



沪科版九上数学月考卷（四）

一、选择题

1. 下列是关于 x 的二次函数的是（ ）

A. $y=2x^3+3x$

B. $y=\frac{1}{3x}$

C. $y=a(x-1)^2+c$

D. $y=\frac{1}{5}x^2+3$

2. 二次函数 $y=(x-3)(x+5)$ 的图象的对称轴是（ ）

A. 直线 $x=3$

B. 直线 $x=-5$

C. 直线 $x=-1$

D. 直线 $x=1$

3. 关于抛物线 $y=-x^2-2x+3$ ，下列说法错误的是（ ）

A. 开口向下

B. 顶点坐标是 $(-1, 4)$

C. 当 $x \geq -1$ 时， y 随 x 的增大而增大

D. 对称轴是直线 $x=-1$

4. 二次函数 $y=x^2-1$ 的图象可由下列哪个函数图象向右平移 2 个单位，向下平移 2 个单位得到（ ）

A. $y=(x-2)^2+1$

B. $y=(x+2)^2+1$

C. $y=(x-2)^2-3$

D. $y=(x+2)^2+3$

5. 若反比例函数 $y=\frac{k-7}{x}$ 的图象分别位于第一、三象限，则 k 的取值范围是（ ）

A. $k>7$

B. $k \geq 7$

C. $k<7$

D. $k \leq 7$

6. 已知反比例函数 $y=\frac{6}{x}$ 的图象上有两点 $A(3, m)$ 、 $B(2, n)$ ，则 m 与 n 的大小关系是（ ）

A. $m>n$

B. $m<n$

C. $m=n$

D. 不能确定

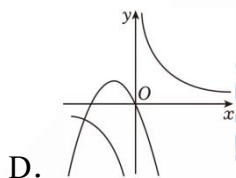
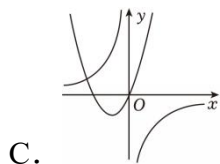
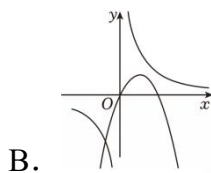
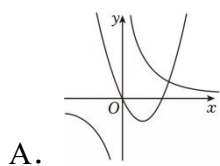


7. 观察下列表格，一元二次方程 $x^2 - x - 1.1 = 0$ 的最精确的一个近似解是 ()

x	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9
$x^2 - x - 1.1$	- 0.99	- 0.86	- 0.71	- 0.54	- 0.35	- 0.14	0.09	0.34	0.61

A. 0.09 B. 1.1 C. 1.6 D. 1.7

8. 二次函数 $y = ax^2 + bx$ 和反比例函数 $y = \frac{ab}{x}$ 在同一平面直角坐标系中的大致图象可能是 ()



9. 飞机着陆后滑行的距离 s (单位: m) 关于滑行的时间 t (单位: s) 的函数解析式为 $s = 60t - 1.5t^2$ ($0 \leq t \leq 20$). 有下列结论:

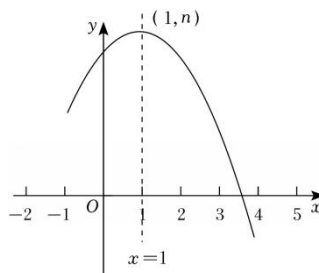
- ①滑行的时间为 $2s$ 时, 滑行的距离是 $114m$;
- ②飞机停下前最后 $10s$ 内滑行的距离是 $450m$;
- ③飞机着陆后滑行了 $600m$ 才停下来.

其中, 正确结论的个数是 ()

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

10. 如图是抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的部分图象, 其顶点坐标为 $(1, n)$, 且与 x 轴的一个交点在点 $(3, 0)$ 和 $(4, 0)$ 之间, 则下列结论: ① $b = 2a$; ② $c - a = n$; ③ $b^2 = 4a(c - n)$; ④当 $x < 0$ 时, $ax^2 + (b+2)x < 0$; ⑤若方程 $ax^2 + bx + c = m$ (m 为常数) 有两个不相等的实数根, 分别为 p, q , 则 $p+q=2$, 其中正确结论的个数是 ()

A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

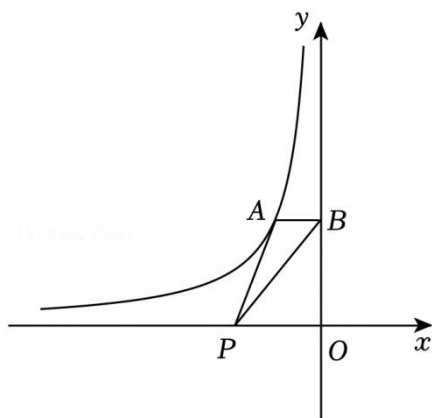




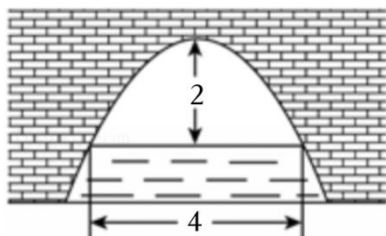
二、填空题

11. 二次函数 $y=2(x-3)^2-1$ 的顶点坐标为_____.

12. 在平面直角坐标系中, 反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的部分图象如图所示, $AB \perp y$ 轴于点 B , 点 P 在 x 轴上, 若 $\triangle ABP$ 的面积为 5, 则 k 的值为_____.



13. 如图, 一抛物线形拱桥, 当拱顶到水面的距离为 2 米时, 水面宽度为 4 米; 则当水面的宽度为 $2\sqrt{3}$ 米时, 水位上升 _____ 米.



