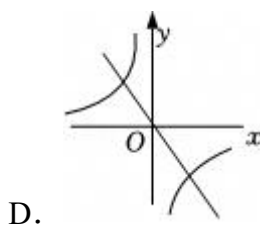
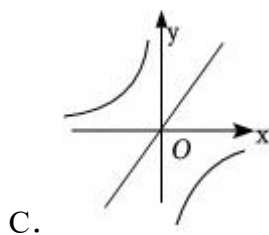
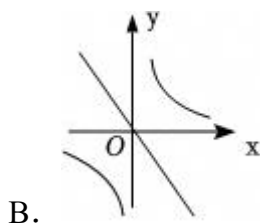
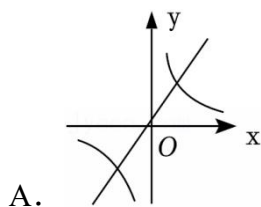




湘教版九上数学月考卷（三）

一、选择题

- 已知反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象经过点 $(-1, 6)$, 那么该反比例函数图象也一定经过点 ()
A. $(3, 2)$ B. $(1, 6)$ C. $(-2, 3)$ D. $(-1, -6)$
- 方程 $x^2 - 5x = 0$ 的解是 ()
A. $x_1 = 0, x_2 = -5$ B. $x = 5$
C. $x_1 = 0, x_2 = 5$ D. $x = 0$
- 在函数 $y = \frac{k}{x}$ (k 是常数, 且 $k > 0$) 的图象上有三点 $(-3, y_1), (-1, y_2), (2, y_3)$, 则 y_1, y_2, y_3 的大小关系是 ()
A. $y_3 < y_1 < y_2$ B. $y_3 < y_2 < y_1$ C. $y_2 < y_1 < y_3$ D. $y_2 < y_3 < y_1$
- 关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 中, 它的一个根为 -1 , 则 ()
A. $a + b + c = 0$ B. $a + b - c = 0$ C. $a - b + c = 0$ D. $a - b - c = 0$
- 已知函数 $y = kx$, y 随 x 的增大而减小, 另有函数 $y = -\frac{k}{x}$, 两个函数在同一平面直角坐标系内的大致图象可能是 ()





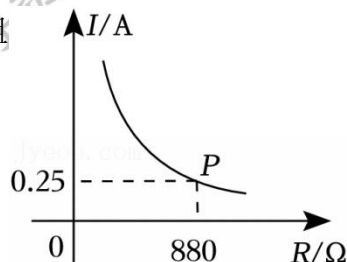
6. 某机械厂一月份生产零件 50 万个，第一季度生产零件 200 万个．设该厂二、三月份平均每月的增长率为 x ，那么 x 满足的方程是（ ）

- A. $50(1+x)^2=200$
- B. $50+50(1+x)^2=200$
- C. $50+50(1+x)+50(1+x)^2=200$
- D. $50+50(1+x)+50(1+2x)=200$

7. 若一个直角三角形的一条直角边长和斜边长分别是方程 $x^2 - 8x + 15 = 0$ 的两根，则该直角三角形的面积为（ ）

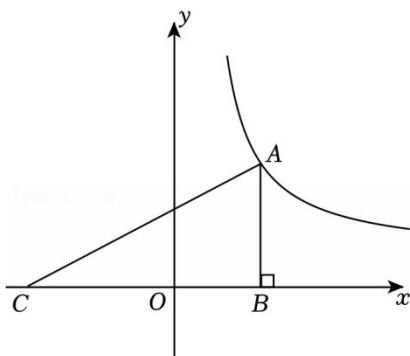
- A. 12
- B. 10
- C. 7.5
- D. 6

8. 某个亮度可调节的台灯，其灯光亮度的改变，可以通过调节总电阻控制电流的变化来实现．如图所示的是该台灯的电流 I (A) 与电阻 R (Ω) 的关系图象，该图象经过点 $P(880, 0.25)$ ．根据图象可知，下列说法正确的是（ ）



- A. 当 $I < 0.25$ 时， $R < 880$
- B. I 与 R 的函数关系式是 $I = \frac{200}{R} (R > 0)$
- C. 当 $R > 1000$ 时， $I > 0.22$
- D. 当 $880 < R < 1000$ 时， I 的取值范围是 $0.22 < I < 0.25$

9. 如图，点 A 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上， $AB \perp x$ 轴于点 B ，点 C 在 x 轴上，且 $CO:OB = 3:2$ ． $\triangle ABC$ 的面积为 10，则 k 的值为（ ）



- A. 6
- B. 7
- C. 8
- D. 9



10. 《代数学》中记载，形如 $x^2+8x=33$ 的方程，求正数解的几何方法是：“如图 1，先构造一个面积为 x^2 的正方形，再以正方形的边长为一边向外构造四个面积为 $2x$ 的矩形，得到大正方形的面积为 $33+16=49$ ，则该方程的正数解为 $7-4=3$ 。”小唐按此方法解关于 x 的方程 $x^2+12x=m$ 时，构造出如图 2 所示的图形，已知阴影部分的面积为 64，则该方程的正数解为（ ）

