



湘教版九上数学月考卷（四）

一、单选题

1. 下面四组线段中不能成比例线段的是（ ）

- A. 3、6、2、4 B. 4、6、5、10 C. 1、2、3、6 D. 25、20、5、4

2. 下列方程是一元二次方程的是（ ）

- A. $ax^2+bx+c=0$ B. $x^2-y+1=0$
C. $x^2=5$ D. $x+\frac{1}{x^2}-1=0$

3. 已知反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象经过点 (2, 3)，下列各点也在这个函数图象上的是（ ）

- A. (1, 5) B. (4, 2) C. (-2, -3) D. (3, -2)

4. 已知 $2x=3y$ ($xy \neq 0$)，那么下列比例式中成立的是（ ）

- A. $\frac{x}{y}=\frac{2}{3}$ B. $\frac{x}{2}=\frac{y}{3}$ C. $\frac{x}{3}=\frac{y}{2}$ D. $\frac{x}{2}=\frac{3}{y}$

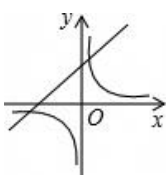
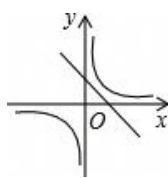
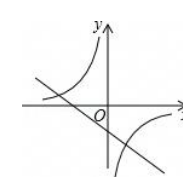
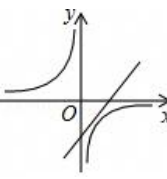
5. 一元二次方程 $x^2-6x+5=0$ 配方可变形为（ ）

- A. $(x-3)^2=4$ B. $(x+3)^2=14$ C. $(x-3)^2=14$ D. $(x+3)^2=4$

6. 若关于 x 的方程 $kx^2-3x-\frac{9}{4}=0$ 有实数根，则实数 k 的取值范围是（ ）

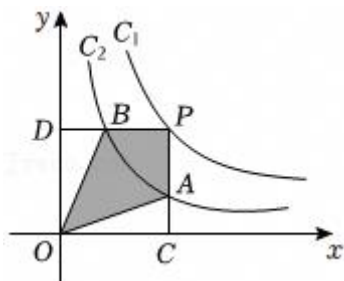
- A. $k \neq 0$ B. $k \geq -1$ 且 $k \neq 0$ C. $k \geq -1$ D. $k > -1$ 且 $k \neq 0$

7. 在同一坐标系中，函数 $y=kx-1$ 与函数 $y=\frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象大致是（ ）

- A.  B.  C.  D. 

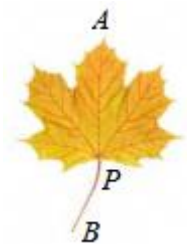


8. 如图，已知两个反比例函数 $C_1: y = \frac{1}{x}$ 和 $C_2: y = \frac{1}{3x}$ 在第一象限内的图象，设点 P 在 C_1 上， $PC \perp x$ 轴于点 C ，交 C_2 于点 A ， $PD \perp y$ 轴于点 D ，交 C_2 于点 B ，则四边形 $PAOB$ 的面积为 ()



- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{2}{3}$ C. 1 D. 3

9. 大自然是美的设计师，即使是一片小小的树叶，也蕴含着“黄金分割”，如图， P 为 AB 的黄金分割点 ($AP > PB$)，则下列结论中正确的是 ()



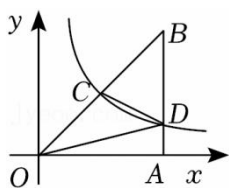
- A. $AB^2 = AP^2 + BP^2$ B. $BP^2 = AP \cdot BA$
C. $\frac{AP}{BP} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ D. $\frac{BP}{AP} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$

10. 如果关于 x 的一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 有两个实数根，且其中一个根为另一个根的两倍，则称这样的方程为“2倍根方程”，以下说法不正确的是 ()
- A. 方程 $x^2 - 3x + 2 = 0$ 是 2 倍根方程
- B. 若关于 x 的方程 $(x - 2)(mx + n) = 0$ 是 2 倍根方程，则 $m + n = 0$
- C. 若 $m + n = 0$ 且 $m \neq 0$ ，则关于 x 的方程 $(x - 2)(mx + n) = 0$ 是 2 倍根方程
- D. 若 $2m + n = 0$ 且 $m \neq 0$ ，则关于 x 的方程 $x^2 + (m - n)x - mn = 0$ 是 2 倍根方程



二、填空题

11. 若 $\frac{a}{b} = \frac{2}{3}$, 则 $\frac{a}{a+b} =$ _____ .
12. 某同学的身高为 1.8 米, 某一时刻他在阳光下的影子长为 1.2 米, 与他相邻的一棵树的影子长为 3.6 米, 则这棵树的高度是 _____ .
13. 若 m 是关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 的一个根, 则 $2m^2 - 6m + 2024 =$ _____ .
14. 在反比例函数 $y = \frac{m-3}{x}$ 的图象的每一支曲线上, 函数值 y 随自变量 x 的增大而增大, 则 m 的取值范围是 _____ .
15. 某气球内充满了一定质量的气体, 在温度不变的条件下, 气球内气体的压强 p (Pa) 是气球体积 V (m^3) 的反比例函数, 且当 $V = 3m^3$ 时, $p = 8000Pa$. 当气球内的气体压强小于 $40000Pa$ 时, 气球将爆炸, 为确保气球不爆炸, 气球的体积应不小于 _____ m^3 .
16. 在中秋晚会上, 同学们互送礼物, 共送出的礼物有 110 件, 则参加晚会的同学共有 _____ 人.
17. 某种药品经过连续两次降价后, 由每盒 200 元下调至 128 元, 已知每次下降的百分率相同. 这种药品每次降价的百分率是 _____ .
18. 如图, 在平面直角坐标系中, $\triangle OAB$ 的边 OA 在 x 轴正半轴上, 其中 $\angle OAB = 90^\circ$, $AO = AB$, 点 C 为斜边 OB 的中点, 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0, x > 0$) 的图象过点 C 且交线段 AB 于点 D , 连接 CD, OD , 若 $S_{\triangle OCD} = \frac{3}{2}$, 则 k 的值为 _____ .





