2025-2026 学年第二学期数学期末模拟卷

考试时间：100 分钟　满分：120 分

姓名：__________　　　分数：__________

一．选择题（每小题 3 分，共 30 分）

1．2025 年，中国的人工智能迅猛发展，下列 AI 软件图标是中心对称图形的是（　　）

A．　　B．

C．　　D．

【答案】D

【解答】解：$\because$ 在平面内，把一个图形绕着某个点旋转$180°$，如果旋转后的图形与原图形重合，则这个图形为中心对称图形，

$\therefore D$ 选项中的图形为中心对称图形，

故选：D．

2．下列方程中，是一元二次方程的是（　　）

A．$(x+1)(x-2)=x^2-3$　　B．$x+\dfrac{1}{x}=2$

C．$3x+y=2$　　D．$3y^2=2y-1$

【答案】D

【解答】解：$(x+1)(x-2)=x^2-3$ 整理后不含二次项，则 A 不符合题意；

$x+\dfrac{1}{x}=2$ 不是整式方程，则 B 不符合题意；

$3x+y=2$ 含有两个未知数，则 C 不符合题意；

$3y^2=2y-1$ 符合一元二次方程的定义，则 D 符合题意；

故选：D．

3．已知方程 $x^2-6x+9=0$，那么这个方程（　　）

A．有两个不相等的实数根　　B．有两个相等的实数根

C．没有实数根　　D．有一个实数根

【答案】B

【解答】解：在 $x^2-6x+9=0$ 中，$\triangle=(-6)^2-4\times1\times9=0$，

$\therefore$ 方程有两个相等的实数根；

故选：B．

4．诸暨某校“十佳”歌手评比活动中，10 位评委给某位选手的评分各不相同，去掉一个最高分和一个最低分，剩下的 8 个评分与原始的 10 个评分相比以下哪个数据不发生变化（　　）

A．平均数　　B．众数　　C．中位数　　D．方差

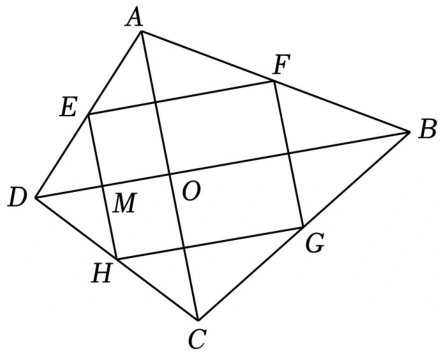
【答案】C
【解答】解：根据题意，从 10 个原始评分中去掉 1 个最高分和 1 个最低分，得到 8 个有效评分．8 个有效评分与 10 个原始评分相比，中位数一定不发生变化．
故选：C．
5．已知一个平行四边形 $ABCD$ 的对角线长度为 6 和 8，那么这个平行四边形的边长 AB 长度取值范围是（　　）

A．$6 < AB < 8$　　B．$2 < AB < 14$　　C．$3 < AB < 4$　　D．$1 < AB < 7$

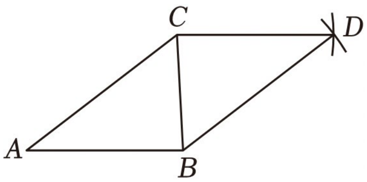
【答案】D
【解答】解：根据平行四边形的性质，得对角线的一半分别是 4 和 3．
再根据三角形的三边关系，得$1 < AB < 7$．
故选：D．
6．顺次联结一个四边形各边中点得到的四边形叫做这个四边形的中点四边形，如果一个四边形的中点四边形是矩形，那么原四边形的对角线需满足的条件是（　　）

A．互相平分且相等　　B．互相平分且垂直
C．相等　　D．互相垂直

【答案】D
【解答】解：如图，AC 与 BD 的位置关系是互相垂直．



证明：点 E、F、H、G 分别是 AD、AB、BC、CD 的中点，
连结 EF，FG，HG，EH，EH 与 BD 交于点 M，
$\because$ 四边形 $EFGH$ 是矩形，
$\therefore \angle FEH = 90^\circ$，
$\because E$、F、分别是 AD、AB 的中点，
$\therefore EF // BD$，
$\therefore \angle FEH = \angle OMH = 90^\circ$，
$\therefore E$、H、分别是 AD、CD 的中点，
$\therefore EH // AC$，
又$\because$ 点 E、H 分别是 AD、CD 各边的中点，
$\therefore \angle OMH = \angle COB = 90^\circ$，
即 $AC \perp BD$．
A、B、C 选项不符合题意，D 选项符合题意，
故选：D．
7．如图，在综合实践课上，小明画出$\triangle ABC$，利用尺规作图找一点 D，使得四边形 $ABDC$ 为平行四边形．小明这一作法判定四边形 $ABDC$ 为平行四边形的直接依据是（　　）