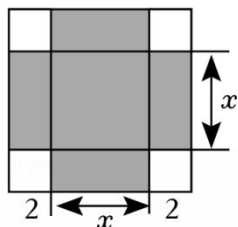


图1

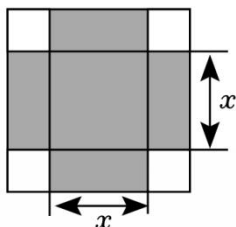
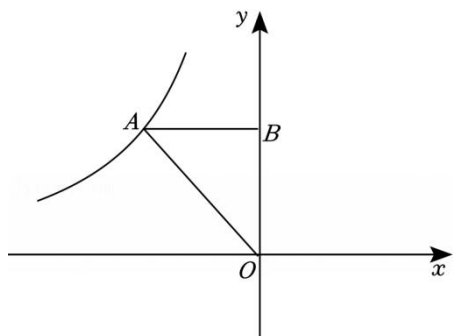


图2

- A. 4 B. 6 C. 8 D. 10

二、填空题

11. 若函数 $y = (m-1)x^{m^2-2}$ 是反比例函数，则 m 的值等于_____。
12. 某班同学毕业时都将自己的照片向全班其他同学各送一张表示留念，全班共送 1056 张照片，如果全班有 x 名同学，根据题意，列出方程为_____。
13. 在平面直角坐标系中，若反比例函数的图象经过点 $A(2m, 1)$ ， $B(-1, m-3)$ ，则 k 的值为_____。
14. 如图，已知 A 为反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k < 0$) 的图象上一点，过点 A 作 $AB \perp y$ 轴，垂足为 B ，若 $\triangle OAB$ 的面积为 3，则 k 的值为_____。



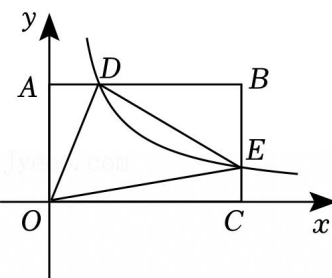


15. 已知 a 是关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 5x - 1 = 0$ 的一个根, 则代数式 $10a - 2a^2 - 5$ 的值为 _____ .

16. 已知 a, b, c 分别是 $\triangle ABC$ 的三边, 其中 $a=1, c=4$ 且关于 x 的方程 $x^2 - 4x + b = 0$ 有两个相等的实数根, 则 $\triangle ABC$ 的形状为 _____ .

17. 若关于 x 的方程 $(k-1)x^2 + 4x + 1 = 0$ 有实数解, 则 k 的取值范围是 _____ .

18. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 矩形 $OABC$ 的两边 OC, OA 分别在 x 轴、 y 轴的正半轴上, 反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 与 AB 相交于点 D , 与 BC 相交于点 E , 若 $BE = 4EC$, 且 $\triangle ODE$ 的面积是 12, 则 k 的值为 _____ .



三、解答题

19. 用适当的方法解方程:

(1) $x^2 + 6x - 5 = 0$;

(2) $-3x^2 - 2x + 1 = 0$.



20. 先化简，再求值： $(1 - \frac{3}{x+2}) \div \frac{x^2-2x+1}{x^2-4}$ ，其中 x 满足 $(2x - 1)^2 = 25$.

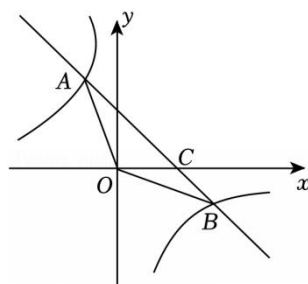
21. 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 6x + k - 1 = 0$.

(1) 如果方程有实数根，求 k 的取值范围；

(2) 如果 x_1, x_2 是这个方程的两个根，且 $x_1^2 + x_2^2 + 3x_1x_2 = 24$ ，求 k 的值.



22. 如图, 已知 $A(-1, n)$, $B(4, -1)$ 是一次函数 $y=kx+b$ 的图象和反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ 的图象的两个交点.

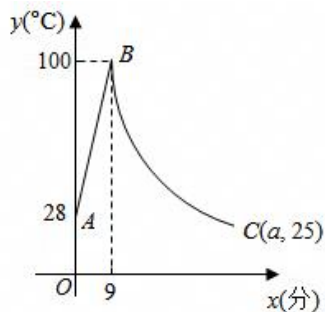


- (1) 求反比例函数与一次函数的表达式;
- (2) 求三角形 AOB 的面积.

23. 学校的学生专用智能饮水机在工作过程: 先进水加满, 再加热至 100°C 时自动停止加热, 进入冷却期, 水温降至 25°C 时自动加热, 水温升至 100°C 又自动停止加热, 进入冷却期, 此为一个循环加热周期, 在不重新加入水的情况下, 一直如此循环工作, 如图, 表示从加热阶段的某一时刻开始计时, 时间 x (分) 与对应的水温为 y ($^{\circ}\text{C}$) 函数图象关系, 已知 AB 段为线段, BC 段为双曲线一部分, 点 A 为 $(0, 28)$, 点 B 为 $(9, 100)$, 点 C 为 $(a, 25)$.

(1) 求出 AB 段加热过程的 y 与 x 的函数关系式和 a 的值.

(2) 若水温 y ($^{\circ}\text{C}$) 在 $45 \leq y \leq 100$ 时为不适饮水温度, 在 $0 \leq x \leq a$ 内, 在不重新加入水的情况下, 不适饮水温度的持续时间为多少分?





24. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - (2k+1)x + k^2 + k = 0$.

(1) 若方程有一个解为 0, 求 k 的值;

(2) 求证: 方程有两个不相等的实数根;

(3) 若 $\triangle ABC$ 的两边 AB , AC 的长是这个方程的两个实数根, 第三边 BC 的长为 5, 当 $\triangle ABC$ 是直角三角形时, 求 k 的值.

