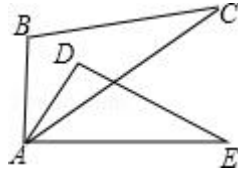




相似三角形判定定理的证明基础训练

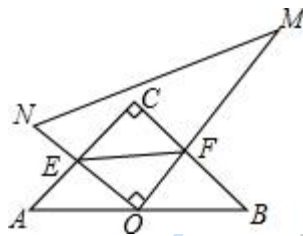
一、选择题

1. 如图，已知 $\angle C = \angle E$ ，则不一定能使 $\triangle ABC \sim \triangle ADE$ 的条件是 ()



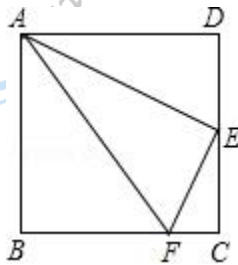
- A. $\angle BAD = \angle CAE$ B. $\angle B = \angle D$ C. $\frac{BC}{DE} = \frac{AC}{AE}$ D. $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$

2. 在 $\text{Rt}\triangle ACB$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = BC$ ，一直角三角板的直角顶角 O 在 AB 边的中点上，这块三角板绕 O 点旋转，两条直角边始终与 AC 、 BC 边分别相交于 E 、 F ，连接 EF ，则在运动过程中， $\triangle OEF$ 与 $\triangle ABC$ 的关系是 ()



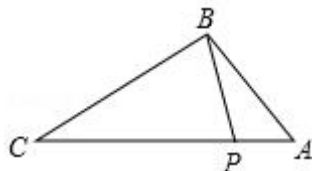
- A. 一定相似 B. 当 E 是 AC 中点时相似 C. 不一定相似 D. 无法判断

3. 如图，在正方形 $ABCD$ 中， E 是 CD 的中点，点 F 在 BC 上，且 $FC = \frac{1}{4}BC$ 。图中相似三角形共有 ()



- A. 1 对 B. 2 对 C. 3 对 D. 4 对

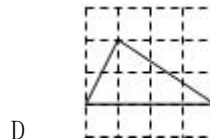
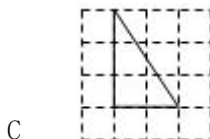
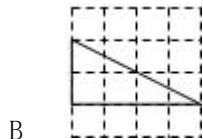
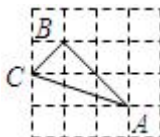
4. 如图，点 P 在 $\triangle ABC$ 的边 AC 上，要判断 $\triangle ABP \sim \triangle ACB$ ，添加一个条件，不正确的是 ()



- A. $\angle ABP = \angle C$ B. $\angle APB = \angle ABC$ C. $\frac{AP}{AB} = \frac{AB}{AC}$ D. $\frac{AB}{BP} = \frac{AC}{CB}$



5. 下列 4×4 的正方形网格中, 小正方形的边长均为 1, 三角形的顶点都在格点上, 则与 $\triangle ABC$ 相似的三角形所在的网格图形是 ()



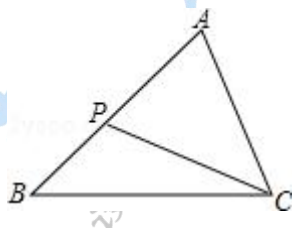
6. 在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 中, 有下列条件: (1) $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'}$; (2) $\frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'}$; (3) $\angle A = \angle A'$; (4) $\angle C = \angle C'$. 如果从中任取两个条件组成一组, 那么能判断 $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ 的共有多少组 ()

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

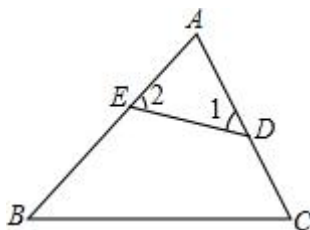
二、填空题

7. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, P 为 AB 上一点, 则下列四个条件中

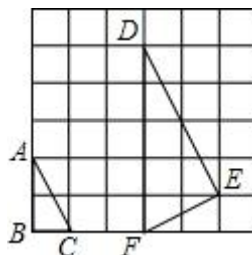
(1) $\angle ACP = \angle B$; (2) $\angle APC = \angle ACB$; (3) $AC^2 = AP \cdot AB$; (4) $AB \cdot CP = AP \cdot CB$, 其中能满足 $\triangle APC$ 和 $\triangle ACB$ 相似的条件有 _____ (填序号).