三、解答题

19. 解方程：

$$(1) x^2 - 6x + 8 = 0;$$

$$(2) (1 - 3x)^2 = 2(3x - 1).$$

20. 解方程 $(x^2 - 1)^2 - 5(x^2 - 1) + 4 = 0$ 时，我们可以将 $x^2 - 1$ 视为一个整体，设 $x^2 - 1 = y$ ，
则 $y^2 = (x^2 - 1)^2$ ，原方程化为 $y^2 - 5y + 4 = 0$ ，解此方程，得 $y_1 = 1$ ， $y_2 = 4$ 。

当 $y = 1$ 时， $x^2 - 1 = 1$ ， $x^2 = 2$ ， $\therefore x = \pm \sqrt{2}$ ；

当 $y = 4$ 时， $x^2 - 1 = 4$ ， $x^2 = 5$ ， $\therefore x = \pm \sqrt{5}$ ；

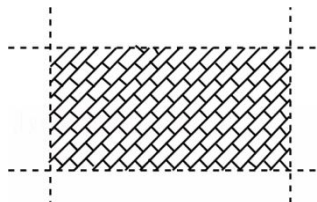
$\therefore$ 原方程的解为 $x_1 = \sqrt{2}$ ， $x_2 = -\sqrt{2}$ ， $x_3 = \sqrt{5}$ ， $x_4 = -\sqrt{5}$ 。

以上方法就叫换元法，达到了降次的目的，体现了转化的思想。

运用上述方法解方程： $(x^2 + 2x)^2 - (x^2 + 2x) - 6 = 0$ 。



21. 如图，在一长为 40cm，宽为 28cm 的矩形铁皮的四角截去四个全等的小正方形后，折成一个无盖的长方体盒子．若已知长方体盒子的底面积为 364cm^2 ，求截去的四个小正方形的边长．



22. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - (m - 3)x - m = 0$ ．

(1) 求证：方程有两个不相等的实数根；

(2) 如果方程的两实根为 x_1, x_2 ，且 $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 7$ ，求 m 的值．

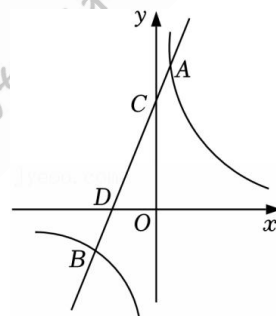


23. 某超市销售一种饮料，进价为每箱 48 元，规定售价不低于进价. 现在的售价为每箱 60 元，每月可销售 60 箱. 现为了减少库存，决定对该饮料降价销售，市场调查发现：若这种饮料的售价每降价 1 元，则每月的销量将增加 10 箱.

- (1) 若该超市预计 12 月份要获得 770 元的利润，则每箱饮料售价应定为多少元？
- (2) 该超市能否每月获得 880 元的利润？若能，求出售价为多少元？若不能，请说明理由.

24. 如图，一次函数 $y=kx+b$ 与反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ 的图象交于点 A (1, 8)、B (n, -2)，与 x 轴交于点 D，与 y 轴交于点 C.

- (1) 求一次函数和反比例函数的表达式；
- (2) 观察函数图象，直接写出不等式 $kx+b < \frac{m}{x}$ 的解集.
- (3) 连接 AO, BO, 求 $\triangle AOB$ 的面积.





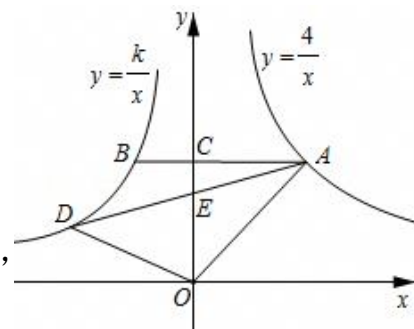
25. 如图, 点 $A(a, 2)$ 在反比例函数 $y = \frac{4}{x}$ 的图象上, $AB \parallel x$ 轴, 且交 y 轴于点 C , 交反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 于点 B , 已知 $AC = 2BC$.

(1) 求直线 OA 的解析式;

(2) 求反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的解析式;

(3) 点 D 为反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 上一动点, 连接 AD 交 y 轴于点 E ,

当 E 为 AD 中点时, 求 $\triangle OAD$ 的面积.





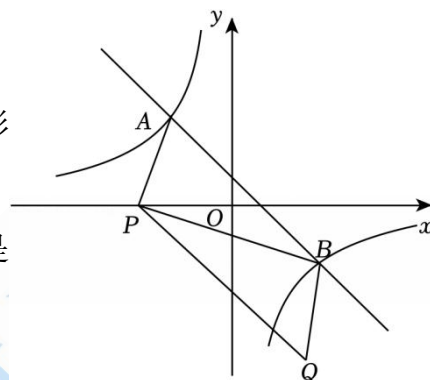
26. 定义：把能被一条对角线分成两个全等直角三角形的四边形叫做勾股四边形，比如：矩形就是勾股四边形.

(1) 如图，在直角坐标系 xOy 中，直线 $y = -x + 1$ 与双曲线 $y = \frac{-6}{x}$ 相交于 A, B 两点，点 P $(-3, 0)$ 在 x 轴负半轴上， Q 为直角坐标平面上一点.

①分别求出 A, B 两点的坐标；

②如图，当四边形 $APQB$ 是平行四边形时，请证明平行四边形 $APQB$ 是勾股四边形.

(2) 在 (1) 的条件下，当以 A, B, P, Q 为顶点的四边形是勾股四边形时，请直接写出 Q 点的坐标.





湘教版九上数学月考卷（四）

参考答案与试题解析

一、单选题

1. 【分析】根据两内项之积等于两外项之积逐项分析即可.