14. 在平面直角坐标系 xOy 中, $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$ 是二次函数 $y=-x^2+4x-1$ 图象上三点. 若 $0 < x_1 < 1$, $x_2 > 4$, 则 y_1 _____ y_2 (填“ $>$ ”或“ $<$ ”); 若对于 $m < x_1 < m+1$, $m+1 < x_2 < m+2$, $m+2 < x_3 < m+3$, 存在 $y_1 < y_3 < y_2$, 则 m 的取值范围是 _____.



三、解答题

15. 函数 $y = (m + 2)x^{m^2+m-4}$ 是关于 x 的二次函数，且当 $x > 0$ 时， y 的值随 x 的值的增大而增大，求 m 的值.

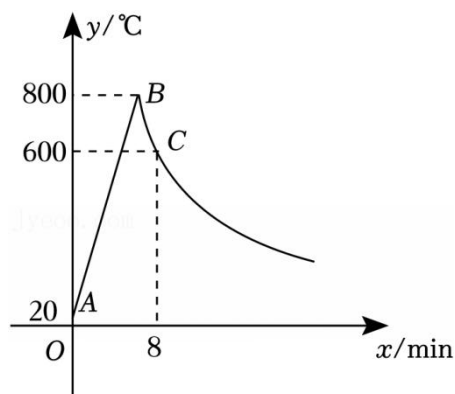
16. 已知抛物线的顶点为 $(1, -3)$ ，且经过点 $(0, 2)$ ，求抛物线的解析式.



17. 某工业大学学生在研究一种新型材料时，需先将材料加热到 800°C ，再进行加工操作。如图，停止加热后，温度 y ($^{\circ}\text{C}$) 与时间 x (min) 成反比例关系。

(1) 求材料停止加热后 y 与 x 的函数关系式。

(2) 根据工艺要求，停止加热后，当材料温度不低于 480°C 时，可以对材料进行加工，那么加工的时间有多长？



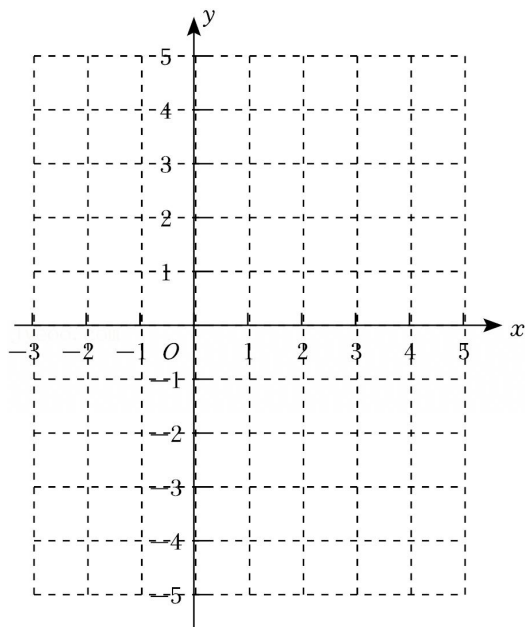


18. 已知二次函数 $y = (x - 2)^2 - 1$.

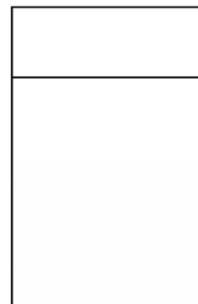
(1) 直接写出二次函数 $y = (x - 2)^2 - 1$ 的对称轴和顶点坐标 _____ , _____ ;

(2) 在平面直角坐标系中, 画出这个二次函数的图象, 在图中标出与 y 轴交点坐标;

(3) 当 y 随 x 的增大而减小时, 直接写出 x 的取值范围 _____ .



19. 如图是窗子的形状, 它是由上下连成一体两个矩形构成, 已知窗框的用料是 $6m$, 要使窗子能透过最多的光线, 问窗子的边长各是多少?



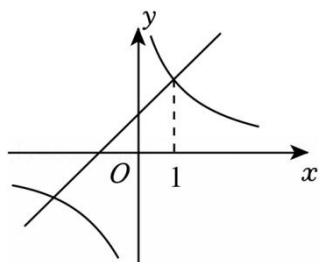


20. 如图，在同一平面直角坐标系中，一次函数 $y_1=x+1$ 和反比例函数 $y_2=\frac{k}{x}$ 的图象相交，其中一个交点的横坐标是 1.

(1) 求反比例函数的表达式;

(2) 请根据图象直接写出当 $y_1 < y_2$ 时, x 的取值范围;

(3) 点 $(-3, a)$, $(1, b)$, $(3, c)$ 都在反比例函数的图象上, 请直接比较 a, b, c 的大小.

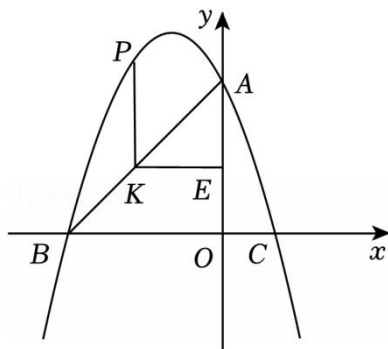




21. 已知，在平面直角坐标系中，抛物线 $y=ax^2+bx+3$ 与 x 轴交于点 B , C , 与 y 轴交于点 A , 其中 $B(-3, 0)$, $C(1, 0)$.

(1) 求抛物线的函数表达式;

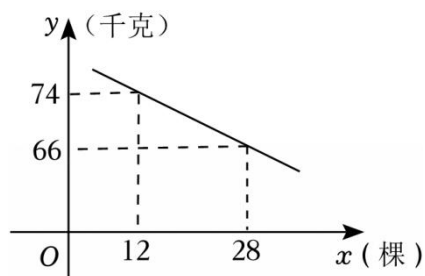
(2) 如图, 连接 AB , 点 P 是直线 AB 上方抛物线上一动点, 过点 P 作 $PK \parallel y$ 轴交 AB 于点 K , 过点 K 作 $KE \perp y$ 轴, 垂足为点 E , 求 $PK+KE$ 的最大值并求出此时点 P 的坐标.