8. 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB > AC$, D, E 两点分别在边 AC, AB 上, 且 DE 与 BC 不平行. 请填上一个你认为合适的条件: _____, 使 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$. (不再添加其他的字母和线段; 只填一个条件, 多填不给分!)

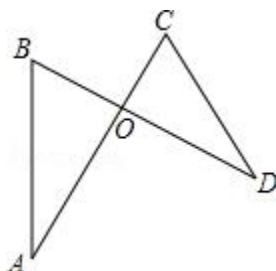


9. 如图, $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 的顶点均在方格纸中的小正方形方格 (边长为一个单位长) 的顶点处, 则 $\triangle ABC$ _____ $\triangle DEF$ (在横线上方填写“一定相似”或“不一定相似”或“一定不相似”).

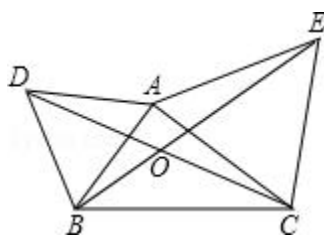




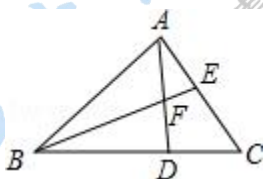
10. 如图, AC 与 BD 相交于点 O, 在 $\triangle AOB$ 和 $\triangle DOC$ 中, 已知 $\frac{OA}{OD} = \frac{OB}{OC}$, 又因为_____, 可证明 $\triangle AOB \sim \triangle DOC$.



11. 如图, $\triangle ABD$ 与 $\triangle AEC$ 都是等边三角形, $AB \neq AC$, 下列结论中: ① $BE=DC$; ② $\angle BOD=60^\circ$; ③ $\triangle BOD \sim \triangle COE$. 正确的序号是_____.

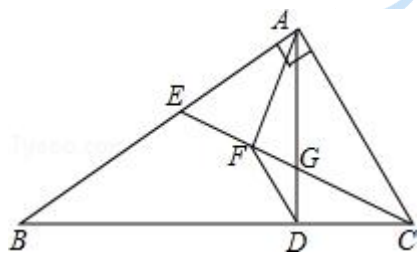


12. 如图, D 是 $\triangle ABC$ 的边 BC 上的一点, $\angle BAD = \angle C$, $\angle ABC$ 的平分线分别与 AC、AD 相交于点 E、F, 则图形中共有_____对相似三角形. (不添加任何辅助线)



三、解答题

13. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $\angle BAC=90^\circ$, $AD \perp BC$ 于 D, E 是 AB 上一点, $AF \perp CE$ 于 F, AD 交 CE 于 G 点,
(1) 求证: $AC^2 = CE \cdot CF$;
(2) 若 $\angle B=38^\circ$, 求 $\angle CFD$ 的度数.

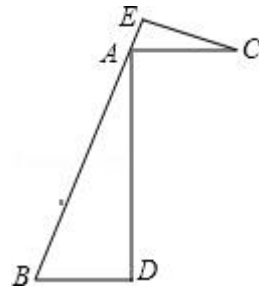




14. 如图, $AB=3AC$, $BD=3AE$, 又 $BD \parallel AC$, 点 B, A, E 在同一条直线上.

(1) 求证: $\triangle ABD \sim \triangle CAE$;

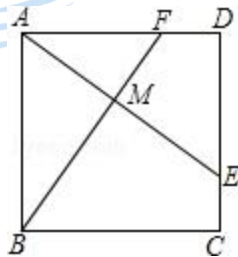
(2) 如果 $AC=BD$, $AD=2\sqrt{2}BD$, 设 $BD=a$, 求 BC 的长.



15. 已知: 正方形 $ABCD$ 中, E, F 分别是边 CD, DA 上的点, 且 $CE=DF$, AE 与 BF 交于点 M .

(1) 求证: $\triangle ABF \cong \triangle DAE$;

(2) 找出图中与 $\triangle ABM$ 相似的所有三角形 (不添加任何辅助线).





相似三角形判定定理的证明基础训练

一、选择题

1. 【答案】D;

【解析】由题意得, $\angle C = \angle E$,

A、若添加 $\angle BAD = \angle CAE$, 则可得 $\angle BAC = \angle DAE$, 利用两角法可判断 $\triangle ABC \sim \triangle ADE$, 故本选项错误;

B、若添加 $\angle B = \angle D$, 利用两角法可判断 $\triangle ABC \sim \triangle ADE$, 故本选项错误;

C、若添加 $\frac{BC}{DE} = \frac{AC}{AE}$, 利用两边及其夹角法可判断 $\triangle ABC \sim \triangle ADE$, 故本选项错误;

D、若添加 $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$, 不能判定 $\triangle ABC \sim \triangle ADE$, 故本选项正确;

故选 D.