A．两组对边分别平行的四边形是平行四边形

B．一组对边平行且相等的四边形是平行四边形

C．两组对边分别相等的四边形是平行四边形

D．对角线互相平分的四边形是平行四边形

【答案】C

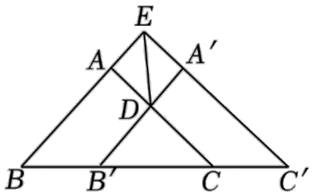
【解答】解：由作图痕迹可知，$BD=AC$，$CD=AB$，

$\therefore$ 四边形 $ABDC$ 为平行四边形，

$\therefore$ 判定四边形 $ABDC$ 为平行四边形的直接依据是：两组对边分别相等的四边形是平行四边形．

故选：C．

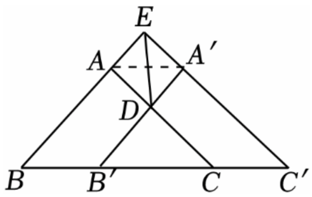
8．如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中，$\angle BAC=90^{\circ}$，将它向右平移得到 $Rt\triangle A'B'C'$，AC 和 $A'B'$ 交于点 D，延长 BA，$C'A'$ 交于点 E，若 $BC'=7$，$B'C=3$，则线段 DE 的长为（　　）



A．2　　B．3　　C．4　　D．5

【答案】A

【解答】解：如图，连结 AA'．



$\because \angle BAC=\angle B'A'C'=90^{\circ}$，

$\therefore \angle EAD=\angle EA'D=90^{\circ}$，

$\because AB//A'B'$，

$\therefore \angle ADA'=\angle BAC=90^{\circ}$，

$\therefore$ 四边形 $ADA'E$ 是矩形，

$\therefore DE=AA'$，

$\because BC'=7$，$B'C=3$，$BB'=CC'$，

$\therefore BB'=CC'=2$，

$\therefore AA'=BB'=2$，

$\therefore DE=AA'=2$．

故选：A．

9．已知 a，b 是一元二次方程 $x^2+2025x+1=0$ 的两个实数根，则 $\sqrt{\dfrac{b}{a}}+\sqrt{\dfrac{a}{b}}$ 的值是（　　）

A．-2025　　B．2025　　C．$\dfrac{1}{2025}$　　D．± 2025

【答案】B

【解答】解：$\because a$、b 是一元二次方程 $x^2+2025x+1=0$ 的两个实数根，

$\therefore a+b=-2025$， $ab=1$，

$\because ab=1$，

$\therefore a$ 和 b 同号，

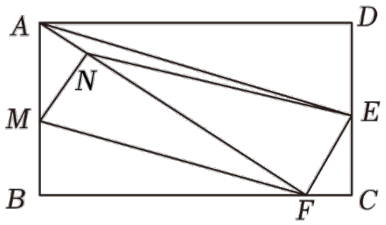
$\because a+b=-2025$，

$\therefore a<0$， $b<0$，

$\sqrt{\frac{b}{a}}+\sqrt{\frac{a}{b}}=\sqrt{\frac{ab}{a^2}}+\sqrt{\frac{ab}{b^2}}=\frac{\sqrt{ab}}{|a|}+\frac{\sqrt{ab}}{|b|}=-\frac{\sqrt{ab}}{a}-\frac{\sqrt{ab}}{b}=-\sqrt{ab}(\frac{a+b}{ab})=-1\times\frac{-2025}{1}=2025$，

故选： B．

10．如图，在矩形纸片 $ABCD$ 中，点 E 为 CD 上一点，△ ADE 关于 AE 折叠得到△ AFE，点 F 落于线段 BC 上； M 为 AB 上一点，△ BMF 关于 MF 折叠得到△ NMF，点 N 落于线段 AF 上，连结 NE．设 $CF=a$，$CE=b$，$EF=c$，$ABCD$ 的面积为 S_1，$EFMN$ 的面积为 S_2，则下列哪个选项中的代数式数值是固定值（　　）



A． $\frac{aS_1}{cS_2}$　　B． $\frac{bS_1}{cS_2}$　　C． $\frac{aS_1}{(b+c)S_2}$　　D． $\frac{bS_1}{(a+c)S_2}$