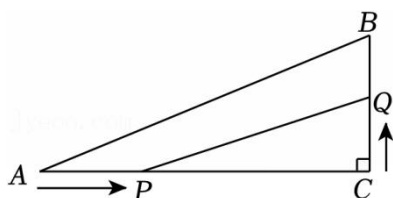


25. 将代数式通过配方得到完全平方式，再运用完全平方式的非负性这一性质解决问题，这种解题方法叫做配方法，配方法在代数式求值、解方程、最值问题等都有广泛的应用．我们定义：一个整数能表示成 a^2+b^2 (a, b 是整数) 的形式，则称这个数为“完美数”．例如 $5=1^2+2^2$ ，所以 5 是“完美数”．

(1) 数 52 _____ “完美数” (填“是”或“不是”);

(2) 已知 $s=x^2+2y^2+2xy+18y+k$ (x, y 是整数, k 是常数) 要使 s 为“完美数”，试求出符合条件的 k 值，并说明理由；

(3) 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $AC=6cm$ ， $BC=4cm$ ，点 P 在边 AC 上，从点 A 向点 C 以 $2cm/s$ 的速度移动，点 Q 在 CB 边上以 $\sqrt{3}cm/s$ 的速度从点 C 向点 B 移动．若点 P, Q 同时出发，且当一点移动到终点时，另一点也随之停止，设 $\triangle PCQ$ 的面积为 $S cm^2$ ，运动时间为 t 秒，求 S 的最大值．

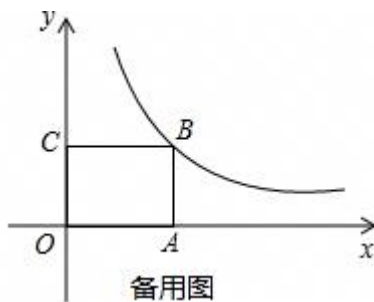
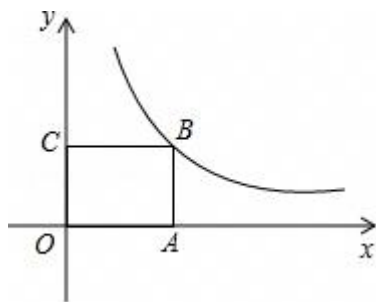




26. 如图，矩形 OABC 的顶点 A、C 分别在 x、y 轴的正半轴上，点 B 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的第一象限内的图象上，OA=4，OC=3，动点 P 在 x 轴的上方，且满足 $S_{\triangle PAO} = \frac{1}{3}S_{\text{矩形 AOCB}}$.

矩形 AOCB.

- (1) 若点 P 在这个反比例函数的图象上，求点 P 的坐标；
- (2) 连接 PO、PA，求 PO+PA 的最小值；
- (3) 若点 Q 是平面内一点，使得以 A、B、P、Q 为顶点的四边形是菱形，则请你直接写出满足条件的所有点 Q 的坐标.





湘教版九上数学月考卷（三）

参考答案与试题解析

一、选择题

1. **【分析】**根据反比例函数图象上点的坐标特征可知，同一个反比例函数图象上点的横、纵坐标的积（即 k 的值）相等，据此可解决问题.

【解答】解：由题知，

因为反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象经过点 $(-1, 6)$,

所以 $k = -1 \times 6 = -6$.

若两个点在同一个反比例函数图象上，

则它们的横、纵坐标的积（即 k 的值）相等.

因为 $3 \times 2 \neq -6$,

故 A 选项不符合题意.

因为 $1 \times 6 \neq -6$,

故 B 选项不符合题意.

因为 $-2 \times 3 = -6$,

所以 C 选项符合题意.

因为 $-1 \times (-6) \neq -6$,

所以 D 选项不符合题意.

故选：C.

【点评】本题主要考查了反比例函数图象上点的坐标特征，熟知同一个反比例函数图象上点的横、纵坐标的积（即 k 的值）相等是解题的关键.

2. **【分析】**在方程左边两项中都含有公因式 x ，所以可用提公因式法.

【解答】解：直接因式分解得 $x(x - 5) = 0$,

解得 $x_1 = 0$, $x_2 = 5$.

故选：C.

【点评】本题考查了因式分解法解一元二次方程，当方程的左边能因式分解时，一般情况下是把左边的式子因式分解，再利用积为 0 的特点解出方程的根. 因式分解法是解一元二次方程的一种简便方法，要会灵活运用.



3. 【分析】根据反比例函数的图象与性质结合三点的横坐标进行判断即可.

【解答】解：∵函数 $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数，且 $k > 0$) 中，

∴函数图象的两个分支分别在一、三象限，在每一象限内 y 随 x 的增大而减少，

∵ $2 > 0$,

∴ $y_3 > 0$,

∵ $-3 < -1$,

∴ $y_2 < y_1 < 0$,

∴ $y_2 < y_1 < y_3$.

故选：C.

【点评】本题考查反比例函数图象上点的坐标特征，熟知反比例函数图象上各点的坐标一定适合此函数的解析式是解题的关键.

4. 【分析】直接把 $x = -1$ 代入方程得到 a 、 b 、 c 的关系，从而可对各选项进行判断.

【解答】解：把 $x = -1$ 代入方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 得 $a - b + c = 0$.

故选：C.

【点评】本题考查了一元二次方程的解：能使一元二次方程左右两边相等的未知数的值是一元二次方程的解.

5. 【分析】先由函数 $y = kx$ 中 y 随 x 的增大而减小得到 $k < 0$ ，且函数的图象经过第二、四象限，然后可知函数 $y = -\frac{k}{x}$ 的反比例系数大于零，从而得知反比例函数图象经过第一、三象限，即可得到结果.

