



相似三角形的性质及应用知识讲解

【学习目标】

- 1、探索相似三角形的性质，能运用性质进行有关计算；
- 2、通过典型实例认识现实生活中物体的相似，能运用图形相似的知识解决一些简单的实际问题（如何把实际问题抽象为数学问题）。

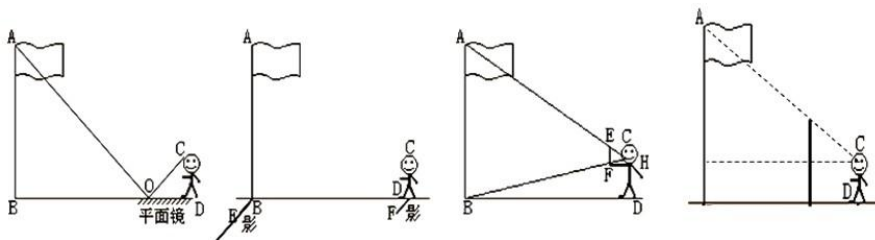
【要点梳理】

要点一、相似三角形的应用

1. 测量高度

测量不能到达顶部的物体的高度，通常使用“在同一时刻物高与影长的比例相等”的原理解决。

要点诠释：测量旗杆的高度的几种方法：



平面镜测量法

影子测量法

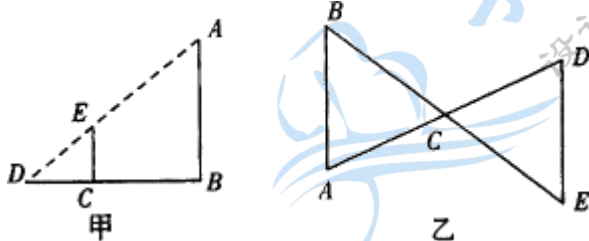
手臂测量法

标杆测量法

2. 测量距离

测量不能直接到达的两点间的距离，常构造如下两种相似三角形求解。

1. 如甲图所示，通常可先测量图中的线段 DC 、 BD 、 CE 的距离（长度），根据相似三角形的性质，求出 AB 的长。
2. 如乙图所示，可先测 AC 、 DC 及 DE 的长，再根据相似三角形的性质计算 AB 的长。



要点诠释：

1. 比例尺：表示图上距离比实地距离缩小的程度，比例尺= 图上距离/ 实际距离；
2. 太阳离我们非常遥远，因此可以把太阳光近似看成平行光线。在同一时刻，两物体影子之比等于其对应高的比；
3. 视点：观察事物的着眼点（一般指观察者眼睛的位置）；
4. 仰（俯）角：观察者向上（下）看时，视线与水平方向的夹角。

要点二、相似三角形的性质

1. 相似三角形的对应角相等，对应边的比相等。
2. 相似三角形中的重要线段的比等于相似比。

相似三角形对应高，对应中线，对应角平分线的比都等于相似比。

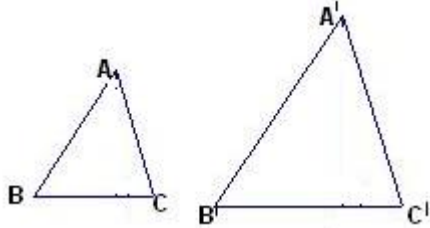
要点诠释：要特别注意“对应”两个字，在应用时，要注意找准对应线段。

3. 相似三角形周长的比等于相似比。



$$\triangle ABC \sim \triangle A'B'C', \text{ 则 } \frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CA}{C'A'} = k,$$

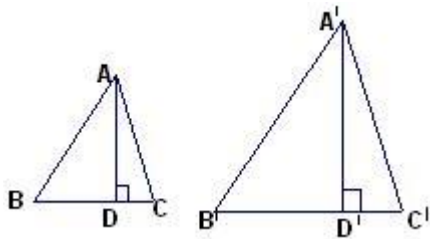
由比例性质可得: $\frac{AB+BC+CA}{A'B'+B'C'+C'A'} = \frac{kA'B'+kB'C'+kC'A'}{A'B'+B'C'+C'A'} = k$



4. 相似三角形面积的比等于相似比的平方.

$\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$, 则 $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CA}{C'A'} = k$, 分别作出 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 的高 AD 和 $A'D'$, 则

$$\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle A'B'C'}} = \frac{\frac{1}{2}BC \cdot AD}{\frac{1}{2}B'C' \cdot A'D'} = \frac{\frac{1}{2}k \cdot B'C' \cdot k \cdot A'D'}{\frac{1}{2}B'C' \cdot A'D'} = k^2$$



要点诠释: 相似三角形的性质是通过比例线段的性质推证出来的.

【典型例题】

类型一、相似三角形的应用

1. 如图, 我们想要测量河两岸相对应两点 A、B 之间的距离(即河宽), 你有什么方法?