【答案】 B

【解答】解：由题意可得 $AD=AF=BC$， $BF=FN$，

$\therefore AN=FC$，

设 $\angle DAE=\alpha$，则 $\angle FEC=\angle AMN=2\alpha$，

易证 $\triangle AMN\cong\triangle FEC$，

$\therefore AM=EF=DE=c$， $MN=EC=b$

设 $AD=x$， $AF=x$，$BF=x-a$， $AB=b+c$

在 $Rt\triangle ABF$ 中， $AF^2=AB^2+BF^2$，

$\therefore x^2=(b+c)^2+(x-a)^2$

$\therefore x=\frac{(b+c)^2-a^2}{2a}=\frac{(b+c)^2-(c^2-b^2)}{2a}=\frac{2c^2+2bc}{2a}$，

$\therefore S_1=AD\cdot DC=x(b+c)$，

$S_2=S_{\triangle MNF}+S_{\triangle EFN}=\frac{1}{2}b(x-a)+\frac{1}{2}c(x-a)=\frac{1}{2}(x-a)\cdot(b+c)$

$\therefore \frac{S_1}{S_2}=\frac{2x}{x-a}=\frac{2c}{b}$

$\therefore \frac{bS_1}{cS_2}=2$

故选： B．

二．填空题（每小题 3 分，共 18 分）

11．代数式 $\sqrt{x+1}$ 中 x 的取值范围是________．

【答案】 $x\geqslant-1$．

【解答】解：若代数式 $\sqrt{x+1}$ 有意义，

则 $x+1\geqslant0$，

解得 $x \geqslant -1$，

故答案为：$x \geqslant -1$.

12．在平行四边形 $ABCD$ 中，$\angle A : \angle B = 3:1$，则 $\angle C =$_______.

【解答】解：$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore \angle A + \angle B = 180°$，$\angle A = \angle C$，

$\because \angle A : \angle B = 3:1$，

$\therefore \angle A = 135°$，

$\therefore \angle C = \angle A = 135°$.

故答案为 $135°$.

13．已知点 $A(2,a)$ 与点 $B(b,1)$ 关于原点成中心对称，则 $a+b =$_______.

【答案】-3.

【解答】解：$\because$ 点 $A(2,a)$ 与点 $B(b,1)$ 关于原点成中心对称，

$\therefore a = -1$，$b - 2$，

$\therefore a + b = -1 - 2 = -3$.

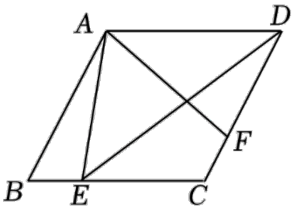
故答案为：-3.

14．用反证法证明：一个三角形中至少有一个角不小于 $60°$，应先假设______________________.

【解答】解：根据反证法的步骤，第一步应假设结论的反面成立，即一个三角形中每个角都小于 $60°$.

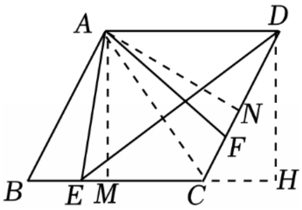
故答案为：一个三角形中每个角都小于 $60°$.

15．如图，在菱形 $ABCD$ 中，点 E，F 分别在 BC，CD 上，$BE = CF$，连结 AE，AF，DE．若菱形面积为 $56\sqrt{10}$，$AB = 14$，四边形 $AECF$ 的面积是△ ABE 面积的 3.5 倍，则线段 ED 的长为_______.



【答案】$4\sqrt{26}$

【解答】解：过点 A 作 $AM \perp BC$ 于点 M，$AN \perp CD$ 于点 N，过点 D 作 $DH \perp BC$，交 BC 的延长线于点 H，连结 AC，如图所示：



$\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形，$AB = 14$，

$\therefore BC = AB = CD = 14$，$AD // BC$，

$\because$ 菱形面积为 $56\sqrt{10}$，

$\therefore BC \cdot AM = 56\sqrt{10}$，

$\therefore 14 \times AM = 56\sqrt{10}$，

$\therefore AM = 4\sqrt{10}$，

同理：$AN = AM = 4\sqrt{10}$，

$\because BE = CF$，

$\therefore$ △ ABE 和△ ACF 等底等高，

$\therefore S_{\triangle ABE} = S_{\triangle ACF}$，

$\because$ 四边形 $AECF$ 的面积是$\triangle ABE$ 面积的 3.5 倍，

$\therefore S_{\triangle AEC}+S_{\triangle ACF}=3.5\times S_{\triangle ABE}$，

$\therefore S_{\triangle AEC}=3.5\times S_{\triangle ABE}-S_{\triangle ACF}=2.5\times S_{\triangle ABE}$，