2. 【答案】A.

【解析】连结 OC,

$\because \angle C = 90^\circ$, $AC = BC$,

$\therefore \angle B = 45^\circ$,

$\because$ 点 O 为 AB 的中点,

$\therefore OC = OB$, $\angle ACO = \angle BCO = 45^\circ$,

$\because \angle EOC + \angle COF = \angle COF + \angle BOF = 90^\circ$,

$\therefore \angle EOC = \angle BOF$,

在 $\triangle COE$ 和 $\triangle BOF$ 中,

$$\begin{cases} \angle OCE = \angle B \\ OC = OB \\ \angle EOC = \angle FOB \end{cases}$$

$\therefore \triangle COE \cong \triangle BOF$ (ASA),

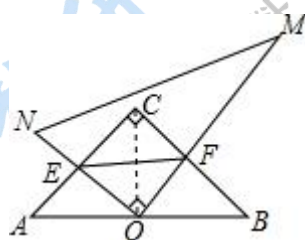
$\therefore OE = OF$,

$\therefore \triangle OEF$ 是等腰直角三角形,

$\therefore \angle OEF = \angle OFE = \angle A = \angle B = 45^\circ$,

$\therefore \triangle OEF \sim \triangle CAB$.

故选 A.



3. 【答案】C;

【解析】图中相似三角形共有 3 对. 理由如下:

$\because$ 四边形 ABCD 是正方形,

$\therefore \angle D = \angle C = 90^\circ$, $AD = DC = CB$,

$\because DE = CE$, $FC = \frac{1}{4}BC$,

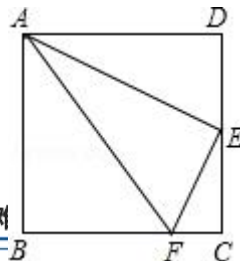
$\therefore DE : CF = AD : EC = 2 : 1$,

$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ECF$,

$\therefore AE : EF = AD : EC$, $\angle DAE = \angle CEF$,

$\therefore AE : EF = AD : DE$,

即 $AD : AE = DE : EF$,





$\because \angle DAE + \angle AED = 90^\circ$,
 $\therefore \angle CEF + \angle AED = 90^\circ$,
 $\therefore \angle AEF = 90^\circ$,
 $\therefore \angle D = \angle AEF$,
 $\therefore \triangle ADE \sim \triangle AEF$,
 $\therefore \triangle AEF \sim \triangle ADE \sim \triangle ECF$,
 即 $\triangle ADE \sim \triangle ECF$, $\triangle ADE \sim \triangle AEF$, $\triangle AEF \sim \triangle ECF$.
 故选 C.

4. 【答案】D.

【解析】A、当 $\angle ABP = \angle C$ 时, 又 $\because \angle A = \angle A$, $\therefore \triangle ABP \sim \triangle ACB$, 故此选项错误;

B、当 $\angle APB = \angle ABC$ 时, 又 $\because \angle A = \angle A$, $\therefore \triangle ABP \sim \triangle ACB$, 故此选项错误;

C、当 $\frac{AP}{AB} = \frac{AB}{AC}$ 时, 又 $\because \angle A = \angle A$, $\therefore \triangle ABP \sim \triangle ACB$, 故此选项错误;

D、无法得到 $\triangle ABP \sim \triangle ACB$, 故此选项正确.

故选: D.

5. 【答案】B;

【解析】根据勾股定理, $AB = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$,

$$BC = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2},$$

$$AC = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10},$$

所以 $\triangle ABC$ 的三边之比为 $\sqrt{2} : 2\sqrt{2} : \sqrt{10} = 1 : 2 : \sqrt{5}$,

A、三角形的三边分别为 2, $\sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}$, $\sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}$, 三边之比为 $2 : \sqrt{10} : 3\sqrt{2} = \sqrt{2} : \sqrt{5} : 3$, 故本选项错误;

B、三角形的三边分别为 2, 4, $\sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}$, 三边之比为 $2 : 4 : 2\sqrt{5} = 1 : 2 : \sqrt{5}$, 故本选项正确;

C、三角形的三边分别为 2, 3, $\sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$, 三边之比为 $2 : 3 : \sqrt{13}$, 故本选项错误;

D、三角形的三边分别为 $\sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$, $\sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$, 4, 三边之比为 $\sqrt{5} : \sqrt{13} : 4$, 故本选项错误.