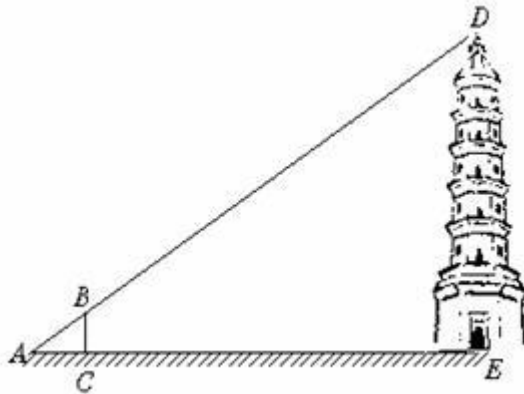




2. 如图：小明欲测量一座古塔的高度，他站在该塔的影子前后移动，直到他本身影子的顶端正好与塔的影子顶端重叠，此时他距离该塔 18 m，已知小明的身高是 1.6 m，他的影长是 2 m.

(1) 图中 $\triangle ABC$ 与 $\triangle ADE$ 是否相似？为什么？

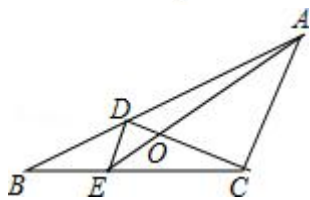
(2) 求古塔的高度.



【变式】小明把一个排球打在离他 2 米远的地上，排球反弹后碰到墙上，如果他跳起来击排球时的高度是 1.8 米，排球落地点离墙的距离是 7 米，假设排球一直沿直线运动，那么排球能碰到墙上离地多高的地方？

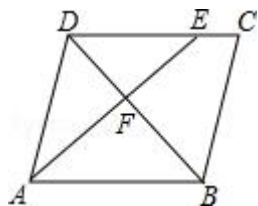
类型二、相似三角形的性质

3. 如图，D、E 分别是 $\triangle ABC$ 的边 AB、BC 上的点，且 $DE \parallel AC$ ，AE、CD 相交于点 O，若 $S_{\triangle DOE} : S_{\triangle COA} = 1 : 25$ ，则 $S_{\triangle BDE}$ 与 $S_{\triangle CDE}$ 的比是 ()



A. 1: 3 B. 1: 4 C. 1: 5 D. 1: 25

【变式】如图，在平行四边形 ABCD 中，点 E 在边 DC 上，DE: EC=3: 1，连接 AE 交 BD 于点 F，则△DEF 的面积与△BAF 的面积之比为（ ）



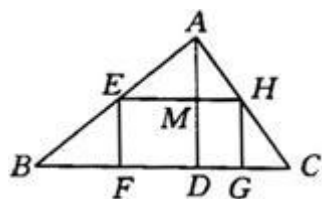
A. 3: 4

B. 9: 16

C. 9: 1

D. 3: 1

4. 如图所示，已知△ABC 中，AD 是高，矩形 EFGH 内接于△ABC 中，且长边 FG 在 BC 上，矩形相邻两边的比为 1: 2，若 BC=30cm，AD=10cm. 求矩形 EFGH 的面积.



【变式】有同一三角形地块的甲、乙两地图，比例尺分别为 1: 200 和 1: 500，求：甲地图与乙地图的相似比和面积比.



相似三角形的性质及应用知识讲解

类型一、相似三角形的应用

1.

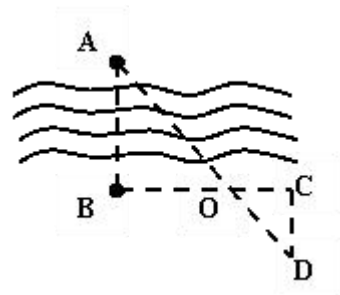
【答案与解析】如图，先从B点出发与AB成 90° 角方向走50m到O处立一标杆，然后方向不变，继续向前走10m到C处，在C处转 90° ，沿CD方向再走17m到达D处，使得A、O、D在同一条直线上.那么A、B之间的距离是多少？

$$\begin{aligned} &\because AB \perp BC, CD \perp BC, \\ &\therefore \angle ABO = \angle DCO = 90^\circ. \\ &\text{又} \because \angle AOB = \angle DOC, \\ &\therefore \triangle AOB \sim \triangle DOC. \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{AB}{DC} = \frac{BO}{CO}.$$

$$\begin{aligned} &\because BO = 50\text{m}, CO = 10\text{m}, CD = 17\text{m}, \\ &\therefore AB = 85\text{m}. \end{aligned}$$

即河宽为85m.



【总结升华】这是一道测量河宽的实际问题，还可以借用相似三角形的对应边的比相等，比例式中四条线段，测出了三条线段的长，必能求出第四条.

2.

【思路点拨】本题考查的是相似三角形的实际应用，要注意的是小明和古塔都与地面垂直，是平行的.

【答案与解析】(1) $\triangle ABC \sim \triangle ADE$.

$$\because BC \perp AE, DE \perp AE, \therefore \angle ACB = \angle AED = 90^\circ.$$

$$\because \angle A = \angle A, \therefore \triangle ABC \sim \triangle ADE.$$

(2) 由(1)得 $\triangle ABC \sim \triangle ADE$,

$$\therefore \frac{AC}{AE} = \frac{BC}{DE}.$$



$$\because AC=2\text{m}, AE=2+18=20\text{m}, BC=1.6\text{m},$$

$$\therefore \frac{2}{20} = \frac{1.6}{DE}.$$

$$\therefore DE=16\text{m},$$

即古塔的高度为 16m.

