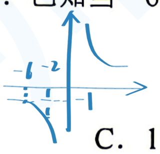
8．某校举行定点投篮趣味赛，在较远位置投中一球得 5 分（称“五分球”），在较近位置投中一球得 3 分（称“三分球”），未投中得 0 分．小慧同学共投篮 20 次，其中 3 次未投中，最终得分不低于 70 分．若设小慧同学投中了x个五分球，则可列出的不等式为（ ▲ ）B

未: 3
三分: 20-3-x

A．$5x+3(20-x)\geqslant 70$　　B．$5x+3(20-3-x)\geqslant 70$

C．$3x+5(20-x)\geqslant 70$　　D．$3x+5(20-3-x)\geqslant 70$

9．设反比例函数$y=\frac{k}{x}$（k为常数，$k\neq 0$）．已知当$-6\leqslant x\leqslant -2$时，$y$的最大值为$-1$，则当$2\leqslant x\leqslant 3$时，$y$的最大值为（ ▲ ）A



$k=6$
$y=\frac{6}{x}$

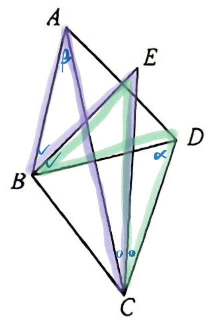
A．3　　B．2　　C．1　　D．$\frac{2}{3}$

10．已知AC和BD是四边形$ABCD$的对角线，$\angle ABD$与$\angle ACD$的角平分线交于点E．设$\angle BDC=\alpha$，$\angle BAC=\beta$（其中$\alpha>\beta$），则（ ▲ ）C

A．$\angle E=2\alpha-\beta$　　B．$\angle E=2\beta-\alpha$

C．$2\angle E=\alpha+\beta$　　D．$\angle E=2\alpha-2\beta$

$\begin{cases} \vee+\angle E=\circ+\alpha & ① \\ \circ+\angle E=\beta+\vee & ② \end{cases}$
①+② $2\angle E=\alpha+\beta$



（第 10 题）

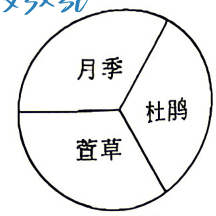
非选择题部分

二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

11．计算：$(-1)+(-3)=$ ▲ -4

12．如图，某小区有一个半径为 6 m 的圆形花坛，现将其均分成三部分分别种植月季，杜鹃，萱草，种植月季的面积是 ▲ 36 m^2．（π取 3）

$\frac{1}{3}\pi r^2=\frac{1}{3}\times 3\times 36$



（第 12 题）

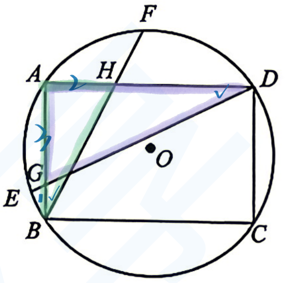
13．二次函数$y=x^2-6x$的图象的对称轴是直线$x=$ ▲ 3．

14．某小组 7 名同学 1 分钟跳绳次数为：175，180，185，185，190，220，240．这组数据的中位数是 ▲ ．185

15．数学家曾提出快速估算两个正分数的平均数的方法，即：已知 a，b，c，d 都是正整数，如果 $\frac{a}{b}<\frac{c}{d}$，那么 $\frac{a}{b}<\frac{a+c}{b+d}<\frac{c}{d}$．例如：$\frac{1}{3}<\frac{2}{5}$，那么 $\frac{1}{3}<\frac{1+2}{3+5}<\frac{2}{5}$．若 $\frac{1}{4}<\frac{p}{15}<\frac{2}{7}$，且 p 为整数，则 p=▲ 4．

$\frac{3}{8}<\frac{p}{15}<\frac{2}{7}$

16．如图，矩形 $ABCD$ 内接于⊙O，点 E，点 F 分别是 $\overset{\frown}{AB}$，$\overset{\frown}{AD}$ 上的点，连接 DE，BF 分别交 AB，AD 于点 G，H．若 $\overset{\frown}{AE}=\overset{\frown}{AF}$，$AG=3GB=3$，$AH=2$，则⊙$O$ 的直径为▲ $2\sqrt{13}$