【解答】解：∵函数 $y = kx$ 中 y 随 x 的增大而减小，

∴ $k < 0$ ，且函数的图象经过第二、四象限，

∴函数 $y = -\frac{k}{x}$ 的反比例系数大于零，

∴反比例函数图象经过第一、三象限，

故选：B.

【点评】本题考查了一次函数和反比例函数的图象与系数间的关系，解题的关键是熟练掌握函数的性质.

6. 【分析】主要考查增长率问题，一般增长后的量 = 增长前的量 $\times$ (1 + 增长率)，如果该厂二、三月份平均每月的增长率为 x ，那么可以用 x 分别表示二、三月份的产量，然后根据题意可得出方程.



【解答】解：依题意得二、三月份的产量为 $50(1+x)$ 、 $50(1+x)^2$ ，

$$\therefore 50 + 50(1+x) + 50(1+x)^2 = 200.$$

故选：C.

【点评】考查了由实际问题抽象出一元二次方程的知识，增长率问题，一般形式为 $a(1+x)^2 = b$ ， a 为起始时间的有关数量， b 为终止时间的有关数量.

7. 【分析】先利用因式分解法解方程得到三角形的两条边长分别 3、5，再利用勾股定理计算出第三边长为 4，然后根据三角形面积公式计算该三角形的面积.

【解答】解： $x^2 - 8x + 15 = 0$ ，

$$(x-3)(x-5) = 0,$$

$$x-3=0 \text{ 或 } x-5=0,$$

$$\text{所以 } x_1=3, x_2=5,$$

即三角形的两条边长分别 3、5，

$$\text{所以第三边长为 } \sqrt{5^2 - 3^2} = 4,$$

$$\text{所以该三角形的面积} = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6.$$

故选：D.

【点评】本题考查了解一元二次方程 - 因式分解法，勾股定理，掌握因式分解法解一元二次方程的方法是解题的关键.

8. 【分析】设 I 与 R 的函数关系式是 $I = \frac{U}{R} (R > 0)$ ，利用待定系数法求出 $I = \frac{220}{R} (R > 0)$ ，然后求出当 $R = 1000$ 时， $I = \frac{220}{1000} = 0.22$ ，再由 $220 > 0$ ，得到 I 随 R 增大而减小，由此对各选项逐一判断即可.

【解答】解：设 I 与 R 的函数关系式是 $I = \frac{U}{R} (R > 0)$ ，

$\because$ 该图象经过点 $P(880, 0.25)$ ，

$$\therefore 0.25 = \frac{U}{880} (R > 0),$$

$$\therefore U = 220,$$

$\therefore I$ 与 R 的函数关系式是 $I = \frac{220}{R} (R > 0)$ ，故 B 不符合题意；

$$\text{当 } R = 1000 \text{ 时, } I = \frac{220}{1000} = 0.22,$$

$\because 220 > 0$,



∴I 随 R 增大而减小，

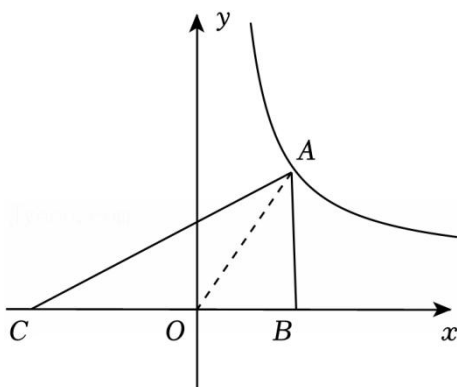
∴当 $I < 0.25$ 时， $R > 880$ ，当 $R > 1000$ 时， $I < 0.22$ ，当 $880 < R < 1000$ 时，I 的取值范围是 $0.22 < I < 0.25$ ，故 A、C 不符合题意，D 符合题意。

故选：D.

【点评】 本题主要考查了反比例函数的实际应用，正确求出反比例函数解析式是解题的关键。

9. **【分析】** 在反比例图象上任意一点 (x, y) ，从这一点分别向 x、y 轴作垂线，所围成的四边形的面积等于 $|k|$ 。根据比例函数 k 的几何意义可得 $S_{\triangle OAB} = \frac{1}{2}k$ ，根据 $CO:OB=3:2$ 可得 $S_{\triangle OAB}:S_{\triangle ABC}=2:5$ ，根据 $\triangle ABC$ 的面积为 10 列方程即可得答案。

【解答】 解：如图，连接 OA，



∵反比例函数图象在第一象限，

∴ $k > 0$ ，

∵点 A 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上，

∴ $S_{\triangle OAB} = \frac{1}{2}k$ ，

∵ $CO:OB=3:2$ ，

∴ $S_{\triangle OAC}:S_{\triangle OAB}=3:2$ ，

∴ $S_{\triangle OAB}:S_{\triangle ABC}=2:5$ ，

∵ $\triangle ABC$ 的面积为 10，

∴ $S_{\triangle OAB} = \frac{2}{5}S_{\triangle ABC} = 4$ ，即 $\frac{1}{2}k = 4$ ，

解得： $k=8$ 。

故选：C.



【点评】本题考查反比例函数 k 的几何意义，正确得出 $S_{\triangle OAB} = \frac{1}{2}k$ 是解题关键.