$\therefore 1\frac{1}{2}EC\cdot AM=2.5\times\frac{1}{2}BE\cdot AM$，

$\therefore EC=2.5\times BE$，

$\therefore BC=BE+EC=3.5\times BE=14$，

$\therefore BE=4$，

$\therefore EC=2.5\times BE=10$，

$\because AD//BC$， $AM\perp BC$， $AN\perp CD$，

根据平行线间的距离处处相等得：$DH=AM=4\sqrt{10}$，

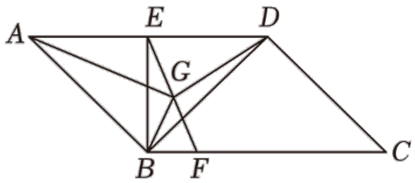
在 $Rt\triangle DCH$ 中，由勾股定理得：$CH=\sqrt{CD^2-DH^2}=\sqrt{14^2-(4\sqrt{10})^2}=6$，

$\therefore EH=EC+CH=10+6=16$，

在 $Rt\triangle EDH$ 中，由勾股定理得：$ED=\sqrt{EH^2+DH^2}=\sqrt{16^2+(4\sqrt{10})^2}=4\sqrt{26}$．

故答案为：$4\sqrt{26}$．

16．如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，$AB=BD$，$\angle BAD=45^\circ$，$AD=4$，过点 B 作 $BE\perp AD$ 于点 E，点 F 为 BC 上一动点，连结 EF，取 EF 中点 G，连结 AG，BG，DG，若$\triangle BDG$ 面积为$\triangle ABG$ 面积的$\frac{1}{4}$，则 BF 的长度是________．



【答案】$\frac{6}{5}$．

【解答】解：分别取 BD、BE、AB 的中点 P、L、Q，连结 GL、GP、QL，

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore BC//AD$，

$\because BE\perp AD$ 于点 E，点 F 为 BC 上的点，G 是 EF 的中点，

$\therefore GL//BC//AD$， $GP//AD$， $QL//AD$，

$\therefore P$、G、L、Q 四点在同一条直线上，

$\because AB=BD$， $\angle BAD=45^\circ$， $AD=4$，

$\therefore \angle BDA=\angle BAD=45^\circ$，

$\therefore \angle ABD=180^\circ-\angle BDA-\angle BAD=90^\circ$，

$\therefore AE=DE=\frac{1}{2}AD=2$，

$\therefore QL=\frac{1}{2}AE=1$， $PL=\frac{1}{2}DE=1$，

$\because PQ//AD$，

$\therefore \angle QLE=\angle BED=90^\circ$，

$\therefore EL\perp PQ$，

$\because S_{\triangle AGQ}=S_{\triangle BGQ}$， $S_{\triangle DGP}=S_{\triangle BGP}$，

$\therefore S_{\triangle ABG}=2S_{\triangle AGQ}$， $S_{\triangle BDG}=2S_{\triangle DGP}$，