（第 16 题）

$\frac{AH}{AG}=\frac{AB}{AD}$

$\frac{2}{3}=\frac{4}{AD}$

$AD=6$

∵∠BAD=90°

∴BD 直径

Rt△ABD 勾股

$BD=2\sqrt{13}$

三、解答题（本大题共 8 小题，共 72 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

17．（本题 8 分）

（1）计算：$(-1)\times(-3)+(-1-1)^2$．

$=3+4$

$=7$

（2）化简：$x(x-2)+(x-1)^2$．

$=x^2-2x+x^2-2x+1$

$=2x^2-4x+1$

18．（本题 8 分）

（1）解方程组：$\begin{cases} x-2y=1, \\ x+3y=6. \end{cases}$

$5y=5$　$y=1$

$x=1+2y=3$

$\begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$

（2）$\frac{3}{x+2}-\frac{1}{x-2}=0$．

$3(x-2)-(x+2)=0$

$3x-6-x-2=0$

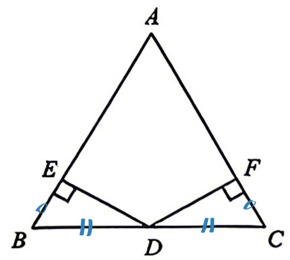
$2x=8$　$x=4$

经检验，$x=4$ 是方程的解　∴$x=4$

19．（本题 8 分）如图，在△ABC 中，D 是 BC 的中点，$DE\perp AB$ 于点 E，$DF\perp AC$ 于点 F，且 $BE=CF$．

（1）求证：∠B=∠C．

（2）若∠A=∠B，BC=6，求 BE 的长．



（第 19 题）

(1) △BDE≌△CDF (HL)

∴∠B=∠C

(2) ∠A=∠B=∠C → 等边 → ∠B=60°

BC=6, D中点 → $BD=\frac{1}{2}BC=3$

$\cos\angle B=\frac{BE}{BD}$ → $\frac{1}{2}=\frac{BE}{3}$　$BE=\frac{3}{2}$

(1) 白1 白2 红

白1 白2 红 白1 白2 红 白1 白2 红 $P=\frac{4}{9}$

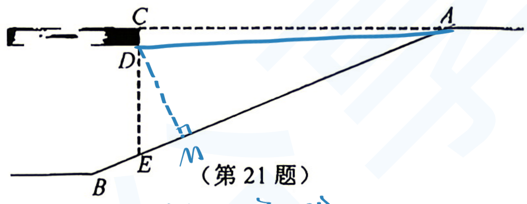
20.（本题 8 分）一个箱子中共有 3 个球，其中 2 个白球，1 个红球，它们除颜色外均相同.

（1）从箱子中随机摸出一个球后，放回箱子，搅匀后再摸出一个球，请画树状图或列表求两次摸出的球都是白球的概率.

（2）小慧向这个箱子中再放入 m 个红球，若此时从箱子中随机摸出一个球是红球的概率为$\frac{3}{4}$，求 m 的值.

(2) $\frac{1+m}{3+m}=\frac{3}{4}$ $4+4m=9+3m$ $m=5$

21.（本题 8 分）如图是某小区电瓶车车库入口的示意图，斜坡 AB 的坡比 $i=5:12$（即 $CE:AC=5:12$），水平宽度 $AC=7.2$ 米，入口处限高杆 $CD\perp AC$，$CD=0.4$ 米．延长 CD 交斜坡 AB 于点 E.



（第 21 题）

(1) $\frac{CE}{AC}=\frac{5}{12}$ $CE=\frac{5}{12}\times 7.2=3$ $DE=CE-CD=3-0.4=2.6$米

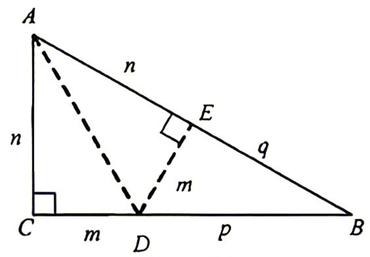
（1）求 DE 的长度.

（2）按规定车库入口需标明限高数值，即点 D 到斜坡 AB 的垂直距离，求出该限高值.