22. 某片果园有果树 80 棵，现准备多种一些果树提高果园产量，但是如果多种树，那么树之间的距离和每棵树所受光照就会减少，单棵树的产量随之降低. 若该果园每棵果树产果 y (千克)，增种果树 x (棵)，它们之间的函数关系如图所示.

- (1) 求 y 与 x 之间的函数关系式.
- (2) 在投入成本最低的情况下，增种果树多少棵时，果园可以收获果实 7000 千克.
- (3) 当增种果树多少棵时，果园的总产量 w (千克) 最大？此时每棵果树的产量是多少？





23. 已知抛物线 $y=ax^2+bx$ ($a \neq 0$) 经过点 $(4, 0)$.

(1) 求该抛物线的对称轴;

(2) 点 $A(x_1, y_1)$ 和 $B(x_2, y_2)$ 分别在抛物线 $y=ax^2+bx$ 和 $y=x^2-2x$ 上 (A, B 与原点都不重合).

(i) 若 $a=\frac{1}{2}$, 且 $x_1=x_2$, 比较 y_1 与 y_2 的大小;

(ii) 当 $\frac{y_2}{y_1} = \frac{x_2}{x_1}$ 时, 若 $\frac{x_2}{x_1}$ 是一个与 x_1 无关的定值, 求 a 与 b 的值.





沪科版九上数学月考卷（四）

参考答案与试题解析

一、选择题

1. 【分析】根据二次函数的定义，注意判断即可.

【解答】解：A. 本选项是关于 x 的三次函数，故本选项不符合题意；

B. 本选项是关于 x 的反比例函数，故本选项不符合题意；

C. 当 $a \neq 0$ 时，本选项是关于 x 的二次函数，故本选项不符合题意；

D. 本选项是关于 x 的二次函数，故本选项符合题意.

故选：D.

【点评】本题主要考查二次函数的定义，熟记二次函数的定义是解题的关键.

2. 【分析】由交点式得到函数图象与 x 轴的交点坐标，然后利用对称性得到对称轴，

【解答】解：∵ $y = (x - 3)(x + 5)$,

∴ 函数图象与 x 轴的交点坐标为 $(3, 0)$, $(-5, 0)$,

∴ 函数图象的对称轴为直线 $x = \frac{3-5}{2} = -1$,

故选：C.

【点评】本题考查了二次函数的性质和图象，会由交点式得到函数图象与 x 轴的交点坐标是解题的关键.

3. 【分析】先将题目中的函数解析式化为顶点式，然后即可判断各个选项中的说法是否正确.

【解答】解：∵ 抛物线 $y = -x^2 - 2x + 3 = -(x+1)^2 + 4$,

∴ 该函数图象开口向下，故选项 A 不符合题意；

该函数的顶点坐标是 $(-1, 4)$ ，故选项 B 不符合题意；

当 $x \geq -1$ 时， y 随 x 的增大而减小，故选项 C 符合题意；

对称轴是直线 $x = -1$ ，故选项 D 不符合题意；

故选：C.

【点评】本题考查二次函数的性质，解答本题的关键是将题目中的函数解析式化为顶点式.

4. 【分析】根据平移的规律：左加右减，上加下减可得函数解析式.

【解答】解：二次函数 $y = x^2 - 1$ 的图象向左平移 2 个单位，向上平移 2 个单位得到 $y = (x+2)^2 - 1 + 2$ ，即 $y = (x+2)^2 + 1$.



即将抛物线 $y=x^2-1$ 的图象可由下列哪个函数图象向右平移 2 个单位，向下平移 2 个单位后，得到的抛物线的表达式为 $y=(x+2)^2+1$.

故选：B.

【点评】此题主要考查了二次函数图象与几何变换，关键是掌握平移的规律.

5. 【分析】根据反比例函数的性质可列出关于 k 的不等式，求出 k 的取值范围即可.

【解答】解：由题意得， $k-7>0$,

$$\therefore k>7,$$

故选：A.

【点评】本题考查了反比例函数的图象性质，解题关键是掌握反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($k\neq 0$) 中，当 $k>0$ 时，函数图象在第一、三象限是解题的关键.

6. 【分析】根据在反比例函数中，当 $k>0$ 时，在每个象限内 y 随 x 的增大而减小，由反比例函数 $y=\frac{6}{x}$ 的图象上有两点 $A(3, m)$ ， $B(2, n)$ ，可以判断出 m 、 n 的大小关系，从而本题得以解决.

【解答】解： $\because$ 反比例函数 $k=6>0$,

$\therefore$ 反比例函数图象在每个象限内 y 随 x 的增大而减小，

$\because$ 反比例函数 $y=\frac{6}{x}$ 的图象上有两点 $A(3, m)$ ， $B(2, n)$ ， $3>2$,

$$\therefore m<n,$$

故选：B.

【点评】本题考查反比例函数图象上点的坐标特征，解题的关键是明确在反比例函数中，当 $k>0$ 时，在每个象限内 y 随 x 的增大而减小.

7. 【分析】根据图表数据找出一元二次方程最接近 0 的未知数的值，即为最精确的近似解.

【解答】解： $\because x=1.7$ 时， $x^2-x-1.1$ 的值 0.09 最小，

$\therefore$ 一元二次方程 $x^2-x-1.1=0$ 的最精确的一个近似解是 1.7.

故选：D.

【点评】本题考查了图象法求一元二次方程的近似根，解此类题目的关键在于找代数式的值最接近 0 的未知数的值.