$\because S_{\triangle BDG}=\dfrac{1}{4}S_{\triangle ABG}$，

$\therefore 2S_{\triangle DGP}=\dfrac{1}{4}\times 2S_{\triangle AGQ}$，

$\therefore S_{\triangle DGP}=\dfrac{1}{4}S_{\triangle AGQ}$，

$\therefore \dfrac{1}{2}PG\cdot EL=\dfrac{1}{4}\times\dfrac{1}{2}QG\cdot EL$，

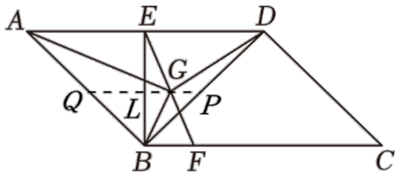
$\therefore PG=\dfrac{1}{4}QG$，

$\therefore 1-LG=\dfrac{1}{4}(1+LG)$，

解得 $LG=\dfrac{3}{5}$，

$\therefore BF=2LG=\dfrac{6}{5}$，

故答案为： $\dfrac{6}{5}$．



三．解答题（第 17~21 每小题 8 分，第 22~23 每小题 10 分，第 24 题 12 分，共 72 分）

17．计算：

（1） $\sqrt{27}-\sqrt{12}$；

（2） $\sqrt{6}+\sqrt{12}\times\sqrt{8}$．

【答案】（1） $\sqrt{3}$；

（2） $5\sqrt{6}$．

【解答】解：（1）原式 $=3\sqrt{3}-2\sqrt{3}=\sqrt{3}$；

（2）原式 $=\sqrt{6}+\sqrt{96}$

$=\sqrt{6}+4\sqrt{6}$

$=5\sqrt{6}$．

18．解下列方程：

（1） $x^2=x$；

（2） $2x^2+6x+3=0$．

【答案】（1） $x_1=0$， $x_2=1$；

（2） $x_1=\dfrac{-3+\sqrt{3}}{2}$， $x_2=\dfrac{-3-\sqrt{3}}{2}$．

【解答】解：（1） $\because x^2=x$，

$\therefore x^2-x=0$，

则 $x(x-1)=0$，

$\therefore x=0$ 或 $x-1=0$，

解得 $x_1=0$， $x_2=1$；

（2）$\because a=2$， $b=6$， $c=3$，

$\therefore \triangle=36-4\times2\times3=12>0$，

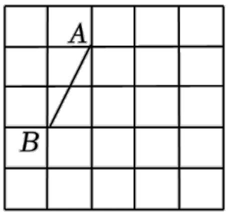
则 $x=\dfrac{-6\pm2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{-3\pm\sqrt{3}}{2}$，

即 $x_1=\dfrac{-3+\sqrt{3}}{2}$， $x_2=\dfrac{-3-\sqrt{3}}{2}$．

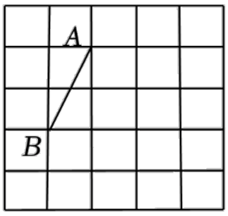
19．如图，在 5×5 正方形网格中，每个小正方形顶点称为格点，例如线段 AB 的端点在格点上，已知每个小正方形边长均为 1，利用无刻度直尺作图，请完成下列各小题．

（1）在图①中，以 AB 为边作一个菱形 $ABCD$（不是正方形），其中点 C， D 为格点；

（2）在图②中，以 AB 为边作正方形 $ABEF$，其中点 E， F 为格点．



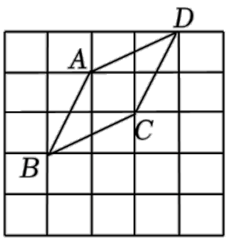
图①



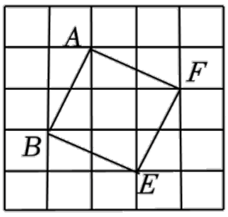
图②

【答案】见解析．

【解答】解：（1）如图，菱形 $ABCD$ 即为所求（答案不唯一）；



图①



图②

（2）如图，正方形 $ABEF$ 即为所求．

20．为了解某校八年级学生每周参加科学教育的时间（单位：h），随机调查了该校八年级 a 名学生，根据统计的结果，绘制出如图的统计图 1 和图 2．

请根据相关信息，解答下列问题．

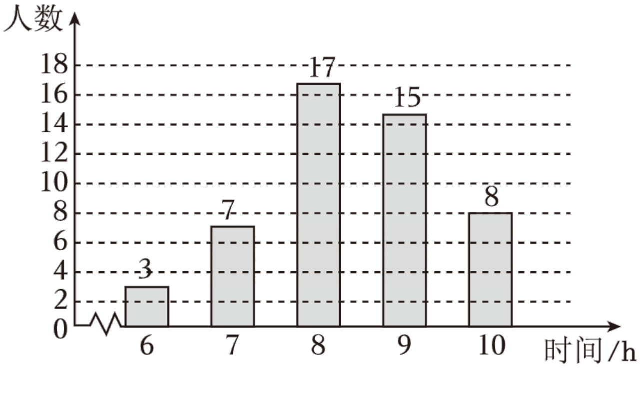


图 1

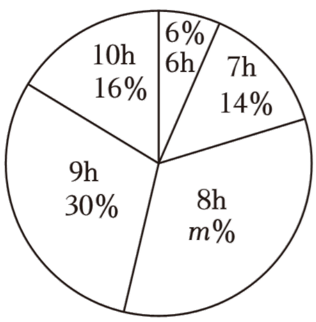


图 2

（1）$a=$_______，图 2 中的 $m=$_______，统计的这组学生每周参加科学教育的时间数据的众数和中位数分别为_______和_______．

（2）求统计的这细学生每周参加科学教育的时间数据的平均数．

（3）根据样本数据，若该校八年级共有学生 600 人，估计该校八年级学生每周参加科学教育的时间至少为 $9h$ 的人数为多少？

【答案】（1）50，34，$8h$，$8h$；

（2）$8.36h$；

（3）276 人．

【解答】解：（1）$a=3+7+17+15+8=50$（人）；

$m\%=\dfrac{17}{50}=34\%$；$3+7+17=27$（人），中位数位于 $8h$ 这组；

众数是 $8h$；

故答案为：50，34，$8h$，$8h$；

（2）这组数据的平均数为：$\dfrac{6\times3+7\times7+8\times17+9\times15+10\times8}{50}=8.36(h)$；