(2)过D作DM⊥AB Rt△ACE勾股 $AE=7.8$ $S_{\triangle ADE}=\frac{1}{2}AC\cdot DE=\frac{1}{2}AE\cdot DM$ $7.2\times 2.6=7.8DM$ $DM=2.4$米

22.（本题 10 分）

【阅读理解】定义：我们把满足 $a^2+b^2=c^2$ 的正整数 a，b，c 叫做一组勾股数．如 3，4，5 就是一组勾股数．小智同学利用图形探索勾股数的一般形式．



（第 22 题）

如图，在 Rt△ABC 中，$\angle C=90^\circ$，AD 平分 $\angle CAB$ 交 BC 于点 D，过点 D 作 $DE\perp AB$．设 $CD=m$，$AC=n$（$m<n$），$BD=p$，$BE=q$（其中 m，n，p，q 都为正整数）．易得 $DE=m$，$AE=n$．由 $\triangle DEB\backsim\triangle ACB$，可得$\frac{DE}{AC}=\frac{BE}{BC}=\frac{BD}{BA}$，即$\frac{m}{n}=\frac{q}{m+p}=\frac{p}{n+q}$，化简后，获得了关于直角三角形三边关系的漂亮结论：

$$AC:BC:AB=(n^2-m^2):2mn:(n^2+m^2).$$

【尝试探究】

(1) $n^2-m^2=16-1=15$ $2mn=8$ $n^2+m^2=16+1=17$ $AC:BC:AB=15:8:17$

（1）当 $m=1$，$n=4$ 时，求 $AC:BC:AB$.

（2）设 $a=n^2-m^2$，$b=2mn$，$c=n^2+m^2$，根据前面的定义判断 a，b，c 是否为一组勾股数，说明理由.

(2)是 $a^2+b^2=n^4+m^4-2m^2n^2+4m^2n^2=(n^2+m^2)^2=c^2$

【变式提升】

（3）小智发现，变换 m，n 的值，能得到无数组勾股数；也可以根据勾股数还原 m，n 的值，构造相应的图形．若已知一组勾股数 $a=7$，$b=24$，$c=25$，求 m，n 的值.

7, 24 直角边 ∵2mn为偶 ∴$2mn=24$ $n^2-m^2=7$ $(n+m)(n-m)=7$ ∵正整数 ∴$\begin{cases}n-m=1\\n+m=7\end{cases}$ $\begin{cases}n=4\\m=3\end{cases}$