8. 【分析】可先由二次函数 $y=ax^2+bx$ 的图象开口与对称得到字母系数的正负，得到 ab 的正负，再与反比例函数 $y=\frac{ab}{x}$ 的图象所在象限得到 ab 的正负相比较是否一致，即可求解.



【解答】解：A、由抛物线开口向上，对称轴在 y 轴右侧，可得 $a > 0$ ， $-\frac{b}{2a} > 0$ ，所以 $a > 0$ ，

$b < 0$ ，则 $ab < 0$ ，由反比例函数图象在第一、三象限，则 $ab > 0$ ，故此选项不符合题意；

B、由抛物线开口向下，对称轴在 y 轴右侧，可得 $a < 0$ ， $-\frac{b}{2a} > 0$ ，所以 $a < 0$ ， $b > 0$ ，则 ab

< 0 ，由反比例函数图象在第一、三象限，则 $ab > 0$ ，故此选项不符合题意；

C、由抛物线开口向上，对称轴在 y 轴左侧，可得 $a > 0$ ， $-\frac{b}{2a} < 0$ ，所以 $a > 0$ ， $b > 0$ ，则 ab

> 0 ，由反比例函数图象在第二、四象限，则 $ab < 0$ ，故此选项不符合题意；

D、由抛物线开口向下，对称轴在 y 轴左侧，可得 $a < 0$ ， $-\frac{b}{2a} < 0$ ，所以 $a < 0$ ， $b < 0$ ，则 ab

> 0 ，由反比例函数图象在第一、三象限，则 $ab > 0$ ，故此选项符合题意；

故选：D.

【点评】本题考查抛物线、反比例函数的图象性质，利用数形结合思想求解是解题的关键.

9. **【分析】**根据二次函数的解析式求得其对称轴即可得出飞机滑行所需时间为 20 秒及滑行距离为 600m，再求出前 10 秒飞机滑行的距离即可.

【解答】解：当 $t=2$ 时， $s=60 \times 2 - 1.5 \times 4 = 114$ ，即滑行的时间为 2s 时，滑行的距离是 114m，故①正确；

$\because s = 60t - 1.5t^2 = -\frac{3}{2}(t - 20)^2 + 600$ ， $-\frac{3}{2} < 0$ ，抛物线开口向下，

$\therefore$ 当 $t=20$ 时， s 有最大值，此时 $s=600$ ，

$\therefore$ 飞机从落地到停下来共需 20 秒，滑行距离为 600m，故③正确；

飞机前 10 秒滑行的距离为： $s_1 = 60 \times 10 - 1.5 \times 10^2 = 450$ （米），

$\therefore$ 飞机停下前最后 10 秒滑行的距离为： $600 - 450 = 150$ （米），故②错误；

故选：C.

【点评】本题考查了二次函数在实际问题中的应用，明确题意并正确地将二次函数的一般式写成顶点式是解题的关键.

10. **【分析】**根据二次函数对称轴： $x = -\frac{b}{2a}$ ，即 $b = -2a$ ，可判断①的正误；根据二次函数的

顶点坐标公式 $(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a})$ ，即 $\frac{4ac-b^2}{4a} = n$ 将 $b = -2a$ 代入可判断②的正误；根据 $b^2 = (-2a)^2 = 4a \cdot a$ ， $c - a = n$ ，将其中一个 a 用 c 代换，可判断③的正误；根据直线： $y = -2x + c$ ，

是过 $(0, c)$ ，且 y 随 x 增大而减小的一条直线，如图 1，由图象可知，当 $x < 0$ 时， $ax^2 + bx + c < -2x + c$ ，移项可判断④的正误；由二次函数的对称轴和一元二次方程根与系数的关系可



得方程 $ax^2+bx+c-m=0$ 的两根之和为 $-\frac{b}{a}$, 因为 $-\frac{b}{2a}=1$, 即 $b=-2a$, 代入 $-\frac{b}{a}$, 可判断⑤的正误.

【解答】解: $\because -\frac{b}{2a}=1$, 即 $b=-2a$,

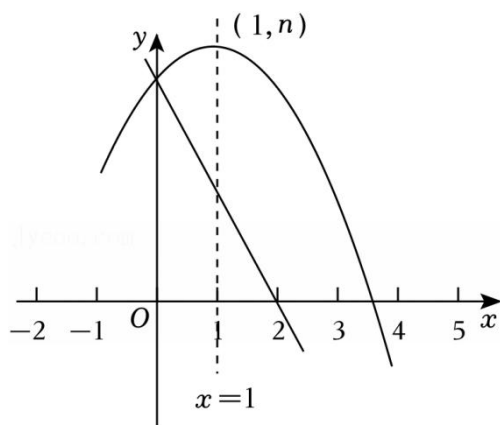
$\therefore b=2a$, 故①错误,

$$\therefore \frac{4ac-b^2}{4a} = \frac{4ac-(-2a)^2}{4a} = c-a=n,$$

$\therefore c-a=n$, $a=c-n$, 故②正确,

$\therefore b^2=(-2a)^2=4a^2=4a(c-n)$, 故③正确,

如图:



设直线 $y=-2x+c$, 则直线是过 $(0, c)$, 且 y 随 x 增大而减小的一条直线,

由图象可知, 当 $x<0$ 时,

$$ax^2+bx+c < -2x+c,$$

即 $ax^2+(b+2)x < 0$, 故④正确,

$\because$ 方程 $ax^2+bx+c=m$ (m 为常数) 即 $ax^2+bx+(c-m)=0$ 有两个不相等的实数根, 分别为 p 、 q ,

$$\therefore b=-2a,$$

$$\therefore p+q=-\frac{b}{a}=2, \text{ 故⑤正确,}$$

故选: D.