10. 【分析】由题意得出 $x^2 + 12x = 64$ ，设 $4a = 12$ ，则 $a = 3$ ，再根据题意先构造一个面积为 x^2 的正方形，再以正方形的边长为一边向外构造四个面积为 $3x$ 的矩形，得到大正方形的面积为 $64 + 3^2 \times 4 = 64 + 36 = 100$ ，即可得解.

【解答】解：∵ 阴影部分的面积为 64，

$$\therefore x^2 + 12x = 64,$$

设 $4a = 12$ ，则 $a = 3$ ，

先构造一个面积为 x^2 的正方形，再以正方形的边长为一边向外构造四个面积为 $3x$ 的矩形，得到大正方形的面积为 $64 + 3^2 \times 4 = 64 + 36 = 100$ ，则该方程的正数解为 $10 - 6 = 4$ ，

故选：A.

【点评】本题考查了一元二次方程的应用，准确进行计算是解此题的关键.

二、填空题

11. 【分析】根据反比例函数的定义先求出 m 的值，再根据系数不为 0 进行取舍.

【解答】解：∵ $y = (m - 1)x^{m^2 - 2}$ 是反比例函数，

$$\therefore m^2 - 2 = -1, m - 1 \neq 0,$$

$$\therefore m = -1.$$

故答案为 -1.

【点评】本题考查了反比例函数的定义，重点是将一般式 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 转化为 $y = kx^{-1}$ ($k \neq 0$) 的形式.

12. 【分析】如果全班有 x 名同学，那么每名同学要送出 $(x - 1)$ 张，共有 x 名学生，那么总共送的张数应该是 $x(x - 1)$ 张，即可列出方程.

【解答】解：∵ 全班有 x 名同学，

∴ 每名同学要送出 $(x - 1)$ 张；

又∵ 是互送照片，

$$\therefore \text{总共送的张数应该是 } x(x - 1) = 1056.$$

故答案为： $x(x - 1) = 1056$.

【点评】本题考查一元二次方程在实际生活中的应用. 计算全班共送多少张，首先确定一个人送出多少张是解题关键.



13. **【分析】**利用反比例函数图象上点的坐标特征得到 $2m \times 1 = -1 \times (m - 3)$, 然后解关于 m 的方程即可.

【解答】解: $\because$ 反比例函数的图象经过点 $A(2m, 1)$, $B(-1, m - 3)$,

$$\therefore 2m \times 1 = -1 \times (m - 3),$$

解得: $m = 1$,

$$\therefore A(2, 1),$$

$$\therefore k = 2 \times 1 = 2,$$

故答案为: 2.

【点评】本题考查了反比例函数图象上点的坐标特征, 掌握反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数, $k \neq 0$) 的图象是双曲线, 图象上的点 (x, y) 的横纵坐标的积是定值 k , 即 $xy = k$ 是解题的关键.

14. **【分析】**利用反比例函数比例系数 k 的几何意义得到 $\frac{1}{2}|k| = 3$, 然后根据反比例函数的性质确定 k 的值.

【解答】解: $\because AB \perp y$ 轴,

$$\therefore S_{\triangle OAB} = \frac{1}{2}|k| = 3,$$

而 $k < 0$,

$$\therefore k = -6.$$

故答案为: -6.

【点评】本题考查了反比例函数比例系数 k 的几何意义: 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 图象中任取一点, 过这一个点向 x 轴和 y 轴分别作垂线, 与坐标轴围成的矩形的面积是定值 $|k|$. 在反比例函数的图象上任意一点向坐标轴作垂线, 这一点和垂足以及坐标原点所构成的三角形的面积是 $\frac{1}{2}|k|$, 且保持不变.

15. **【分析】**把 $x = a$ 代入方程即可求得 $(a^2 - 5a)$ 的值, 然后将其整体代入所求的代数式并求值即可.

【解答】解: 把 $x = a$ 代入 $x^2 - 5x - 1 = 0$, 得

$$a^2 - 5a - 1 = 0,$$

$$\text{所以 } a^2 - 5a = 1,$$

$$\text{所以 } 10a - 2a^2 - 5 = -2(a^2 - 5a) - 5 = -2 - 5 = -7.$$



故答案为：-7.

【点评】 本题考查了一元二次方程的解. 解题时, 逆用一元二次方程解的定义易得出所求式子的值, 在解题时要重视解题思路的逆向分析.

16. **【分析】** 利用判别式的意义得到 $\Delta = (-4)^2 - 4b = 0$, 解得 $b=4$, 然后根据三角形的分类进行判断.

【解答】 解: 根据题意得 $\Delta = (-4)^2 - 4b = 0$, 解得 $b=4$,

$\therefore a=1, c=4$,

$\therefore b=c$,

$\therefore \triangle ABC$ 为等腰三角形.

故答案为等腰三角形.

【点评】 本题考查了根的判别式: 一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 的根与 $\Delta = b^2 - 4ac$ 有如下关系: 当 $\Delta > 0$ 时, 方程有两个不相等的两个实数根; 当 $\Delta = 0$ 时, 方程有两个相等的两个实数根; 当 $\Delta < 0$ 时, 方程无实数根. 上面的结论反过来也成立.

17. **【分析】** 分 $k-1=0$ 和 $k-1 \neq 0$ 两种情况, 其中 $k-1 \neq 0$ 时根据题意列出关于 k 的不等式求解可得.

【解答】 解: 当 $k-1=0$ 时, 方程为 $4x+1=0$, 显然有实数根;

当 $k-1 \neq 0$, 即 $k \neq 1$ 时, $\Delta = 4^2 - 4 \times (k-1) \times 1 \geq 0$,

解得 $k \leq 5$ 且 $k \neq 1$;

综上, $k \leq 5$.