【解答】解：A、 $2 \times 6 = 3 \times 4$ ，能成比例，不符合题意；

B、 $4 \times 10 \neq 5 \times 6$ ，不能成比例，符合题意；

C、 $1 \times 6 = 2 \times 3$ ，能成比例，不符合题意；

D、 $25 \times 4 = 20 \times 5$ ，能成比例，不符合题意；

故选：B.

【点评】本题考查了成立比例的线段，在四条线段中，如果其中的两条线段的比等于另外两条线段的比，那么这四条线段叫做成比例线段，简称比例线段.

2. 【分析】本题根据一元二次方程的定义求解.

一元二次方程必须满足两个条件：

（1）未知数的最高次数是 2；

（2）二次项系数不为 0.

【解答】解：A、当 $a=0$ 时，该方程不是一元二次方程，故本选项错误.

B、该方程中含有 2 个未知数，不是一元二次方程，故本选项错误；

C、该方程符合一元二次方程的定义，故本选项正确；

D、该方程属于分式方程，故本选项错误；

故选：C.

【点评】本题考查了一元二次方程的概念. 只有一个未知数且未知数最高次数为 2 的整式方程叫做一元二次方程，一般形式是 $ax^2+bx+c=0$ （且 $a \neq 0$ ）. 特别要注意 $a \neq 0$ 的条件. 这是在做题过程中容易忽视的知识点.

3. 【分析】由点 P 在反比例函数图象上可求出 k 的值，再求出四个选项中点的横纵坐标之积，比照后即可得出结论.

【解答】解： $\because$ 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ （ $k \neq 0$ ）的图象经过点 P（2，3），

$\therefore k = 2 \times 3 = 6$,

A、 $1 \times 5 = 5$;



B、 $4 \times 2 = 8$;

C、 $(-2) \times (-3) = 6$;

D、 $3 \times (-2) = -6$,

故选项 A、B、D 不符合题意，选项 C 符合题意，

故选：C.

【点评】本题考查了反比例函数图象上点的坐标特征，解题的关键是求出 $k=6$.

4. 【分析】利用比例的基本性质，把每一个选项中的比例式化成等积式即可解答.

【解答】解：A. 因为 $\frac{x}{y} = \frac{2}{3}$ ，所以 $3x=2y$ ，故 A 不符合题意；

B. 因为 $\frac{x}{2} = \frac{y}{3}$ ，所以 $3x=2y$ ，故 B 不符合题意；

C. 因为 $\frac{x}{3} = \frac{y}{2}$ ，所以 $2x=3y$ ，故 C 符合题意；

D. 因为 $\frac{x}{2} = \frac{3}{y}$ ，所以 $xy=6$ ，故 D 不符合题意；

故选：C.

【点评】本题考查了比例的性质，熟练掌握比例的基本性质是解题的关键.

5. 【分析】方程两边都加上 4，即可将原方程配方.

【解答】解： $x^2 - 6x + 5 = 0$,

$$\therefore x^2 - 6x + 5 + 4 = 4,$$

$$\therefore (x - 3)^2 = 4,$$

故选：A.

【点评】本题考查了一元二次方程的配方，正确掌握完全平方式的特点解题的关键.

6. 【分析】讨论：当 $k=0$ 时，方程化为 $-3x - \frac{9}{4} = 0$ ，方程有一个实数解；当 $k \neq 0$ 时， $\Delta = (-3)^2 - 4k \cdot (-\frac{9}{4}) \geq 0$ ，然后求出两个种情况下的 k 的公共部分即可.

【解答】解：当 $k=0$ 时，方程化为 $-3x - \frac{9}{4} = 0$ ，解得 $x = -\frac{3}{4}$;

$$\text{当 } k \neq 0 \text{ 时, } \Delta = (-3)^2 - 4k \cdot (-\frac{9}{4}) \geq 0,$$

解得 $k \geq -1$,

所以 k 的范围为 $k \geq -1$.

故选：C.



【点评】本题考查了根的判别式：一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 的根与 $\Delta = b^2 - 4ac$ 有如下关系：当 $\Delta > 0$ 时，方程有两个不相等的实数根；当 $\Delta = 0$ 时，方程有两个相等的实数根；当 $\Delta < 0$ 时，方程无实数根。

7. 【分析】分析当 $k > 0$ 及 $k < 0$ 时，两函数图象经过的象限，对照四个选项即可得出结论。

【解答】解：当 $k > 0$ 时，一次函数 $y=kx-1$ 的图象经过第一、三、四象限，反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象在第一、三象限；

当 $k < 0$ 时，一次函数 $y=kx-1$ 的图象经过第二、三、四象限，反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象在第二、四象限。

故选：C.

【点评】本题考查了一次函数图象与系数的关系以及反比例函数的图象，分 $k > 0$ 及 $k < 0$ 两种情况寻找函数图象是解题的关键。

8. 【分析】根据反比例函数比例系数 k 的几何意义得到 $S_{\triangle AOC} = S_{\triangle BOD} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$ ， $S_{\text{矩形}PCOD} = 1$ ，然后利用矩形面积分别减去两个三角形的面积即可得到四边形 $PAOB$ 的面积。

【解答】解： $\because S_{\triangle AOC} = S_{\triangle BOD} = \frac{1}{2} \cdot \left| \frac{1}{3} \right| = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$ ， $S_{\text{矩形}PCOD} = 1$ ，

$\therefore$ 四边形 $PAOB$ 的面积 $= S_{\text{矩形}PCOD} - S_{\triangle AOC} - S_{\triangle BOD} = 1 - 2 \times \frac{1}{6} = \frac{2}{3}$ ，

故选：B.

【点评】本题考查了反比例函数比例系数 k 的几何意义，关键掌握反比例函数的性质和反比例函数比例系数 k 的几何意义。

9. 【分析】由黄金分割的定义得 $AP^2 = BP \cdot BA$ ， $\frac{BP}{AP} = \frac{AP}{AB} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ ，即可求解。

【解答】解： $\because P$ 为 AB 的黄金分割点 ($AP > PB$)，

$\therefore AP^2 = BP \cdot BA$ ， $\frac{BP}{AP} = \frac{AP}{AB} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ ，故选项 A、B、C 不符合题意，选项 D 符合题意，

故选：D.