23.（本题 10 分）设二次函数 $y_1=2x^2+bx+c$，$y_2=2x^2-8x+c$（b，c 是常数）．已知函数 y_1 的图象经过点（2，c）．

(1) $c=8+2b+c$　$b=-4$

(2) 由(1)得 $y_1=2x^2-4x+c$

$x_{对}=1$　$t=2-4+c=c-2$

$y_2=2x^2-8x+c$

$x_{对}=2$　$s=8-16+c$

$=c-8$

$s+6=c-8+6=c-2=t$

（1）求 b 的值．

（2）设二次函数 y_1 的最小值为 t，二次函数 y_2 的最小值为 s，求证：$t=s+6$．

（3）若函数 y_1 的图象过点 A（m，n），函数 y_2 的图象过点 B（p，q），且满足 $m+p=3$，探索 n 与 q 之间满足的等量关系．

(3) $p=3-m$

$A(m,n)$ 代入 y_1

$n=2m^2-4m+c$

$B(p,q)$ 代入 y_2

$q=2p^2-8p+c=2(3-m)^2-8(3-m)+c$

$n-q=2m^2-4m-2(9+m^2-6m)+8(3-m)$

$=2m^2-4m-18-2m^2+12m+24-8m$

$=6$

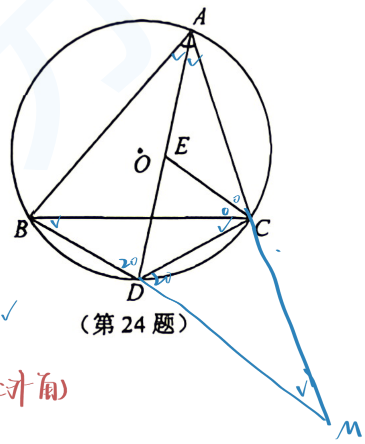
$\therefore n=q+6$

24.（本题 12 分）如图，⊙O 是△ABC 的外接圆，AD 平分∠BAC 交⊙O 于点 D，CE 平分∠ACB 交 AD 于点 E．

（1）若∠$ACE=35°$，∠$ABC=50°$，求∠BAD 的度数．

（2）求证：$CD=DE$．

（3）若 $AB+AC=2BC$，求证：$AE=DE$．



（第 24 题）

(1) $\because$ CE 平分 $\angle ACE=35°$

$\therefore \angle ACB=70°$

$\because \angle ABC=50°$　$\therefore \angle BAD=60°$

$\because$ AD 平分　$\therefore \angle BAD=30°$

(2) $\because$ AD 平分　$\therefore \angle BAD=\angle CAD$

$\because \overset{\frown}{BD}=\overset{\frown}{BD}$　$\therefore \angle BCD=\angle BAD=\angle CAD=\checkmark$

$\because$ CE 平分　$\therefore \angle ACE=\angle BCE=○$

$\because \angle DEC=\angle EAC+\angle ECA=\checkmark+○$ （$\angle AEC$ 外角）

$\angle DCE=\angle BCD+\angle BCE=\checkmark+○$

$\therefore \angle DEC=\angle DCE$　$\therefore CD=DE$

(2). 延长 AC 至点 M，使 $CM=BA$.

$\because \angle DCM+\angle ACD=180°$

$\angle DBA+\angle ACD=180°$

$\therefore \angle DCM=\angle DBA$

$\because$ AD 平分　$\therefore \overset{\frown}{BD}=\overset{\frown}{CD}$

$\therefore BD=CD$

在 $\triangle DCM$ 和 $\triangle DBM$ 中

$\begin{cases} DC=DB \\ \angle DCM=\angle DBA \\ CM=BA \end{cases}$

$\therefore \triangle DCM \cong \triangle DBM$ (SAS)

$\therefore DM=DA$

$\therefore \angle DMA=\angle DAM$

$\because \overset{\frown}{DC}=\overset{\frown}{DC}$

$\therefore \angle DAM=\angle DBC$

$\therefore \angle DMA=\angle DBC$

$\therefore BC=CM=AB$

$\because AB+AC=2BC$

$\therefore CM+AC=2BC$

$\therefore AC=BC=AB$

$\therefore \triangle ABC$ 为等边 $\triangle$

$\because$ AD 平分

$\therefore AD\perp BC$　$\angle DAC=\angle BAD=30°$

$\therefore \angle ACB=60°$

$\because \overset{\frown}{BD}=\overset{\frown}{BD}$

$\therefore \angle BCD=\angle BAD=30°$

$\therefore \angle ACD=\angle ACB+\angle BCD=90°$

$\therefore$ 在 Rt$\triangle ACD$ 中 $CD=\frac{1}{2}AD$

由(2)得 $CD=DE$

$\therefore DE=\frac{1}{2}AD$

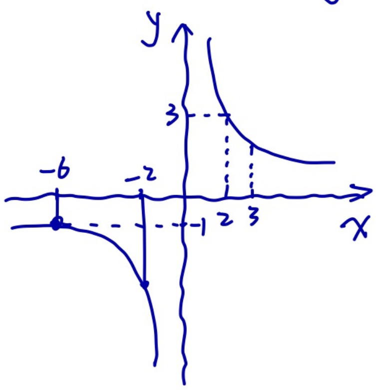
$\therefore AE=AD-DE=AD-\frac{1}{2}AD=\frac{1}{2}AD$

$\therefore AE=DE$

A 9．设反比例函数 $y=\frac{k}{x}$（k 为常数，$k\neq 0$）．已知当 $-6\leqslant x\leqslant -2$ 时，y 的最大值为 -1，则当 $2\leqslant x\leqslant 3$ 时，y 的最大值为（ ▲ ）