故答案为: $k \leq 5$.

【点评】 本题主要考查根的判别式, 一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 的根与 $\Delta = b^2 - 4ac$ 有如下关系:

①当 $\Delta > 0$ 时, 方程有两个不相等的两个实数根;

②当 $\Delta = 0$ 时, 方程有两个相等的两个实数根;

③当 $\Delta < 0$ 时, 方程无实数根.

18. **【分析】** 设 B 点的坐标为 (a, b) , 根据矩形的性质以及 $BE=4EC$, 表示出 E、D 两点的坐标, 根据 $S_{\triangle ODE} = S_{\text{矩形 OCBA}} - S_{\triangle AOD} - S_{\triangle OCE} - S_{\triangle BDE} = 12$, 求出 B 的横纵坐标的积, 进而求出反比例函数的比例系数.

【解答】 解: $\because$ 四边形 OCBA 是矩形,

$\therefore AB=OC, OA=BC$,



设 B 点的坐标为 (a, b) ,

$$\because BE=4EC,$$

$$\therefore E\left(a, \frac{1}{5}b\right),$$

$\because$ 点 D, E 在反比例函数的图象上,

$$\therefore a \cdot \frac{1}{5}b = k, \therefore D\left(\frac{1}{5}a, b\right),$$

$$\because S_{\triangle ODE} = S_{\text{矩形 OCBA}} - S_{\triangle AOD} - S_{\triangle OCE} - S_{\triangle BDE}$$

$$= ab - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5}a \cdot b - \frac{1}{2} \cdot a \cdot \frac{1}{5}b - \frac{1}{2} \cdot \left(a - \frac{1}{5}a\right) \cdot \left(b - \frac{1}{5}b\right)$$

$$= \frac{12}{25}ab = 12,$$

$$\therefore ab = 25,$$

$$\therefore k = \frac{1}{5}ab = 5.$$

故答案为 5.

【点评】此题考查了矩形的性质，反比例函数图象上点的坐标特征，反比例函数比例系数 k 的几何意义，设 B 点的坐标为 (a, b) ，根据 $S_{\triangle ODE} = S_{\text{矩形 OCBA}} - S_{\triangle AOD} - S_{\triangle OCE} - S_{\triangle BDE} = 12$ ，求出 ab 的值是解题的关键.

三、解答题

19. **【分析】**(1) 用配方法求解;

(2) 用公式法求解;

【解答】解: (1) $x^2 + 6x - 5 = 0$,

$$x^2 + 6x = 5,$$

$$x^2 + 6x + 9 = 5 + 9,$$

$$(x+3)^2 = 14,$$

$$x+3 = \pm \sqrt{14},$$

$$x = -3 \pm \sqrt{14},$$

$$x_1 = -3 + \sqrt{14}, x_2 = -3 - \sqrt{14};$$

$$(2) -3x^2 - 2x + 1 = 0,$$

$$\Delta = 4 + 12 = 16 > 0,$$



$$x = \frac{2 \pm 4}{-6},$$

$$x_1 = -1, x_2 = \frac{1}{3}.$$

【点评】本题考查了一元二次方程的解法，根据方程的特点、灵活选用解方程的方法是关键。

20. 【分析】先根据分式混合运算法则进行化简，然后解一元二次方程，求出 x 的值，再代入求值即可。

$$\begin{aligned} \text{【解答】解：} & \left(1 - \frac{3}{x+2}\right) \div \frac{x^2-2x+1}{x^2-4} \\ &= \frac{x+2-3}{x+2} \div \frac{x^2-2x+1}{x^2-4} \\ &= \frac{x+2-3}{x+2} \div \frac{(x-1)^2}{(x+2)(x-2)} \\ &= \frac{x-1}{x+2} \times \frac{(x+2)(x-2)}{(x-1)^2} \\ &= \frac{x-2}{x-1}; \end{aligned}$$

$$\because x \text{ 满足 } (2x-1)^2=25,$$

$$\therefore 2x-1=\pm 5,$$

$$\therefore 2x-1=5 \text{ 或 } 2x-1=-5,$$

$$\therefore x_1=3, x_2=-2,$$

$$\because x \neq \pm 2 \text{ 且 } x \neq 1,$$

$$\therefore \text{当 } x=3 \text{ 时, 原式} = \frac{3-2}{3-1} = \frac{1}{2}.$$

【点评】本题考查的是分式的化简求值，熟知分式的加减乘除混合运算法则及运算顺序是解答此题的关键。

21. 【分析】(1) 利用根的判别式进行求解即可；

(2) 由根与系数的关系可得 $x_1+x_2=6$, $x_1x_2=k-1$, 再整理所求的式子，代入相应的值运算即可。

【解答】解：(1) $\because$ 方程有实数根，

$$\therefore \Delta = (-6)^2 - 4(k-1) \geq 0,$$

解得： $k \leq 10$;

(2) $\because x_1, x_2$ 是这个方程的两个根，

$$\therefore x_1+x_2=6, x_1x_2=k-1,$$



$$\because x_1^2 + x_2^2 + 3x_1x_2 = 24,$$

$$\therefore (x_1 + x_2)^2 + x_1x_2 = 24,$$

$$6^2 + k - 1 = 24,$$

解得: $k = -11$.

【点评】 本题主要考查根的判别式, 根与系数的关系, 明确 x_1, x_2 是一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的两根时, $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$, $x_1x_2 = \frac{c}{a}$ 是解答的关键.