【点评】此题考查了黄金分割：把线段 AB 分成两条线段 AC 和 BC ($AC > BC$)，且使 AC 是 AB 和 BC 的比例中项 (即 $AB:AC=AC:BC$)，叫做把线段 AB 黄金分割，点 C 叫做线段 AB 的黄金分割点。

10. 【分析】通过解一元二次方程可对 A 进行判断；先解方程得到 $x_1=2$ ， $x_2=-\frac{n}{m}$ ，然后通过



分类讨论得到 m 和 n 的关系，则可对 B 进行判断；先解方程，则利用 $m+n=0$ 可判断两根的关系，则可对 C 进行判断；先解方程，则利用 $2m+n=0$ 可判断两根的关系，则可对 D 进行判断。

【解答】解：A、解方程 $x^2 - 3x + 2 = 0$ 得 $x_1 = 1$, $x_2 = 2$ ，所以 A 选项的说法正确，不符合题意；

B、解方程得 $x_1 = 2$, $x_2 = -\frac{n}{m}$ ，当 $-\frac{n}{m} = 2 \times 2$ ，则 $4m+n=0$ ；当 $-\frac{n}{m} = \frac{1}{2} \times 2$ ，则 $m+n=0$ ，所以 B 选项的说法错误，符合题意；

C、解方程得 $x_1 = 2$, $x_2 = -\frac{n}{m}$ ，而 $m+n=0$ ，则 $x_2 = 1$ ，所以 C 选项的说法正确，不符合题意；

D、解方程得 $x_1 = -m$, $x_2 = n$ ，而 $2m+n=0$ ，即 $n = -2m$ ，所以 $x_2 = 2x_1$ ，所以 D 选项的说法正确，不符合题意。

故选：B。

【点评】本题考查了根与系数的关系：若 x_1 , x_2 是一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 的两根时， $x_1+x_2=-\frac{b}{a}$, $x_1 \cdot x_2=\frac{c}{a}$ 。也考查了一元二次方程的解和解一元二次方程。

二、填空题

11. **【分析】**由 $\frac{a}{b} = \frac{2}{3}$ ，得 $a = \frac{2}{3}b$ ，代入所求的式子化简即可。

【解答】解：由 $\frac{a}{b} = \frac{2}{3}$ ，得 $a = \frac{2}{3}b$ ，

$$\therefore \frac{a}{a+b} = \frac{\frac{2}{3}b}{\frac{2}{3}b+b} = \frac{2b}{2b+3b} = \frac{2b}{5b} = \frac{2}{5}.$$

故答案为： $\frac{2}{5}$ 。

【点评】解题关键是用到了整体代入的思想。

12. **【分析】**设这棵树高度为 h ，根据同一时刻物高与影长成正比列出关于 h 的方程，求出 h 的值即可。

【解答】解：设这棵树高度为 hm ，

$\therefore$ 同一时刻物高与影长成正比，

$$\therefore \frac{1.8}{1.2} = \frac{h}{3.6},$$

解得 $h=5.4$ 。



故答案为：5.4.

【点评】本题考查的是相似三角形的应用，熟知同一时刻物高与影长成正比是解答此题的关键.

13. 【分析】先根据一元二次方程的根的定义可得 $m^2 - 3m + 1 = 0$ ，从而可得 $m^2 - 3m = -1$ ，再代入计算即可得.

【解答】解：由条件可知 $m^2 - 3m + 1 = 0$ ，即 $m^2 - 3m = -1$ ，

则 $2m^2 - 6m + 2024 = 2(m^2 - 3m) + 2024 = 2 \times (-1) + 2024 = 2022$ ，

故答案为：2022.

【点评】本题考查了一元二次方程的根，熟练掌握该知识点是关键.

14. 【分析】对于函数 $y = \frac{k}{x}$ 来说，当 $k < 0$ 时，每一条曲线上， y 随 x 的增大而增大；当 $k > 0$ 时，每一条曲线上， y 随 x 的增大而减小，所以根据已知中：图象的每一支曲线上，函数值 y 随自变量 x 的增大而增大列不等式： $m - 3 < 0$ ，解出即可.

【解答】解：反比例函数 $y = \frac{m-3}{x}$ 图象上的每一条曲线上， y 随 x 的增大而增大，

$\therefore m - 3 < 0$ ，

$\therefore m < 3$.

故答案为： $m < 3$.

【点评】本题考查反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的增减性的判定. 在解题时，要注意整体思想的运用. 易错易混点：学生对解析式中 k 的意义不理解，直接认为 $m < 0$.

15. 【分析】设气球内气体的压强 p (Pa) 与气球体积 V (m^3) 之间的函数解析式为 $P = \frac{k}{V}$ ，把 $V = 3m^3$ 时， $p = 8000Pa$ 代入解析式求出 k 值，得到 P 关于 V 的函数解析式，再根据气球内的气体压强大于 $40000Pa$ 得到关于 V 的不等式，从而确定正确的答案.

【解答】解：设气球内气体的压强 p (Pa) 与气球体积 V (m^3) 之间的函数解析式为 $P = \frac{k}{V}$.

$\because$ 当 $V = 3m^3$ 时， $p = 8000Pa$ ，

$\therefore k = Vp = 3 \times 8000 = 24000$ ，

$\therefore p = \frac{24000}{V}$ ，

$\because$ 气球内的气压大于 $40000Pa$ 时，气球将爆炸，

$\therefore p \leq 40000$ 时，气球不爆炸，



$$\therefore \frac{24000}{V} \leq 40000,$$

解得： $V \geq 0.6$,

$\therefore$ 为确保气球不爆炸，气球的体积应不小于 0.6m^3 .

故答案为：0.6.

【点评】 本题考查了反比例函数的实际应用，关键是建立函数关系式，并会运用函数关系式解答题目的问题.