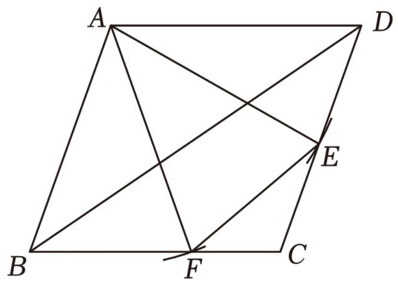
（3）$600\times(30\%+16\%)=276$（人），

答：估计该校八年级学生每周参加科学教育的时间至少为 $9h$ 的人数为 276 人．

21．如图，已知四边形 $ABCD$ 是菱形，$\angle ABC=72^\circ$，以点 A 为圆心，AB 为半径画弧线，分别交 BC，CD 于点 F，E，连结 AE，AF，EF，BD．

（1）求 $\angle EAF$ 度数．

（2）求证：$BD/\!/EF$．



【答案】（1）36°；

（2）证明见解析．

【解答】（1）解：$\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形，

$\therefore AB=AD$，$AD//BC$，$\angle ADC=\angle ABF=72^\circ$，

由题意得到 $AF=AE=AB$，

$\therefore \angle AFB=\angle ABF=72^\circ$，

$\therefore \angle BAF=180^\circ-72^\circ-72^\circ=36^\circ$，

同理：$\angle DAE=36^\circ$，

$\because AD//BC$，

$\therefore \angle BAD+\angle ABC=180^\circ$，

$\therefore \angle BAD=108^\circ$，

$\therefore \angle EAF=108^\circ-36^\circ-36^\circ=36^\circ$；

（2）证明：$\because AE=AF$，$\angle EAF=36^\circ$，

$\therefore \angle AFE=\angle AEF=\dfrac{1}{2}\times(180^\circ-36^\circ)=72^\circ$，

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形，

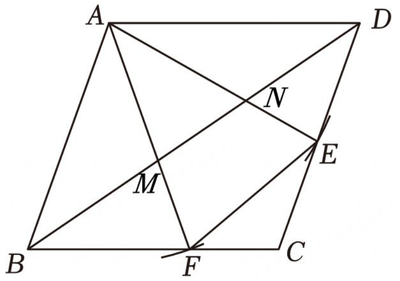
$\therefore \angle ABM=\dfrac{1}{2}\angle ABC=\dfrac{1}{2}\times72^\circ=36^\circ$，

$\because \angle BAF=36^\circ$，

$\therefore \angle AMN=\angle ABM+\angle BAM=72^\circ$，

$\therefore \angle AMN = \angle AFE$，

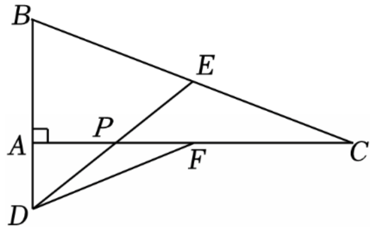
$\therefore BD//EF$．



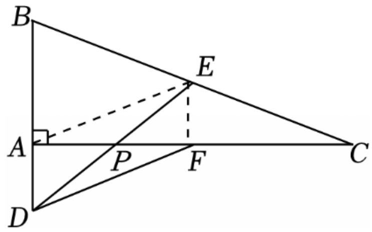
22．如图，在$Rt\triangle ABC$中，$\angle BAC = 90^{\circ}$，E，F分别是BC，AC的中点，延长BA到点D，使$AD = \dfrac{1}{2}AB$，连结DE，DF，DE交AF于点P．