【点评】本题考查二次函数的图象与性质, 掌握二次函数的图象开口方向、增减性、对称轴、最值及二次函数与不等式、函数与一元二次方程的关系及一元二次方程根与系数的关系是解题的关键, 注意利用数形结合的思想会更方便.

二、填空题



11. 【分析】因为顶点式 $y=a(x-h)^2+k$ ，其顶点坐标是 (h, k) ，对照求二次函数 $y=2(x-3)^2-1$ 的顶点坐标.

【解答】解：∵二次函数 $y=2(x-3)^2-1$ 是顶点式，

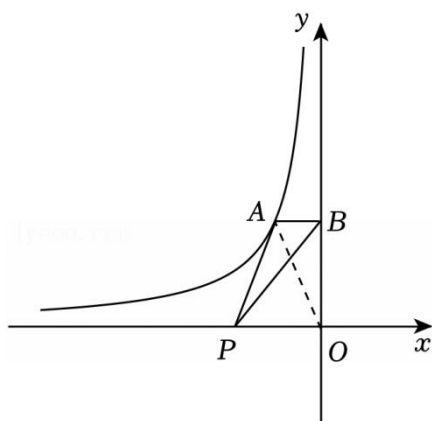
∴顶点坐标为 $(3, -1)$.

故答案为： $(3, -1)$.

【点评】此题主要考查了利用二次函数顶点式求顶点坐标，此题型是中考中考查重点，同学们应熟练掌握.

12. 【分析】设 A 的点的坐标是 (m, n) ，则 $AB=-m$ ， $OB=n$ ， $mn=k$. 根据三角形的面积公式即可求得 mn 的值，即可求得 k 的值.

【解答】解：连接 AO ，



设 $A(m, n)$ ，

∵点 A 在第二象限， $\triangle ABP$ 的面积为 5，

∴ $AB=-m$ ， $OB=n$ ， $mn=k$ ，

∴ $AB \perp y$ 轴，

∴ $AB \parallel x$ 轴，

∴ $S_{\triangle AOB} = S_{\triangle ABP} = 5$ ，

∴ $\frac{1}{2}AB \cdot OB = 5$ ，即 $-\frac{1}{2}mn = 5$ ，

∴ $mn = -10$ ，

则 $k=mn = -10$.

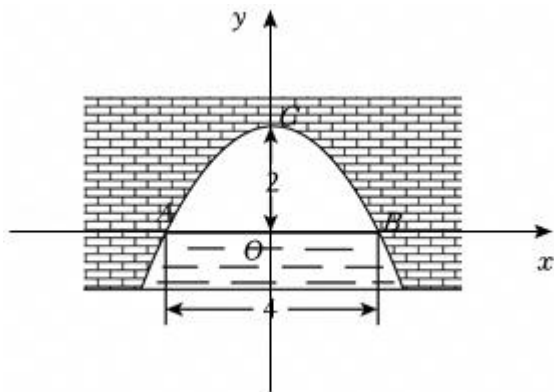
故答案是： -10 .

【点评】本题考查反比例函数系数 k 的几何意义，熟知过双曲线上的任意一点分别一条坐标轴作垂线，连接点与原点，与坐标轴围成三角形的面积是 $\frac{1}{2}|k|$ 是解题的关键.



13. **【分析】**如图建立平面直角坐标系，由题意得：C 为抛物线顶点且坐标为 $(0, 2)$ ， $A(-2, 0)$ ， $B(2, 0)$ ，求出抛物线解析式，然后把 $x = \sqrt{3}$ 代入求解即可.

【解答】解：如图建立平面直角坐标系，



由题意得：C $(0, 2)$ ，A $(-2, 0)$ ，B $(2, 0)$ ，

可设抛物线解析式为 $y = ax^2 + 2$ ，

$$\therefore 0 = 2^2 \times a + 2, \text{ 即 } a = -\frac{1}{2},$$

$$\therefore \text{抛物线解析式为 } y = -\frac{1}{2}x^2 + 2,$$

$$\text{当水面宽度为 } 2\sqrt{3} \text{ 米时，即当 } x = \sqrt{3} \text{ 时， } y = -\frac{1}{2} \times (\sqrt{3})^2 + 2 = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \text{水面上升的高度为 } \frac{1}{2} \text{ 米，}$$

故答案为： $\frac{1}{2}$.

【点评】本题主要考查了二次函数的实际应用，解题的关键在于能够准确地建立坐标系进行求解.

14. **【分析】**先求得二次函数的对称轴，再根据二次函数的性质求解即可.

$$\text{【解答】解：} \because y = -x^2 + 4x - 1 = -(x - 2)^2 + 3,$$

$\therefore$ 二次函数 $y = -x^2 + 4x - 1$ 图象的对称轴为直线 $x = 2$ ，开口向下，

$$\because 0 < x_1 < 1, x_2 > 4,$$

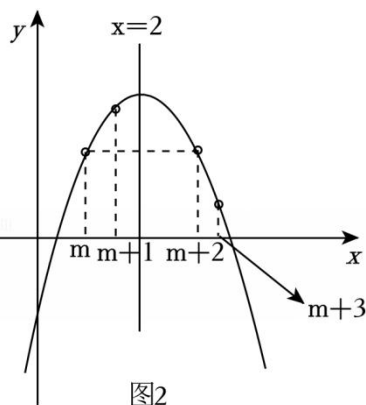
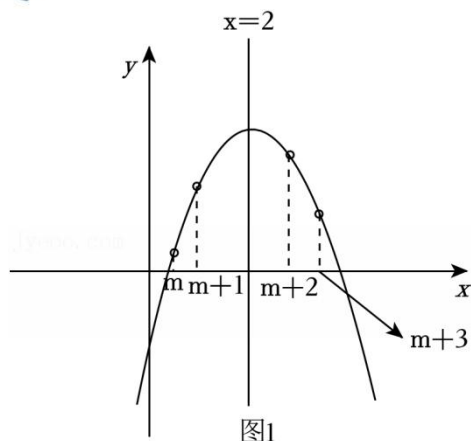
$$\therefore 2 - x_1 < x_2 - 2, \text{ 即 } (x_1, y_1) \text{ 比 } (x_2, y_2) \text{ 离对称轴直线的水平距离近，}$$