16. **【分析】** 设参加晚会的同学共有 x 人，则每个同学需送出 $(x-1)$ 件礼品，根据晚会上共送出礼物 110 件，即可得出关于 x 的一元二次方程，解之取其正值即可得出结论.

【解答】 解：设参加晚会的同学共有 x 人，则每个同学需送出 $(x-1)$ 件礼品，依题意，得： $x(x-1)=110$,

解得： $x_1=11$, $x_2=-10$ (不合题意，舍去).

故答案为：11.

【点评】 本题考查了一元二次方程的应用，找准等量关系，正确列出一元二次方程是解题的关键.

17. **【分析】** 设这种药品平均每次降价的百分率为 x ，根据某种药品经过连续两次降价后，由每盒 200 元下调至 128 元，即可得出关于 x 的一元二次方程，解之取符合题意的值即可.

【解答】 解：设这种药品平均每次降价的百分率为 x ，依题意得： $200(1-x)^2=128$,

解得： $x_1=0.2=20\%$, $x_2=1.8$ (不合题意，舍去).

即这种药品每次降价的百分率是 20%，

故答案为：20%.

【点评】 本题考查了一元二次方程的应用，找准等量关系，正确列出一元二次方程是解题的关键.

18. **【分析】** 根据题意设 $B(m, m)$ ，则 $A(m, 0)$ ，根据点 C 为斜边 OB 的中点，得到 $C(\frac{m}{2}, \frac{m}{2})$ ，得到 D 的纵坐标为 $\frac{m}{4}$ ，作 $CE \perp x$ 轴于 E ，根据三角形列方程即可得到结论.

【解答】 解：根据题意设 $B(m, m)$ ，则 $A(m, 0)$,

$\therefore$ 点 C 为斜边 OB 的中点，

$\therefore C(\frac{m}{2}, \frac{m}{2})$,



∵反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0, x > 0$) 的图象过点 C,

$$\therefore k = \frac{m}{2} \cdot \frac{m}{2} = \frac{m^2}{4},$$

∵ $\angle OAB = 90^\circ$,

∴ D 的横坐标为 m,

∵反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0, x > 0$) 的图象过点 D,

∴ D 的纵坐标为 $\frac{m}{4}$,

作 $CE \perp x$ 轴于 E,

∵ $S_{\triangle COE} = S_{\triangle AOD}$,

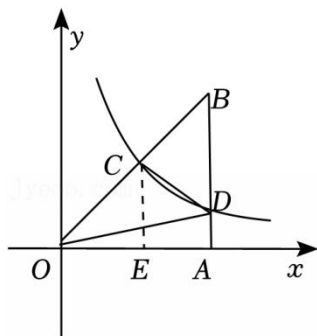
$$S_{\triangle OCD} = S_{\triangle COE} + S_{\text{梯形 ADCE}} - S_{\triangle AOD} = S_{\text{梯形 ADCE}}, \quad S_{\triangle OCD} = \frac{3}{2},$$

$$\therefore \frac{1}{2} (AD + CE) \cdot AE = \frac{3}{2}, \quad \text{即} \frac{1}{2} \left(\frac{m}{4} + \frac{m}{2} \right) \cdot \left(m - \frac{1}{2}m \right) = \frac{3}{2},$$

$$\therefore m^2 = 8,$$

$$\therefore k = \frac{m^2}{4} = 2,$$

故答案为: 2.



【点评】 本题考查了反比例函数图象上点的坐标特征和反比例函数系数 k 的几何意义, 根据 $S_{\triangle COD} = S_{\triangle COE} + S_{\text{梯形 ADCE}} - S_{\triangle AOD} = S_{\text{梯形 ADCE}}$, 得到关于 m 的方程是解题的关键.

三、解答题

19. **【分析】** (1) 利用因式分解法将原方程转化成两个一元一次方程, 解一元一次方程进行求解即可;

(2) 先移项, 然后利用因式分解法将原方程转化成两个一元一次方程, 解一元一次方程进行求解即可.



【解答】解：（1）原方程分解因式得：

$$(x-2)(x-4)=0,$$

$$\therefore x-2=0 \text{ 或 } x-4=0,$$

$$\therefore x_1=2, x_2=4;$$

（2）原方程移项得：

$$(3x-1)^2 - 2(3x-1) = 0,$$

$$(3x-1)(3x-1-2) = 0,$$

$$(3x-1)(3x-3) = 0,$$

$$\therefore 3x-1=0 \text{ 或 } 3x-3=0,$$

$$\therefore x_1 = \frac{1}{3}, x_2 = 1.$$

【点评】本题主要考查了解一元二次方程 - 因式分解法，熟练掌握该知识点是关键。

20. **【分析】**根据已知条件设 $x^2+2x=y$ ，先求出 y 的值，再解一元二次方程即可。

【解答】解：由换元法可设 $y=x^2+2x$ ，则原方程转化为 $y^2 - y - 6 = 0$ ，

$$\text{解得 } y_1=3, y_2=-2,$$

$$\text{当 } y=3 \text{ 时, } x^2+2x-3=0, \text{ 解得 } x_1=-3, x_2=1;$$

$$\text{当 } y=-2 \text{ 时, } x^2+2x+2=0, \Delta=4-4\times 2=-4<0, \text{ 无解};$$

$$\text{综上所述, 原方程的解为 } x_1=-3, x_2=1.$$

【点评】本题主要考查了一元二次方程的解法，熟练掌握换元法是关键。

21. **【分析】**设剪掉的正方形的边长为 $x\text{cm}$ ，根据题意得出 $(28-2x)(40-2x)=364$ ，求出即可。

【解答】解：设剪掉的正方形的边长为 $x\text{cm}$ ，

$$\text{则 } (28-2x)(40-2x)=364,$$

$$\text{解得 } x_1=27 \text{ (不合题意, 舍去)}, x_2=7,$$

答：剪掉的正方形的边长为 7cm 。

【点评】本题考查了一元二次方程的应用，解答本题的关键是仔细审题，建立数学模型，利用所学知识求解。

22. **【分析】**（1）由题意可得根的判别式 $\Delta=b^2-4ac\geq 0$ ，即可得证；

$$\text{（2）由根与系数的关系可得 } x_1+x_2=m-3, x_1x_2=-m; \text{ 然后代入 } x_1^2+x_2^2-x_1x_2=7 \text{ 求出 } m$$



的值即可.