（1）求证：$AP = FP$；

（2）若$BC = 10$，求DF的长．



【解答】（1）证明：连接EF，AE．



$\because$点E，F分别为BC，AC的中点，

$\therefore EF//AB$，$EF = \dfrac{1}{2}AB$．

又$\because AD = \dfrac{1}{2}AB$，

$\therefore EF = AD$．

又$\because EF//AD$，

$\therefore$四边形$AEFD$是平行四边形．

$\therefore AF$与DE互相平分，

$\therefore AP = FP$；

（2）解：在$Rt\triangle ABC$中，

$\because E$为BC的中点，$BC = 10$，

$\therefore AE = \dfrac{1}{2}BC = 5$．

又$\because$四边形$AEFD$是平行四边形，

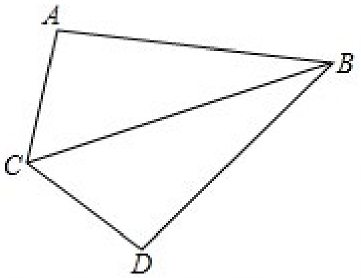
$\therefore DF = AE = 5$．

23．阅读理解题．定义：如果四边形的某条对角线平分一组对角，那么把这条对角线叫做“和谐线”，该四边形叫做“和谐四边形”．如图，在四边形$ABDC$中，对角线BC平分$\angle ACD$和$\angle ABD$，那么对角线BC叫“和谐线”，四边形$ABDC$就称为“和谐四边形”．

问题：

（1）下列四边形：①平行四边形、②矩形、③菱形、④正方形，其中是“和谐四边形”的有________.（填序号）

（2）四边形 $ABCD$ 是“和谐四边形”， $AB=3+\sqrt{3}$， $\angle BAD=60^{\circ}$， $\angle ABC=90^{\circ}$，求四边形 $ABCD$“和谐线”的长.（画出图形并写出解答过程）



【答案】（1）③④；

（2）画图见解答，四边形 $ABCD$ “和谐线”的长是 $2\sqrt{3}+2$ 或 $3\sqrt{2}$.

【解答】解：（1）$\because$ 平行四边形和矩形的对角线不一定平分其对角，

$\therefore$ 平行四边形和矩形不是“和谐四边形”；

故答案为：③④.

（2）如图 2， AC 是“和谐线”，

$\because \angle BAD=60^{\circ}$， $\angle ABC=90^{\circ}$， $AB=3+\sqrt{3}$，

$\therefore \angle BAC=\angle DAC=\frac{1}{2}\angle BAD=30^{\circ}$，

$\therefore BC=\frac{1}{2}AC$，

$\because AB^2+BC^2=AC^2$，

$\therefore (3+\sqrt{3})^2+(\frac{1}{2}AC)^2=AC^2$，

$\therefore AC=2\sqrt{3}+2$；

如图 3， BD 是“和谐线”，作 $DE\perp AB$ 于点 E， 则 $\angle AED=\angle BED=90^{\circ}$，

$\because \angle ABD=\angle CBD=\frac{1}{2}\angle ABC=45^{\circ}$，

$\therefore \angle EDB=\angle EBD=45^{\circ}$，

$\therefore BE=DE$，

$\because \angle ADE=30^{\circ}$，

$\therefore AD=2AE$，

$\therefore BE=DE=\sqrt{AD^2-AE^2}=\sqrt{(2AE)^2-AE^2}=\sqrt{3}AE$，

$\therefore AE+\sqrt{3}AE=3+\sqrt{3}$，

$\therefore AE=\sqrt{3}$，

$\therefore BE=DE=\sqrt{3}\times\sqrt{3}=3$，

$\therefore BD=\sqrt{BE^2+DE^2}=\sqrt{3^2+3^2}=3\sqrt{2}$，

综上所述，四边形 $ABCD$ “和谐线”的长是 $2\sqrt{3}+2$ 或 $3\sqrt{2}$.

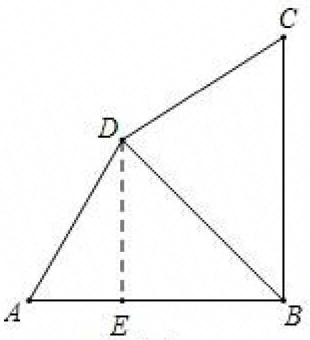


图3

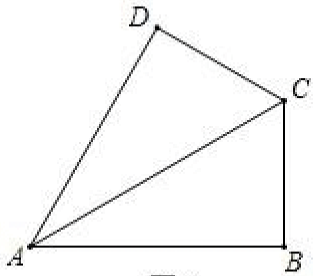


图2

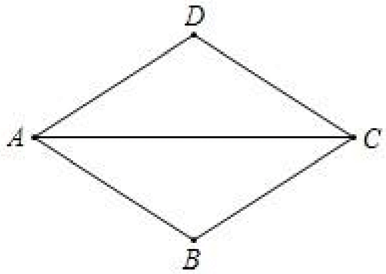


图1

24．正方形 $ABCD$ 中，点 E 为 BC 上一动点（不与端点重合），连结 AE，过点 B 作 $BF\perp AE$ 于点 F，过点 D 作 $DG\perp AE$ 于点 G．