$$\therefore y_1 > y_2;$$

由题可知存在 $y_1 < y_3 < y_2$ ，即并不是全段都是 $y_1 < y_3 < y_2$ ，

所以我们可以尝试找到不存在 $y_1 < y_3$ 和 $y_3 < y_2$ 的临界值，

①先讨论 $y_1 < y_3$ ，



由图 1 可知，此时存在 $y_1 < y_3$ ，由图 2 可知，当 m 和 $m+2$ 关于对称轴对称时，此时不存在 $y_1 < y_3$ ，

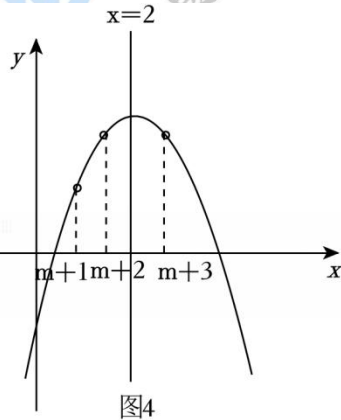
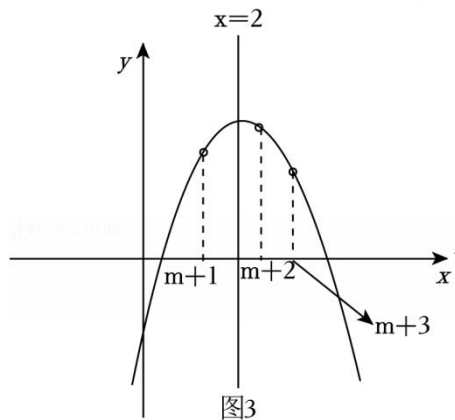
$$\text{此时 } \frac{m+m+2}{2} = 2,$$

$$\text{解得 } m=1,$$

要使存在 $y_1 < y_3$ ，则 x_1 和 x_3 均向左移动即可，

$$\therefore m < 1;$$

②再讨论 $y_3 < y_2$ ，



由图 3 可知，此时存在 $y_3 < y_2$ ，由图 4 可知，当 $m+2$ 和 $m+3$ 关于对称轴对称时，此时不存在 $y_3 < y_2$ ，

$$\text{此时 } \frac{m+2+m+3}{2} = 2,$$

$$\text{解得 } m = -\frac{1}{2},$$

要使存在 $y_3 < y_2$ ，则 x_2 和 x_3 均向右移动即可，

$$\therefore m > -\frac{1}{2};$$



综上, $-\frac{1}{2} < m < 1$,

故答案为: $>$, $-\frac{1}{2} < m < 1$.

【点评】 本题考查二次函数的性质、不等式的性质以及解不等式组, 熟练掌握二次函数的性质是解答的关键.

三、解答题

15. **【分析】** 根据二次函数的定义可知 $m^2+m-4=2$, 由 $x>0$ 时, y 随 x 增大而增大可知 $m+2>0$, 从而可求得 m 的值.

【解答】 解: $\because$ 函数 $y=(m+2)x^{m^2+m-4}$ 是关于 x 的二次函数,

$\therefore m^2+m-4=2$, 且 $m+2 \neq 0$,

解得: $m=-3$ 或 $m=2$, 且 $m \neq -2$,

$\because$ 当 $x>0$ 时, y 的值随 x 的值的增大而增大,

$\therefore m+2>0$, 即 $m>-2$,

$\therefore m=2$.

【点评】 本题考查了二次函数的定义, 二次函数的增减性, 解题的关键是根据已知得到关于 m 的一元一次不等式和一元二次方程.

16. **【分析】** 由顶点设抛物线的顶点式, 然后将 $(0, 2)$ 代入求解, 进而可得抛物线解析式.

【解答】 解: 设抛物线的解析式为 $y=a(x-1)^2-3$,

将 $(0, 2)$ 代入得, $2=a \cdot (0-1)^2-3$,

解得, $a=5$,

$\therefore$ 抛物线的解析式为 $y=5(x-1)^2-3$.

【点评】 本题考查了抛物线的顶点式. 根据题意选择合适的解析式的形式是解题的关键.

17. **【分析】** (1) 设反比例函数的解析式为 $y=\frac{k}{x}(k \neq 0)$, 把 $C(8, 600)$ 代入解析式列式计算确定 k 值即可;

(2) 将 $y=800$ 代入 $y=\frac{4800}{x}$ 得到 $x=6$, 得 $B(6, 800)$, 计算 $y=480$ 时, 反比例函数的值, 其差即为所求.

【解答】 解: (1) 设反比例函数的解析式为 $y=\frac{m}{x}(m \neq 0)$,

把 $(8, 600)$ 代入解析式, 得 $m=600 \times 8=4800$,



故反比例函数的解析式为 $y = \frac{4800}{x}$.

(2) 将 $y=800$ 代入 $y = \frac{4800}{x}$,

解得 $x=6$,

$\therefore B(6, 800)$,

当 $y=480$ 时, $x = \frac{4800}{480} = 10(\text{min})$;

故加工的时长为 $10 - 6 = 4(\text{min})$.