【解答】解：(1) $\because$ 方程 $x^2 - (m-3)x - m = 0$,

$$a=1, b=-(m-3), c=-m,$$

$$\therefore \Delta = [-(m-3)]^2 - 4 \times 1 \times (-m)$$

$$= m^2 - 6m + 9 + 4m$$

$$= m^2 - 2m + 9$$

$$= (m-1)^2 + 8 > 0,$$

$\therefore$ 方程有两个不相等的实数根;

$$(2) \text{ 由两根关系得 } x_1 + x_2 = m-3, x_1 x_2 = -m,$$

$$\because x_1^2 + x_2^2 - x_1 x_2 = 7,$$

$$\therefore (x_1 + x_2)^2 - 3x_1 \cdot x_2 = 7,$$

$$\text{即 } (m-3)^2 - 3(-m) = 7,$$

$$\text{即 } m^2 - 3m + 2 = 0,$$

$$\text{解得: } m_1 = 2, m_2 = 1.$$

【点评】 本题主要考查了一元二次方程根的判别式、根与系数的关系等知识点, 熟练掌握一元二次方程根的判别式和根与系数的关系是解题的关键.

23. **【分析】** (1) 设每箱饮料降价 x 元, 根据总利润 = 销售量 $\times$ 单个的销售利润, 列出方程求解即可;

(2) 设每箱饮料降价 y 元, 根据总利润 = 销售量 $\times$ 单个的销售利润, 列出方程, 判断判别式的符号即可.

【解答】 解：(1) 设每箱饮料降价 x 元,

$$\text{由题意得: } (60 - x - 48) \times (60 + 10x) = 770,$$

$$\text{整理得: } x^2 - 6x + 5 = 0,$$

$$\text{解得: } x_1 = 5, x_2 = 1 \text{ (不符合题意, 舍去),}$$

$$\therefore 60 - x = 60 - 5 = 55,$$

答: 每箱饮料售价应定为 55 元;

(2) 该超市不能每月获得 880 元的利润, 理由如下:

设每箱饮料降价 y 元,

$$\text{由题意得: } (60 - y - 48) \times (60 + 10y) = 880,$$



整理得： $y^2 - 6y + 16 = 0$,

$$\therefore \Delta = (-6)^2 - 4 \times 1 \times 16 = 36 - 64 < 0,$$

$\therefore$ 此方程无解,

$\therefore$ 该超市不能每月获得 880 元的利润.

【点评】 本题主要考查了一元二次方程的应用, 解题的关键是熟练掌握总利润 = 销售量 $\times$ 单个的销售利润, 列出方程.

24. **【分析】** (1) 把 A (1, 8) 代入 $y = \frac{m}{x}$ 即可求出反比例函数解析式, 再由反比例函数解析

式求出 B 点坐标, 把 A、B 坐标代入 $y = kx + b$ 即可求出一次函数解析式;

(2) 根据函数图象即可求解;

(3) 求出点 C 坐标, 由 $S_{\triangle AOB} = S_{\triangle AOC} + S_{\triangle BOC}$ 计算即可求解.

【解答】 解: (1) $\because$ 反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ 的图象过点 A (1, 8),

$$\therefore m = 1 \times 8 = 8,$$

$$\therefore \text{反比例函数解析式为 } y = \frac{8}{x},$$

$$\text{把 } B(n, -2) \text{ 代入 } y = \frac{8}{x} \text{ 得, } -2 = \frac{8}{n},$$

$$\therefore n = -4,$$

$$\therefore B(-4, -2),$$

把 A (1, 8)、B (-4, -2) 代入 $y = kx + b$ 得,

$$\begin{cases} k + b = 8 \\ -4k + b = -2 \end{cases}$$

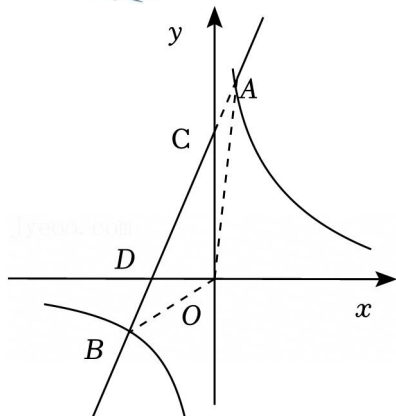
$$\text{解得 } \begin{cases} k = 2 \\ b = 6 \end{cases},$$

$$\therefore \text{一次函数解析式为 } y = 2x + 6;$$

(2) 观察函数图象可得, 当一次函数的图象在反比例函数的图象下方时, $kx + b < \frac{m}{x}$,

$\therefore$ 不等式 $kx + b < \frac{m}{x}$ 的解集为 $x < -4$ 或 $0 < x < 1$;

(3) 如图, 连接 OA、OB,



把 $x=0$ 代入 $y=2x+6$ 得, $y=6$,

$$\therefore C(0, 6),$$

$$\therefore OC=6,$$

$$\therefore S_{\triangle AOB} = S_{\triangle AOC} + S_{\triangle BOC} = \frac{1}{2} \times 6 \times 1 + \frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 15.$$

$\therefore \triangle AOB$ 的面积为 15.

【点评】 本题考查了一次函数与反比例函数的综合应用, 利用待定系数法求出函数解析式是解题的关键.