（1）如图 1，若 $BF=3$，$FG=5$，求 DG 的长度．

（2）如图 2，连结 DF，CG，判断 DF 和 CG 的数量关系，并说明理由．

（3）如图 3，点 H，I 分别为 GF，CD 中点，连结 HI，判断 $\angle AHI$ 和 $\angle GDF$ 的数量关系，并说明理由．

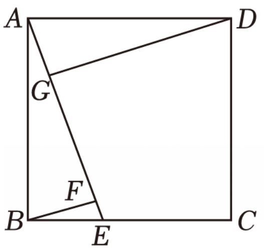


图 1

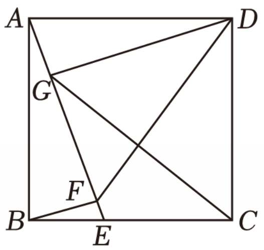


图 2

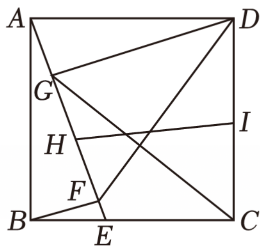


图 3

【答案】（1）8；

（2）$DF=CG$，理由见解答；

（3）$\angle AHI+\angle GDF=135^\circ$，理由见解答．

【解答】解：（1）$\because$ 正方形 $ABCD$，

$\therefore AB=DA$，$\angle DAB=90^\circ$，

$\therefore \angle BAF+\angle DAG=90^\circ$，

$\because DG\perp AE$，$BF\perp AE$，

$\therefore \angle BAF+\angle ABF=90^\circ$，$\angle AFB=\angle DGA=90^\circ$，

$\therefore \angle ABF = \angle DAG$，

在$\triangle ABF$和$\triangle DAG$中，

$$\begin{cases} \angle ABF = \angle DAG \\ AB = DA \\ \angle AFB = \angle DGA \end{cases},$$

$\therefore \triangle ABF \cong \triangle DAG(ASA)$，

$\therefore DG = AF$， $BF = AG$，

$\because AG + FG = AF$，

$\therefore BF + FG = DG$，

$\because BF = 3$， $FG = 5$，

$\therefore DG = 3 + 5 = 8$．

（2） $DF = CG$，理由如下：

$\because \triangle ABF \cong \triangle DAG(ASA)$，

$\therefore DG = AF$， $\angle BAF = \angle ADG$，

$\because$正方形$ABCD$，

$\therefore CD = DA$， $\angle BAD = \angle ADC = 90°$，

$\therefore 90° - \angle BAF = 90° - \angle ADG$，

$\therefore \angle DAF = \angle CDG$，

在$\triangle DAF$和$\triangle CDG$中，

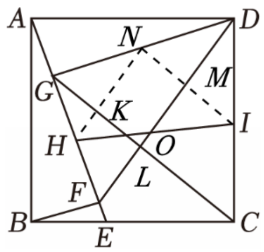
$$\begin{cases} DA = CD \\ \angle DAF = \angle CDG, \\ AF = DG \end{cases}$$

$\therefore \triangle DAF \cong \triangle CDG(SAS)$，

$\therefore DF = CG$．

（3） $\angle AHI + \angle GDF = 135°$，理由如下：

设DF， HI的交点是O，取DG的中点N，连结NH， NI，



则NH， NI分别是$\triangle DGE$，$\triangle DGC$的中位线，

$\therefore NH // DF$， $NH = \frac{1}{2}DF$， $NI // GC$， $NI = \frac{1}{2}GC$，

$\because DF = CG$，

$\therefore NH = NI$，

设DF， CG的交点为L， NI， DF的交点为M， NH， CG的交点为K，

$\because \triangle DAF \cong \triangle CDG(SAS)$，

$\therefore \angle DGC = \angle DFA$，

$\because \angle DGC + \angle FGL = 90°$，

$\therefore \angle AFL + \angle FGL = 90°$，

$\therefore \angle GLF = 90°$，

$\because NH // DF$， $NI // GC$，

$\therefore \angle NML = 180° - 90° = 90°$， $\angle NKL = 180° - 90° = 90°$，

$\therefore$ 四边形 $KLMN$ 是矩形，

$\therefore \angle HNI = 90°$，

$\therefore \angle NHI = \angle NIH = 45°$，

$\because NH // DF$，

$\therefore \angle GDF = \angle GNH$，

$\because DG \perp AE$，

$\therefore \angle GNH + \angle GHN = 90°$，

$\therefore \angle GDF + \angle GHN = 90°$，

$\because \angle GHI = \angle GHN + \angle NHI$，

$\therefore \angle GHI + \angle GDF = \angle GNH + \angle GHN + \angle NHI = 135°$．