22. **【分析】** (1) 根据图象上的点满足函数解析式, 可得点的坐标, 根据待定系数法, 可得一次函数的解析式;

(2) 根据三角形的面积公式, 三角形面积的和差, 可得答案.

【解答】 解: (1) 把点 B (4, -1) 代入 $y = \frac{m}{x}$ 得,

$$m = 1 \times (-4) = -4,$$

$$\text{即 } y = -\frac{4}{x};$$

将 A (-1, n) 代入 $y = -\frac{4}{x}$, 得 $n = 4$,

$\therefore$ 点 A 的坐标为 (-1, 4),

$\therefore$ 将点 A, B 的坐标代入一次函数 $y = kx + b$ 中,

$$\text{得} \begin{cases} 4k + b = -1 \\ -k + b = 4 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k = -1 \\ b = 3 \end{cases},$$

$$\therefore y = -x + 3;$$

(2) 当 $y = 0$ 时, $-x + 3 = 0$,

$$\therefore x = 3,$$

$\therefore$ 点 C 的坐标为 (3, 0),

即 $OC = 3$,

$$\therefore S_{\triangle AOB} = S_{\triangle AOC} + S_{\triangle COB} = \frac{1}{2} \times (3 \times 4 + 3 \times 1) = \frac{15}{2}.$$

【点评】 本题考查了反比例函数与一次函数的交点问题, 待定系数法求解析式, 三角形面积公式及三角形面积的和差, 熟练的求解函数解析式是解本题的关键.

23. **【分析】** (1) 用待定系数法即可求解;

(2) 当 $y = 45$ 时, $y = 8x + 28 = 45$, 解得 $x = \frac{17}{8}$, 当 $y = 45$ 时, $y = \frac{900}{x} = 45$, 解得 $x = 20$, 则



$$20 - \frac{17}{8} = \frac{143}{8}, \text{ 即可求解.}$$

【解答】解：（1）设直线 AB 的表达式为 $y=kx+b$,

则 $b=28$, 即 $y=kx+28$,

将点 B 的坐标 $(9, 100)$ 代入上式得: $100=9k+28$, 解得 $k=8$,

故直线 AB 的表达式为 $y=8x+28$,

设反比例函数的表达式为 $y=\frac{m}{x}$,

将点 B 的坐标代入上式得: $100=\frac{m}{9}$, 解得 $m=900$,

则反比例函数的表达式为 $y=\frac{900}{x}$,

当 $y=25$ 时, 即 $y=\frac{900}{x}=25$, 解得 $x=36$,

即 $a=36$;

（2）当 $y=45$ 时, $y=8x+28=45$, 解得 $x=\frac{17}{8}$,

当 $y=45$ 时, $y=\frac{900}{x}=45$, 解得 $x=20$,

$$\text{则 } 20 - \frac{17}{8} = \frac{143}{8},$$

即不适饮水温度的持续时间为 $\frac{143}{8}$ 分.

【点评】本题考查的是一次函数和反比例函数综合运用, 正确得出函数解析是解题关键.

24. 【分析】（1）把 $x=0$ 代入原方程求解即可;

（2）根据方程的系数结合根的判别式, 可得出 $\Delta=1>0$ 进而可证出方程有两个不相等的实数根;

（3）利用因式分解法可求出 AB, AC 的长, 分 BC 为直角边及 BC 为斜边两种情况, 利用勾股定理可得出关于 k 的一元一次方程或一元二次方程解之即可得出 k 值, 取其正值（利用三角形的三边关系判定其是否构成三角形）即可得出结论.

【解答】解：（1）把 $x=0$ 代入原方程得 $k^2+k=0$,

解得 $k_1=0$, $k_2=-1$;

（2）在 $x^2 - (2k+1)x + k^2+k=0$ 中,

$$a=1, b=-(2k+1), c=k^2+k,$$

$$\therefore \Delta = [-(2k+1)]^2 - 4 \times (k^2+k) = 1 > 0,$$



∴方程有两个不相等的实数根；

$$(3) \because x^2 - (2k+1)x + k^2 + k = 0, \text{ 即 } (x - k)[x - (k+1)] = 0,$$

解得 $x_1 = k, x_2 = k+1$,

当 BC 为直角边时, $k^2 + 5^2 = (k+1)^2$,

解得 $k = 12$,

当 BC 为斜边时, $k^2 + (k+1)^2 = 5^2$,

解得: $k_1 = 3, k_2 = -4$ (不合题意, 舍),

综上: k 的值为 12 或 3;

【点评】 本题考查一元二次方程综合, 涉及一元二次方程根的情况与判别式关系, 一元二次方程根与直角三角形结合等, 熟练掌握一元二次方程相关定义与性质是解决问题的关键.

25. **【分析】** (1) 根据“完美数”的定义得出 52 可以得出两个数平方和, 即可得出结论;

(2) 先将代数式配方, 再根据新定义求解即可;

(3) 根据 $\triangle PCQ$ 的面积为 $S \text{ cm}^2$, 运动时间为 t 秒, 利用三角形的面积公式列出方程, 利用配方求出最大值即可.

【解答】 解: (1) 由 $52 = 4^2 + 6^2$ 可知 5 是“完美数”,

故答案为: 是;

(2) 当 $k = 81$ 时, s 为完美数, 理由:

$$s = x^2 + 2y^2 + 2xy + 18y + k = (x+y)^2 + (y^2 + 18y + k)$$

∵ s 是完美数,

∴ $y^2 + 18y + k$ 是完全平方数, $k = 81$;

(3) 根据条件可知: $AP = 2t, CO = \sqrt{3}t, PC = 6 - 2t$.