6. 【答案】C;

【解析】能判断 $\triangle ABC \sim \triangle A' B' C'$ 的有: (1) (2), (2) (4), (3) (4),

$\therefore$ 能判断 $\triangle ABC \sim \triangle A' B' C'$ 的共有 3 组.

故选 C.

二、填空题

7. 【答案】 (1)、(2)、(3) .

【解析】 $\because \angle PAC = \angle CAB$,

$\therefore$ 当 $\angle ACP = \angle B$ 时, $\triangle ACP \sim \triangle ABC$, 所以 (1) 正确;

当 $\angle APC = \angle ACB$ 时, $\triangle ACP \sim \triangle ABC$, 所以 (2) 正确;



当 $\frac{AP}{AC} = \frac{AC}{AB}$, 即 $AC^2 = AP \cdot AB$ 时, $\triangle ACP \sim \triangle APC$, 所以 (3) 正确, (4) 错误.

故答案为: (1), (2) (3).

8. 【答案】 $\angle C = \angle 2$ 或 $\angle B = \angle 1$ 或 $\frac{AE}{AC} = \frac{AD}{AB}$;

9. 【答案】 一定相似;

【解析】 根据图示知:

$$\begin{aligned} AB &= 2, BC = 1, AC = \sqrt{5}; \\ DE &= 2\sqrt{5}, EF = \sqrt{5}, DF = 5, \\ \therefore \frac{AB}{DE} \cdot \frac{BC}{EF} \cdot \frac{AC}{DF} &= \frac{1}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{5}, \\ \therefore \triangle ABC &\sim \triangle DEF. \end{aligned}$$

故答案是: 一定相似.

10. 【答案】 $\angle AOB = \angle DOC$;

【解析】 $\because \frac{OA}{OD} = \frac{OB}{OC}$, $\angle AOB = \angle DOC$,

$\therefore \triangle AOB \sim \triangle DOC$ (两边对应成比例, 夹角相等, 两三角形相似).

故答案为: $\angle AOB = \angle DOC$.

11. 【答案】 ①②;

【解析】 $\because \triangle ABD$ 、 $\triangle AEC$ 都是等边三角形,

$\therefore AD = AB$, $AE = AC$, $\angle DAB = \angle CAE = 60^\circ$,

$\therefore \angle DAC = \angle BAC + 60^\circ$,

$\angle BAE = \angle BAC + 60^\circ$,

$\therefore \angle DAC = \angle BAE$,

$\therefore \triangle DAC \cong \triangle BAE$,

$\therefore BE = DC$.

$\therefore \angle ADC = \angle ABE$,

$\therefore \angle BOD + \angle BDO + \angle DBO = 180^\circ$,

$\therefore \angle BOD = 180^\circ - \angle BDO - \angle DBO$

$= 180^\circ - (60^\circ - \angle ADC) - (60^\circ + \angle ABE) = 60^\circ$,

$\therefore \triangle DAC \cong \triangle BAE$,

$\therefore \angle ADC = \angle ABE$, $\angle AEB = \angle ACD$,

$\therefore \angle DBO = \angle ABD + \angle ABE = 60^\circ + \angle ABE$, $\angle OCE = \angle ACE + \angle ACO = 60^\circ + \angle ACD$,

$\therefore \angle ABE \neq \angle ACD$,

$\therefore \angle DBO \neq \angle OCE$,

$\therefore$ 两个三角形的最大角不相等,

$\therefore \triangle BOD$ 不相似于 $\triangle COE$;

故答案为: ①②.

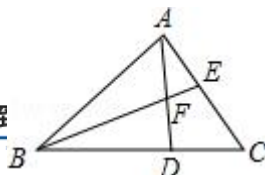
12. 【答案】 3

【解析】 在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DBA$ 中,

$\therefore \angle ABD = \angle ABD$, $\angle BAD = \angle C$,

$\therefore \triangle ABC \sim \triangle DBA$,

在 $\triangle ABF$ 与 $\triangle CBE$ 中,





$\because$ BF 平分 $\angle ABC$,
 $\therefore \angle ABF = \angle CBE$,
 又 $\angle BAF = \angle BCE$,
 $\therefore \triangle ABF \sim \triangle CBE$.
 同理可证得: $\triangle ABE \sim \triangle DBF$,
 所以图形中共有 3 对相似三角形.
 故答案为: 3.