【点评】 本题考查了反比例函数的应用、待定系数法求解析式, 熟练掌握待定系数法, 明确时长等于交点横坐标的差是解题的关键.

18. **【分析】** (1) 根据 $y=a(x-h)^2+k$ 的对称轴为直线 $x=h$, 顶点坐标为 (h, k) 即可得;

(2) 列表、描点、连线即可画图, 进而得解;

(3) 根据增减性解答即可.

【解答】 解: (1) 由题意, $\therefore y = (x-2)^2 - 1$,

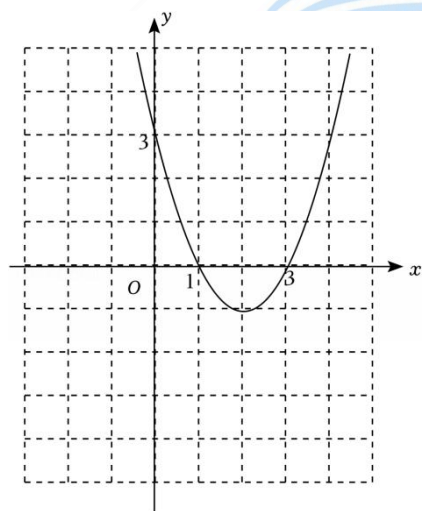
$\therefore$ 该函数的对称轴为直线 $x=2$, 顶点坐标为 $(2, -1)$.

故答案为: 直线 $x=2$, $(2, -1)$;

(2) 列表:

x	0	1	2	3	4
y	3	0	-1	0	3

描点画图, 得:



(3) 由抛物线开口向上, 对称轴为直线 $x=2$,

$\therefore$ 当 y 随 x 的增大而减小时, x 的取值范围为 $x \leq 2$.



故答案为: $x \leq 2$.

【点评】本题主要考查了二次函数 $y=a(x-h)^2+k$ 的图象与性质, 熟练掌握二次函数 $y=a(x-h)^2+k$ 的图象与性质是解题的关键.

19. 【分析】光线最多就是面积最大, 可设宽为 xm , 则长为 $(6-3x) \div 2 = (3-\frac{3}{2}x)m$, 表示出面积, 运用函数性质求解.

【解答】解: 设窗户的宽为 xm , 则长为 $(6-3x) \div 2 = (3-\frac{3}{2}x)m$,

$$\text{窗户的面积 } S = x(3-\frac{3}{2}x) = -\frac{3}{2}x^2 + 3x = -\frac{3}{2}(x-1)^2 + \frac{3}{2},$$

当 $x=1$ 时, S 有最大值为 $\frac{3}{2}$,

即窗户的长为 $\frac{3}{2}m$, 宽为 $1m$.

【点评】本题主要考查了二次函数的应用, 解答本题的关键是理解光线最多就是窗子面积最大时, 据此求面积表达式, 运用函数性质求解.

20. 【分析】(1) 根据待定系数法即可求得;

(2) 根据图象即可求得;

(3) 根据反比例函数的增减性判断即可.

【解答】解: (1) 把 $x=1$, 代入 $y_1=x+1$, 得 $y_1=1+1=2$,

$\therefore$ 交点坐标为 $(1, 2)$,

把 $(1, 2)$ 代入 $y = \frac{k}{x}$, 得 $2 = \frac{k}{1}$,

$\therefore k=2$,

$\therefore y = \frac{2}{x}$;

$$(2) \text{ 联立方程组 } \begin{cases} y = \frac{2}{x} \\ y = x + 1 \end{cases},$$

$$\text{解得 } \begin{cases} x = -2 \\ y = -1 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases},$$

$\therefore$ 另一个交点为 $(-2, -1)$,

观察图象, 当 $y_1 < y_2$ 时, x 的取值范围是 $x < -2$ 或 $0 < x < 1$;

(3) $\because y = \frac{2}{x}$ 中, $k=2 > 0$,

$\therefore$ 函数图象位于第一、三象限, 在每一个象限内, y 随 x 的增大而减小,



$\because$ 点 $(-3, a)$, $(1, b)$, $(3, c)$ 都在反比例函数的图象上, $-3 < 0 < 1 < 3$,

$\therefore a < 0 < c < b$, 即 $a < c < b$.

【点评】 本题考查了反比例函数与一次函数的交点问题, 待定系数法求解析, 三角形面积等, 掌握以上性质是解题的关键.

21. **【分析】** (1) 将 $B(-3, 0)$, $C(1, 0)$ 代入 $y = ax^2 + bx + 3$ 中, 再计算即可.

(2) 由 (1) 可知抛物线的解析式为 $y = -x^2 - 2x + 3$, 得直线 AB 的解析式为 $y = x + 3$, 设 $P(t, -t^2 - 2t + 3)$, 则 $K(t, t + 3)$, 故 $PK + KE = -t^2 - 4t = -(t + 2)^2 + 4$, 当 $t = -2$ 时, $PK + KE$ 的最大值为 4, 此时 $P(-2, 3)$.

【解答】 解: (1) 将 $B(-3, 0)$, $C(1, 0)$ 代入 $y = ax^2 + bx + 3$ 得:

$$\begin{cases} 9a - 3b + 3 = 0 \\ a + b + 3 = 0 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} a = -1 \\ b = -2 \end{cases},$$

$\therefore$ 抛物线的解析式 $y = -x^2 - 2x + 3$;

(2) $\because A(0, 3)$, $B(-3, 0)$,

$\therefore$ 直线 AB 的解析式为 $y = x + 3$, $OA = OB = 3$,

设 $P(t, -t^2 - 2t + 3)$, 则 $K(t, t + 3)$,

$\therefore PK = -t^2 - 3t$,

$\because OA = OB$,

$\therefore \angle BAO = 45^\circ$,

$\therefore AE = KE$,

$\therefore KE = 3 - t - 3 = -t$,

$\therefore PK + KE = -t^2 - 4t = -(t + 2)^2 + 4$,

当 $t = -2$ 时, $PK + KE$ 的最大值为 4, 此时 $P(-2, 3)$.