【总结升华】 解决相似三角形的实际应用题的关键是题中相似三角形的确定.

【变式】【答案】

如图, $\because AB=1.8$ 米, $AP=2$ 米, $PC=7$ 米, 作 $PQ \perp AC$,

根据物理学原理知 $\angle BPQ = \angle QPD$, 则 $\angle APB = \angle CPD$,

$$\angle BAP = \angle DCP = 90^\circ,$$

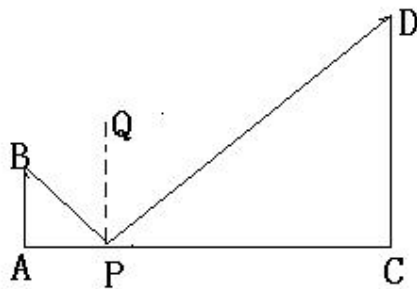
$$\therefore \triangle ABP \sim \triangle CDP,$$

$$\therefore \frac{AB}{DC} = \frac{AP}{PC},$$

$$\text{即 } \frac{1.8}{DC} = \frac{2}{7},$$

$$\therefore DC=6.3 \text{ 米}.$$

即球能碰到墙上离地 6.3 米高的地方.



类型二、相似三角形的性质

3.

【思路点拨】 根据相似三角形的判定定理得到 $\triangle DOE \sim \triangle COA$, 根据相似三角形的性质定理得到 $\frac{DE}{AC} = \frac{1}{5}$,

$\frac{BE}{BC} = \frac{DE}{AC} = \frac{1}{5}$, 结合图形得到 $\frac{BE}{EC} = \frac{1}{4}$, 得到答案.

【答案】 B.

【解析】

解: $\because DE \parallel AC$,

$\therefore \triangle DOE \sim \triangle COA$, 又 $S_{\triangle DOE} : S_{\triangle COA} = 1 : 25$,

$$\therefore \frac{DE}{AC} = \frac{1}{5},$$

$\because DE \parallel AC$,

$$\therefore \frac{BE}{BC} = \frac{DE}{AC} = \frac{1}{5},$$



$$\therefore \frac{BE}{EC} = \frac{1}{4},$$

$\therefore S_{\triangle BDE}$ 与 $S_{\triangle CDE}$ 的比是 1: 4,

故选: B.

【总结升华】 本题考查的是相似三角形的判定和性质, 掌握相似三角形的面积比等于相似比的平方是解题的关键.

【变式】【答案】 B.

提示: $\because$ 四边形 ABCD 为平行四边形,

$\therefore DC \parallel AB$,

$\therefore \triangle DFE \sim \triangle BFA$,

$\therefore DE: EC = 3: 1$,

$\therefore DE: DC = 1: 3 = 3: 4$,

$\therefore DE: AB = 3: 4$,

$\therefore S_{\triangle DFE}: S_{\triangle BFA} = 9: 16$.

故选: B.

4.

【思路点拨】 相似三角形对应的高, 中线, 角分线对应成比例.

【答案与解析】 $\because$ 四边形 EFGH 是矩形, $\therefore EH \parallel BC$,

$\therefore \triangle AEH \sim \triangle ABC$.

$\because AD \perp BC$,

$\therefore AD \perp EH$, $MD = EF$.

$\because$ 矩形两邻边之比为 1: 2,

设 $EF = x \text{ cm}$, 则 $EH = 2x \text{ cm}$.

由相似三角形对应高的比等于相似比, 得 $\frac{AM}{AD} = \frac{EH}{BC}$,

$$\therefore \frac{10 - x}{10} = \frac{2x}{30},$$

$$\therefore 20x = 300 - 30x,$$

$$\therefore x = 6.$$

$$\therefore EF = 6 \text{ cm}, EH = 12 \text{ cm}.$$

$$\therefore S_{\text{矩形EFGH}} = 6 \times 12 = 72 (\text{cm}^2).$$

【总结升华】 解决有关三角形的内接矩形、内接正方形的计算问题, 经常利用相似三角形“对应高的比等于相似比”和“面积比等于相似比的平方”的性质, 若图中没有高可以先作出高.

【变式】【答案】 设原地块为 $\triangle ABC$, 地块在甲图上为 $\triangle A_1B_1C_1$, 在乙图上为 $\triangle A_2B_2C_2$.

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1 \sim \triangle A_2B_2C_2$$



$$\text{且 } \frac{A_1B_1}{AB} = \frac{1}{200}, \quad \frac{A_2B_2}{AB} = \frac{1}{500},$$

$$\therefore \frac{A_1B_1}{A_2B_2} = \frac{A_1B_1}{AB} \cdot \frac{AB}{A_2B_2} = \frac{500}{200} = \frac{5}{2},$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle A_1B_1C_1}}{S_{\triangle A_2B_2C_2}} = \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}.$$