三、解答题

13. 【解析】解: (1) $\because AD \perp BC$,

$$\therefore \angle CFA = 90^\circ,$$

$$\because \angle BAC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CFA = \angle BAC,$$

$$\therefore \angle ACF = \angle FCA,$$

$$\therefore \triangle CAF \sim \triangle CEA,$$

$$\therefore \frac{AC}{CE} = \frac{CF}{CA},$$

$$\therefore CA^2 = CE \cdot CF;$$

$$(2) \because \angle CAB = \angle CDA, \angle ACD = \angle BCA,$$

$$\therefore \triangle CAD \sim \triangle CBA,$$

$$\therefore \frac{CA}{CB} = \frac{CD}{CA},$$

$$\therefore CA^2 = CB \times CD,$$

$$\text{同理可得: } CA^2 = CF \times CE,$$

$$\therefore CD \cdot BC = CF \cdot CE,$$

$$\therefore \frac{CF}{BC} = \frac{CD}{CE},$$

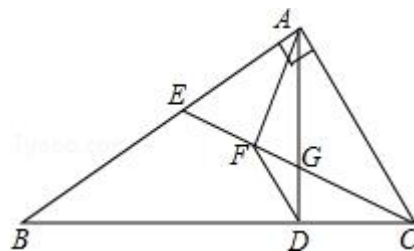
$$\therefore \angle DCF = \angle ECB,$$

$$\therefore \triangle CDF \sim \triangle CEB,$$

$$\therefore \angle CFD = \angle B,$$

$$\because \angle B = 38^\circ,$$

$$\therefore \angle CFD = 38^\circ.$$



14. 【解析】

(1) 证明: $\because BD \parallel AC$, 点 B, A, E 在同一条直线上,

$$\therefore \angle DBA = \angle CAE,$$

$$\text{又} \because \frac{AB}{AC} = \frac{BD}{AE} = 3,$$

$$\therefore \triangle ABD \sim \triangle CAE;$$

(2) 连接 BC,

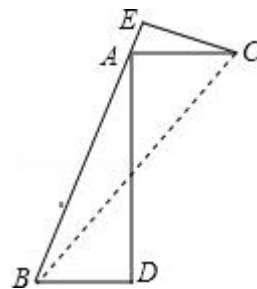
$$\because AB = 3AC = 3BD, AD = 2\sqrt{2}BD,$$

$$\therefore AD^2 + BD^2 = 8BD^2 + BD^2 = 9BD^2 = AB^2,$$

$$\therefore \angle D = 90^\circ,$$

由 (1) 得 $\triangle ABD \sim \triangle CAE$

$$\therefore \angle E = \angle D = 90^\circ,$$





$$\begin{aligned} \because AE &= \frac{1}{3}BD, EC = \frac{1}{3}AD = \frac{2}{3}\sqrt{2}BD, AB = 3BD, \\ \therefore \text{在 Rt}\triangle BCE \text{ 中, } BC^2 &= (AB+AE)^2 + EC^2 \\ &= \left(3BD + \frac{1}{3}BD\right)^2 + \left(\frac{2\sqrt{2}}{3}BD\right)^2 = \frac{108}{9}BD^2 = 12a^2, \\ \therefore BC &= 2\sqrt{3}a. \end{aligned}$$

15. 【解析】

(1) 证明: $\because$ ABCD 是正方形,

$$\therefore AB=AD=CD, \angle BAD=\angle ADC=90^\circ.$$

$$\because CE=DF,$$

$$\therefore AD - DF = CD - CE.$$

$$\therefore AF=DE.$$

$$\text{在 } \triangle ABF \text{ 与 } \triangle DAE \text{ 中 } \begin{cases} AB=DA \text{ (已证)} \\ \angle BAF=\angle ADE \text{ (已证)}, \\ AF=DE \text{ (已证)} \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABF \cong \triangle DAE \text{ (SAS)}.$$

(2) 解: 与 $\triangle ABM$ 相似的三角形有: $\triangle FAM$; $\triangle FBA$; $\triangle EAD$,

$$\because \triangle ABF \cong \triangle DAE,$$

$$\therefore \angle FBA = \angle EAD.$$

$$\because \angle FBA + \angle AFM = 90^\circ, \angle EAF + \angle BAM = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAM = \angle AFM.$$

$$\therefore \triangle ABM \sim \triangle FAM.$$

$$\text{同理: } \triangle ABM \sim \triangle FBA; \triangle ABM \sim \triangle EAD.$$