A．3　　B．2　　C．1　　D．$\frac{2}{3}$

$x<0$ 时，$y<0$．故 $k>0$



$-6\leq x\leq -2$ 时，

最大值在 $x=-6$ 时取得．

$\therefore \frac{k}{-6}=-1$，$k=6$．

$2\leq x\leq 3$ 时．

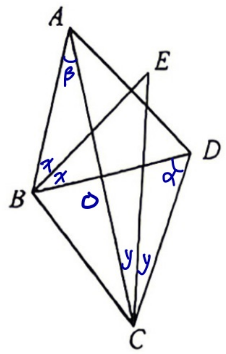
最大值在 $x=2$ 时取得．

$\therefore y_{max}=\frac{6}{2}=3$．

C 10．已知 AC 和 BD 是四边形 $ABCD$ 的对角线，$\angle ABD$ 与 $\angle ACD$ 的角平分线交于点 E．设 $\angle BDC=\alpha$，$\angle BAC=\beta$（其中 $\alpha>\beta$），则（ ▲ ）

A．$\angle E=2\alpha-\beta$　　B．$\angle E=2\beta-\alpha$

C．$2\angle E=\alpha+\beta$　　D．$\angle E=2\alpha-2\beta$



（第 10 题）

BE 平分 $\angle ABD$．设 $\angle ABE=\angle DBE=x$

CE 平分 $\angle ACD$．设 $\angle DCE=\angle ACE=y$

设 BD 和 AC 交于点 O

则 $\angle BOC=2x+\beta=2y+\alpha$

$\therefore 2(x-y)=\alpha-\beta$．

$\angle E=\angle BOC-(\angle EBD+\angle ECA)$

$=2x+\beta-(x+y)=x-y+\beta=\frac{\alpha-\beta}{2}+\beta=\frac{\alpha+\beta}{2}$

即 $2\angle E=\alpha+\beta$

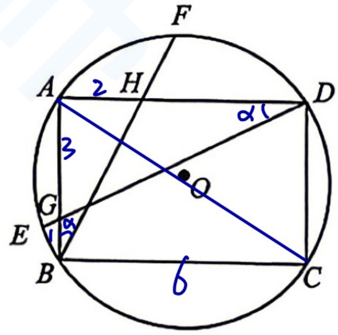
15．数学家曾提出快速估算两个正分数的平均数的方法，即：已知 a，b，c，d 都是正整数，如果 $\frac{a}{b}<\frac{c}{d}$，那么 $\frac{a}{b}<\frac{a+c}{b+d}<\frac{c}{d}$. 例如：$\frac{1}{3}<\frac{2}{5}$，那么 $\frac{1}{3}<\frac{1+2}{3+5}<\frac{2}{5}$. 若 $\frac{1}{4}<\frac{p}{15}<\frac{2}{7}$，且 p 为整数，则 $p=$___▲___. 4.

F

$$\frac{1}{4}=\frac{2}{8}<\frac{2+2}{8+7}=\frac{4}{15}<\frac{2}{7}$$，故 $p=4$.

且 p 为整数，则 $p=$___▲___.

16．如图，矩形 $ABCD$ 内接于⊙O，点 E，点 F 分别是 $\overset{\frown}{AB}$，$\overset{\frown}{AD}$ 上的点，连接 DE，BF 分别交 AB，AD 于点 G，H. 若 $\overset{\frown}{AE}=\overset{\frown}{AF}$，$AG=3GB=3$，$AH=2$，则⊙$O$ 的直径为___▲___ $2\sqrt{13}$.



（第 16 题）

$\overset{\frown}{AE}=\overset{\frown}{AF}$，设 $\angle ADE=\angle ABF=\alpha$.

$\therefore \tan\alpha=\frac{AH}{AB}=\frac{AH}{AG+GB}=\frac{2}{3+1}=\frac{1}{2}$

$\therefore BC=AD=\frac{AG}{\tan\alpha}=6$

$\therefore D=AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=2\sqrt{13}$.