25. **【分析】** (1) 由点 $A(a, 2)$ 在反比例函数 $y = \frac{4}{x}$ 的图象上, 得 $a=2$, 即 $A(2, 2)$, 设直线 OA 解析式为 $y=mx$, 即得 $m=1$, 故直线 OA 解析式为 $y=x$;

(2) 由 $AC=2BC$ 得 $B(-1, 2)$, 把 $B(-1, 2)$ 代入反比例函数 $y = \frac{k}{x}$, 即得解析式为 $y = \frac{-2}{x}$;

(3) 设 $D(t, \frac{-2}{t})$, 而 $A(2, 2)$, 故 AD 中点 $E(\frac{t+2}{2}, \frac{-1}{t} + 1)$, 即有 $\frac{t+2}{2} = 0$, 解得 $t = -2$, 可得 $D(-2, 1)$, $E(0, \frac{3}{2})$, 从而可得 $S_{\triangle DOE} = \frac{3}{2}$, $S_{\triangle AOE} = \frac{3}{2}$, 即得 $\triangle OAD$ 面积 $S=3$.

【解答】 解: (1) $\because$ 点 $A(a, 2)$ 在反比例函数 $y = \frac{4}{x}$ 的图象上,

$$\therefore 2 = \frac{4}{a}, \text{ 解得 } a=2,$$

$$\therefore A(2, 2),$$

设直线 OA 解析式为 $y=mx$,

则 $2=2m$, 解得 $m=1$,

$\therefore$ 直线 OA 解析式为 $y=x$;

(2) 由 (1) 知: $A(2, 2)$,



$\because AB \parallel x$ 轴, 且交 y 轴于点 C ,

$\therefore AC=2$,

$\because AC=2BC$,

$\therefore BC=1$,

$\therefore B(-1, 2)$,

把 $B(-1, 2)$ 代入 $y=\frac{k}{x}$ 得: $2=\frac{k}{-1}$,

$\therefore k=-2$,

$\therefore$ 反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的解析式为 $y=\frac{-2}{x}$;

(3) 设 $D(t, \frac{-2}{t})$, 而 $A(2, 2)$,

$\therefore AD$ 中点 $E(\frac{t+2}{2}, \frac{-1}{t}+1)$,

而 E 在 y 轴上,

$\therefore \frac{t+2}{2}=0$, 解得 $t=-2$,

$\therefore D(-2, 1)$, $E(0, \frac{3}{2})$,

$\therefore S_{\triangle DOE}=\frac{1}{2}OE \cdot |x_D|=\frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times 2=\frac{3}{2}$,

$S_{\triangle AOE}=\frac{1}{2}OE \cdot |x_A|=\frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times 2=\frac{3}{2}$,

$\therefore \triangle OAD$ 面积 $S=S_{\triangle DOE}+S_{\triangle AOE}=3$.

【点评】 本题考查反比例函数及应用, 涉及待定系数法、图象上点的坐标特征、三角形面积等知识, 解题的关键是熟练运用待定系数法及根据 E 是 AD 中点求出 D 的坐标.

26. **【分析】** (1) ①联立函数解析式解方程组即可求解;

②利用两点距离公式求出 AP^2 、 BP 、 AB^2 , 进而由勾股定理的逆定理可得 $\angle APB=90^\circ$, 再根据平行四边形的性质证明 $Rt\triangle APB \cong Rt\triangle QBP$ (HL) 即可求证;

(2) 设点 Q 的坐标为 (x, y) , 分 $Rt\triangle ABP \cong Rt\triangle QPB$ 、 $Rt\triangle ABP \cong Rt\triangle BAQ$ 、 $Rt\triangle ABP \cong Rt\triangle ABQ$ 和 $Rt\triangle ABP \cong Rt\triangle PQA$ 四种情况, 利用全等三角形的性质和平移的性质解答即可求解.

【解答】 (1) ①解: 在直角坐标系 xOy 中, 直线 $y=-x+1$ 与双曲线 $y=\frac{-6}{x}$ 相交于 A, B 两点,



联立得：
$$\begin{cases} y = -x + 1 \\ y = -\frac{6}{x} \end{cases},$$

解得：
$$\begin{cases} x_1 = -2 \\ y_1 = 3 \end{cases}, \begin{cases} x_2 = 3 \\ y_2 = -2 \end{cases},$$

$\therefore A(-2, 3), B(3, -2);$

②证明： $\because A(-2, 3), B(3, -2), P(-3, 0),$

$\therefore AB^2 = (-2-3)^2 + (3+2)^2 = 50, AP^2 = (-2+3)^2 + (3-0)^2 = 10, BP^2 = (3+3)^2 + (-2-0)^2 = 40,$

$\therefore AP^2 + BP^2 = AB^2,$

$\therefore \angle APB = 90^\circ,$

$\because$ 四边形 APQB 是平行四边形,

$\therefore AP = BQ, AB = QP, AP \parallel BQ,$

$\therefore \angle APB = \angle QBP = 90^\circ,$

$\therefore \triangle APB$ 和 $\triangle QBP$ 是直角三角形,

在 $Rt\triangle APB$ 和 $Rt\triangle QBP$ 中,

$$\begin{cases} AP = QB \\ AB = QP \end{cases}$$

$\therefore Rt\triangle APB \cong Rt\triangle QBP (HL),$

$\therefore$ 平行四边形 APQB 是勾股四边形;

(2) 解：Q 点的坐标为 (2, -5) 或 (4, 1) 或 (1, 4) 或 (-8, 5). 理由如下:

由 (1) 知, $A(-2, 3), B(3, -2), P(-3, 0),$

设点 Q 的坐标为 (x, y),

当以 A、B、P、Q 为顶点的四边形是勾股四边形时, 分四种情况讨论:

①如图 1, 当 $Rt\triangle ABP \cong Rt\triangle QPB$ 时,

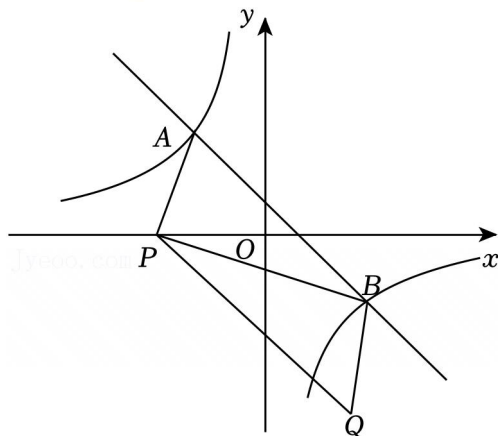


图1

$\because AP=QB, AP \parallel QB,$

$$\therefore \begin{cases} 3 - (-2) = x - (-3), \\ 3 - (-2) = 0 - y \end{cases},$$

解得: $\begin{cases} x = 2 \\ y = -5 \end{cases},$

$\therefore Q(2, -5);$

②如图 2, 当 $Rt\triangle ABP \cong Rt\triangle QPB$ 时,

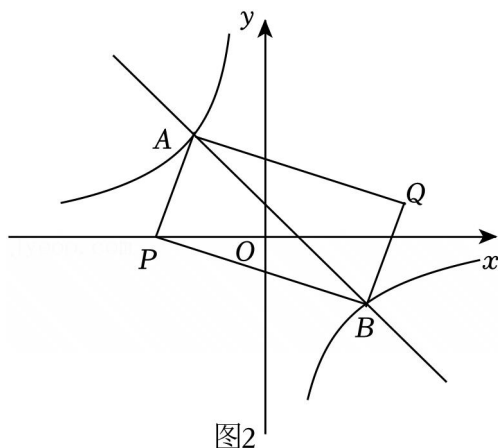


图2

$\because AP=QB, AP \parallel QB,$

$$\therefore \begin{cases} 3 - (-2) = x - (-3), \\ 3 - y = 0 - (-2) \end{cases},$$

解得: $\begin{cases} x = 4 \\ y = 1 \end{cases},$

$\therefore Q(4, 1);$

③如图 3, 当 $Rt\triangle ABP \cong Rt\triangle QPB$ 时, 设直线 AB 与 x 轴交于点 C, 过点 A 作 $AE \perp x$ 轴于点 E, 作 $AF \parallel x$ 轴, 过点 Q 作 $QF \perp AF$ 于点 F, 则 $F(x, 3),$

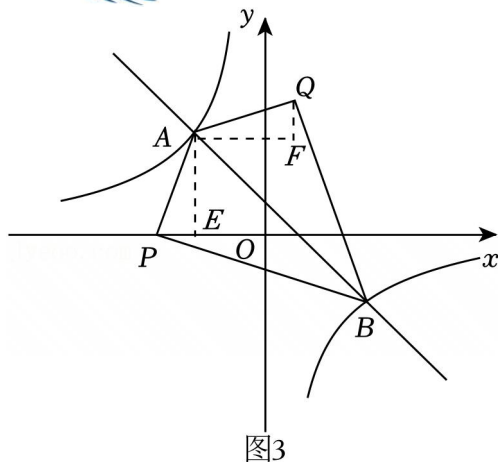


图3

∵ 直线 AB: $y = -x + 1$,

当 $y = 0$ 时, 得: $-x + 1 = 0$,

解得 $x = 1$,

∴ $C(1, 0)$,

∵ $A(-2, 3)$, $AE \perp x$ 轴,

∴ $E(-2, 0)$,

∴ $AE = 3$, $CE = 3$, $PE = 1$,

∴ $\triangle AEC$ 是等腰直角三角形,

∴ $\angle EAC = \angle ACE = 45^\circ$,

∵ $AF \parallel x$ 轴,

∴ $\angle BAF = \angle ACE = 45^\circ$,

∴ $\angle EAC = \angle BAF$,

∴ $\angle BAP - \angle EAC = \angle BAQ - \angle BAF$,

∴ $\angle EAP = \angle FAQ$,

在 $\triangle AEP$ 和 $\triangle AFQ$ 中,

$$\begin{cases} \angle EAP = \angle FAQ \\ \angle AEP = \angle AFQ = 90^\circ \\ AP = AQ \end{cases}$$

∴ $\triangle AEP \cong \triangle AFQ$ (AAS),

∴ $AF = AE = 3$, $QF = PE = 1$,

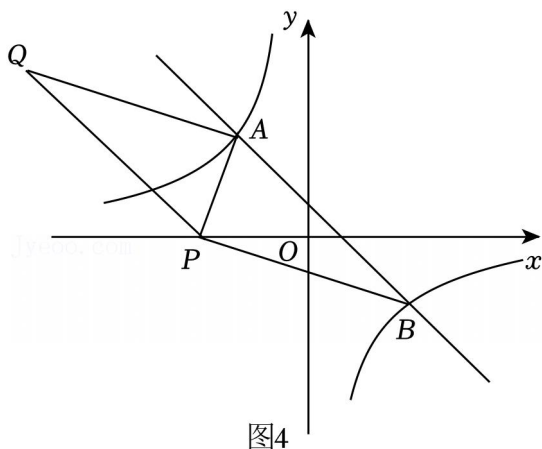
$$\therefore \begin{cases} x - (-2) = 3 \\ y - 3 = 1 \end{cases},$$

解得: $\begin{cases} x = 1 \\ y = 4 \end{cases}$,



$\therefore Q(1, 4)$;

④如图 4, 当 $Rt\triangle ABP \cong Rt\triangle QPB$ 时,



$\because AB=PQ, AB \parallel PQ,$

$$\therefore \begin{cases} -2-x=3-(-3) \\ y-0=3-(-2) \end{cases},$$

解得: $\begin{cases} x=-8 \\ y=5 \end{cases},$

$\therefore Q(-8, 5)$;

综上所述, Q 点的坐标为 $(2, -5)$ 或 $(4, 1)$ 或 $(1, 4)$ 或 $(-8, 5)$.

【点评】 本题属于反比例函数综合题, 主要考查了平行四边形的性质, 全等三角形的判定和性质, 反比例函数与一次函数交点问题, 勾股定理及逆定理, 平移的性质等知识, 运用数形结合思想和分类讨论的思想解决问题是解题的关键.