∵ $\triangle PCQ$ 的面积为 $S \text{ cm}^2$, 运动时间为 t 秒,

$$\therefore S = \frac{1}{2} PC \cdot CQ = \frac{1}{2} (6 - 2t) \cdot \sqrt{3}t = -\sqrt{3}t^2 + 3\sqrt{3}t = -\sqrt{3}(t^2 - 3t) = -\sqrt{3}(t - \frac{3}{2})^2 + \frac{9\sqrt{3}}{4}.$$

∴ 当 $t = \frac{3}{2}$ 时, S 有最大值 $\frac{9\sqrt{3}}{4}$.

【点评】 本题考查了配方法的应用, 掌握完全平方公式、灵活运用配方法是解题的关键.

26. **【分析】** (1) 首先根据点 B 坐标, 确定反比例函数的解析式, 设点 P 的纵坐标为 m ($m > 0$), 根据 $S_{\triangle PAO} = \frac{1}{3} S_{\text{矩形} A O B C}$, 构建方程即可解决问题;

(2) 过点 $(0, 2)$, 作直线 $l \perp y$ 轴. 由 (1) 知, 点 P 的纵坐标为 2, 推出点 P 在直线 l 上



作点 O 关于直线 l 的对称点 O' ，则 $OO' = 4$ ，连接 AO' 交直线 l 于点 P ，此时 $PO+PA$ 的值最小；

(3) 分四种情形分别求解即可解决问题；

【解答】解：(1) $\because$ 四边形 $OABC$ 是矩形， $OA=4$ ， $OC=3$ ，

$\therefore$ 点 B 的坐标为 $(4, 3)$ ，

$\because$ 点 B 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的第一象限内的图象上

$\therefore k = 12$ ，

$\therefore y = \frac{12}{x}$ ，

设点 P 的纵坐标为 m ($m > 0$)，

$\because S_{\triangle PAO} = \frac{1}{3} S_{\text{矩形 } AOCB}$ ，

$\therefore \frac{1}{2} \cdot OA \cdot m = OA \cdot OC \cdot \frac{1}{3}$ ，

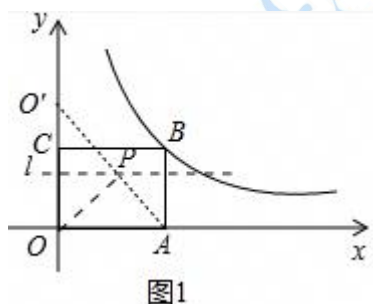
$\therefore m = 2$ ，

当点 P 在这个反比例函数图象上时，则 $2 = \frac{12}{x}$ ，

$\therefore x = 6$

$\therefore$ 点 P 的坐标为 $(6, 2)$ 。

(2) 过点 $(0, 2)$ ，作直线 $l \perp y$ 轴。



由 (1) 知，点 P 的纵坐标为 2，

$\therefore$ 点 P 在直线 l 上

作点 O 关于直线 l 的对称点 O' ，则 $OO' = 4$ ，

连接 AO' 交直线 l 于点 P ，此时 $PO+PA$ 的值最小，

则 $PO+PA$ 的最小值 $= PO' + PA = O'A = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2}$ 。



(3)

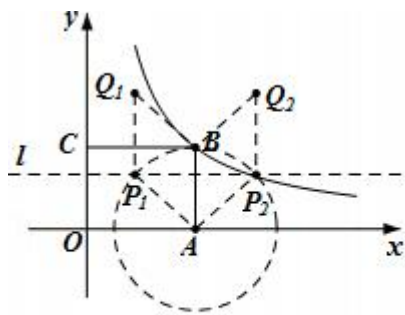


图2

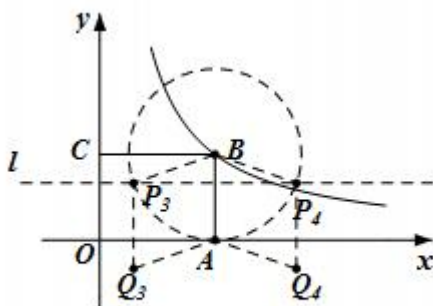


图3

①如图 2 中，当四边形 ABQP 是菱形时，易知 $AB=AP=PQ=BQ=3$ ， $P_1(4-\sqrt{5}, 2)$ ，

$P_2(4+\sqrt{5}, 2)$ ，

$\therefore Q_1(4-\sqrt{5}, 5)$ ， $Q_2(4+\sqrt{5}, 5)$ 。

②如图 3 中，当四边形 ABPQ 是菱形时， $P_3(4-2\sqrt{2}, 2)$ ， $P_4(4+2\sqrt{2}, 2)$ ，

$\therefore Q_3(4-2\sqrt{2}, -1)$ ， $Q_4(4+2\sqrt{2}, -1)$ 。

综上所述，点 Q 的坐标为 $Q_1(4-\sqrt{5}, 5)$ ， $Q_2(4+\sqrt{5}, 5)$ ， $Q_3(4-2\sqrt{2}, -1)$ ， $Q_4(4+2\sqrt{2}, -1)$ 。

【点评】 本题考查反比例函数综合题、矩形的性质、菱形的判定和性质、三角形的面积、轴对称最短问题等知识，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题，学会理由轴对称解决最短问题，学会用分类讨论的首先思考问题，属于中考压轴题。