23．（本题 10 分）设二次函数 $y_1=2x^2+bx+c$，$y_2=2x^2-8x+c$（b，c 是常数）．已知函数 y_1 的图象经过点（2，c）．

（1）求 b 的值．

（2）设二次函数 y_1 的最小值为 t，二次函数 y_2 的最小值为 s，求证：$t=s+6$．

（3）若函数 y_1 的图象过点 A（m，n），函数 y_2 的图象过点 B（p，q），且满足 $m+p=3$，探索 n 与 q 之间满足的等量关系．

解：(1) 将 $(2,c)$ 代入 $y_1=2x^2+bx+c$ 中，

$2\times4+b\times2+c=c$

得：　$b=-4$

$\therefore b=-4$

(2) 证明：$y_1=2x^2-4x+c=2(x^2-2x)+c=2(x-1)^2+c-2$

$\therefore$ 当 $x=1$ 时，y_1 有最小值，$t=c-2$

$y_2=2x^2-8x+c=2(x^2-4x)+c=2(x-2)^2+c-8$

$\therefore$ 当 $x=2$ 时，y_2 有最小值，$s=c-8$

$\therefore t-s=(c-2)-(c-8)=6$

$\therefore t=s+6$

(3) 将 $A(m,n)$、$B(p,q)$ 分别代入 y_1、y_2 中，

$n=2m^2-4m+c$，$q=2p^2-8p+c$

$\because m+p=3$　$\therefore m=3-p$

$\therefore n=2(3-p)^2-4(3-p)+c=2(9-6p+p^2)-12+4p+c$

$=2p^2-8p+c+6$

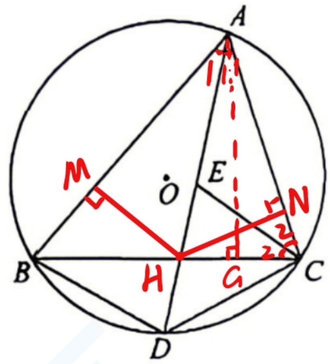
又 $q=2p^2-8p+c$　$\therefore n=q+6$

24.（本题 12 分）如图，⊙O 是△ABC 的外接圆，AD 平分∠BAC 交⊙O 于点 D，CE 平分∠ACB 交 AD 于点 E.

（1）若∠ACE=35°，∠ABC=50°，求∠BAD 的度数.

（2）求证：CD=DE.

（3）若 AB+AC=2BC，求证：AE=DE.



（第 24 题）

解：(1) ∵ CE 平分∠ACB，∠ACE=35°

∴ ∠ACB=2∠ACE=2×35°=70°

∵ ∠ABC=50°

∴ ∠BAC=180°−50°−70°=60°

∵ AD 平分∠BAC

∴ $\angle BAD=\frac{1}{2}\angle BAC=30°$

(2) 证明：令∠BAD=∠1，∠ACE=∠2

∵ AD 平分∠BAC，CE 平分∠ACB

∴ ∠EAC=∠BAD=∠1，

∠BCE=∠ACE=∠2.

∵ ∠CED 是△ACE 的外角

∴ ∠CED=∠1+∠2

∵ $\overset{\frown}{BD}=\overset{\frown}{BD}$

∴ ∠BCD=∠BAD=∠1

∴ ∠DCE=∠1+∠2

∴ ∠DCE=∠CED

∴ CD=DE

(3) 证明：令 AD、BC 交点为点 H.

过点 H 作 $HM\perp AB$、$HN\perp AC$.

过点 A 作 $AG\perp BC$.

∵ AH 平分∠BAC. ∴ $MH=HN$.

$S_{\triangle ABH}=\frac{1}{2}\times AB\times MH=\frac{1}{2}\times BH\times AG$

$S_{\triangle ACH}=\frac{1}{2}\times AC\times HN=\frac{1}{2}\times HC\times AG$

∴ $\frac{S_{\triangle ABH}}{S_{\triangle ACH}}=\frac{AB}{AC}=\frac{BH}{HC}$ ∴ $\frac{AB}{BH}=\frac{AC}{HC}$

∵ $BH+HC\neq0$ ∴ $\frac{AB+AC}{BH+HC}=\frac{AB}{BH}$

即 $\frac{AB+AC}{BC}=\frac{AB}{BH}$.

又 ∵ $AB+AC=2BC$ ∴ $\frac{AB}{BH}=2$

∵ $\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{AC}$. ∴ ∠$ABC$=∠$ADC$

又 ∠BAD=∠DAC

∴ △ABH∽△ADC

∴ $\frac{AB}{AD}=\frac{BH}{CD}$ ∴ $\frac{AB}{BH}=\frac{AD}{CD}=2$

∴ $AD=2CD$ 又 $CD=DE$

∴ $AD=2DE$ ∴ $AE=DE$