【点评】 本题考查了二次函数综合题, 掌握求二次函数解析式的方法, 会利用配方法求最值是解题关键.

22. **【分析】** (1) 根据该果园每棵果树产果 y (千克), 增种果树 x (棵), 它们之间的函数关系如图所示即可求解;

(2) 根据 (1) 中求得的函数关系式, 代入 7000 千克, 即可求解;

(3) 确定出二次函数的解析式, 然后确定其最大值, 实际问题中自变量 x 的取值要使实际问题有意义.



【解答】解：(1) 根据题中的图可以看出， y 与 x 为一次函数的关系，

设函数关系式为 $y=kx+b$ ，将 $(12, 74)$ 、 $(28, 66)$ 代入关系式可得

$$\begin{cases} 12k + b = 74 \\ 28k + b = 66 \end{cases} \text{解得 } k = -\frac{1}{2}, b = 80,$$

所以 y 与 x 之间的函数关系式为 $y = -\frac{1}{2}x + 80$.

(2) 根据题意可列方程 $(-\frac{1}{2}x + 80)(x + 80) = 7000$,

化简得 $x^2 - 80x + 1200 = 0$ ，解得 $x_1 = 20$, $x_2 = 60$,

因为题中要求投入成本最低的情况下，所以 $x_2 = 60$ 不符题意舍去，

答：增种果树 20 棵时，果园可以收获果实 7000 千克.

(3) 根据题意可列函数关系式 $w = (-\frac{1}{2}x + 80)(x + 80) = -\frac{1}{2}(x - 40)^2 + 7200$.

令 $y \geq 0$ ，可求出自变量 x 的取值范围是 $0 \leq x \leq 160$,

所以当 $x = 40$ 时， w 可取到最大值 7200，每颗果树的产量为 $y = -\frac{1}{2}x + 80 = 60$

答：当增种果树 40 棵时，果园的总产量最大，每颗果树的产量为 60 千克.

【点评】本题考查了二次函数的应用，解此类题的关键是通过题意，确定出二次函数的解析式，然后确定其最大值，实际问题中自变量 x 的取值要使实际问题有意义，因此在求二次函数的最值时，一定要注意自变量 x 的取值范围.

23. **【分析】**(1) 将已知点的坐标代入解析式中，得出系数之间的关系，利用对称轴公式即可求解；

(2) (i) 根据题意得出函数的解析式，将 $x_1 = x_2$ 代入解析式中，利用作差法即可得出函数值的大小；

(ii) 将函数值用各自自变量表示，整理 $\frac{x_2^2 - 2x_2}{a(x_1^2 - 4x_1)} = \frac{x_2}{x_1}$ 得出两自变量的数量关系，即 $x_2 = a$

$(x_1 - 4) + 2$ ，再利用特殊值法即可求出系数的值.

【解答】解：(1) 由题意得，将点 $(4, 0)$ 代入 $y = ax^2 + bx$ 得，

$$16a + 4b = 0, \text{ 即 } b = -4a,$$

$$\therefore -\frac{b}{2a} = 2,$$

故所求抛物线的对称轴是直线 $x = 2$.

(2) (i) 由 (1) 可知，抛物线的解析式为 $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x$.

又 $\because x_1 = x_2$,



$$\therefore y_2 - y_1 = (x_2^2 - 2x_2) - (\frac{1}{2}x_1^2 - 2x_1) = (x_1^2 - 2x_1) - (\frac{1}{2}x_1^2 - 2x_1) = \frac{1}{2}x_1^2.$$

$\therefore$ 抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x$ 过原点，且点 A 与原点不重合，

$$\therefore x_1 \neq 0,$$

$$\therefore \frac{1}{2}x_1^2 > 0,$$

故 $y_2 > y_1$;

(ii) 由题意知， $y_1 = ax_1^2 - 4ax_1$ ， $y_2 = x_2^2 - 2x_2$ ，

$$\therefore \frac{y_2}{y_1} = \frac{x_2}{x_1},$$

$$\therefore \frac{x_2^2 - 2x_2}{a(x_1^2 - 4x_1)} = \frac{x_2}{x_1},$$

$\therefore$ 两条抛物线均过原点，且 A, B 与原点都不重合，所以 $x_1 \neq 0$ ， $x_2 \neq 0$.

故 $\frac{x_2 - 2}{a(x_1 - 4)} = 1$ ，即 $x_2 = a(x_1 - 4) + 2$.

$$\therefore \frac{x_2}{x_1} = \frac{a(x_1 - 4) + 2}{x_1} = a + \frac{2 - 4a}{x_1},$$

依题意知， $a + \frac{2 - 4a}{x_1}$ 是与 x_1 无关的定值.

不妨将 $x_1 = 1$ 和 $x_1 = 2$ 分别代入 $a + \frac{2 - 4a}{x_1}$ ，可得 $2 - 3a = 1 - a$ ，(或直接令 $2 - 4a = 0$ ，解得 $a = \frac{1}{2}$)

解得 $a = \frac{1}{2}$ ，

经检验，当 $a = \frac{1}{2}$ 时， $\frac{x_2}{x_1} = \frac{1}{2}$ 是一个与 x_1 无关的定值，符合题意.

$$\therefore a = \frac{1}{2}, b = -4a = -2.$$

【点评】 本题主要考查了二次函数的图象和性质，求抛物线的对称轴，判断函数值的大小，利用函数值的数量关系求系数，解题的关键是熟练掌握二次函数的性质.