



沪科版九上数学月考卷（五）

一、选择题

1. 下列函数中，一定是关于 x 的二次函数的是（ ）

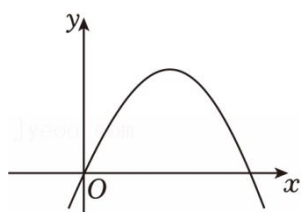
A. $y = ax^2 + bx + c$

B. $y = -x - 4$

C. $y = 2x^2 - \frac{5}{x}$

D. $y = 3x^2 + x - 2$

2. 在平面直角坐标系中，若二次函数 $y = -(x - h)^2 - k$ 的图象如图所示，则点 $A(k, h)$ 所在的象限是（ ）



A. 第一象限

B. 第二象限

C. 第三象限

D. 第四象限

3. 函数 $y = x^2 - x + 1$ 的图象与 x 轴的交点的情况是（ ）

A. 有两个交点

B. 有一个交点

C. 没有交点

D. 无法判断

4. 下列函数中， y 值随 x 值的增大而减小的是（ ）

A. $y = (x - 1)^2 - 1$

B. $y = -\frac{1}{x}$

C. $y = 2x + 1$

D. $y = -2x + 1$

5. 小敏在一次投掷实心球的训练中，掷出的实心球的飞行高度 y (m) 与水平距离 x (m) 之间的关系大致满足二次函数 $y = -\frac{1}{12}x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{4}{3}$ ，则小敏此次成绩为（ ）

A. 6m

B. 7m

C. 8m

D. 10m

6. 已知点 $A(-5, y_1)$ 、 $B(-2, y_2)$ 和 $C(1, y_3)$ 都在二次函数 $y = ax^2 + 2ax + c$ ($a < 0$) 的图象上，则 y_1 、 y_2 、 y_3 的大小关系是（ ）

A. $y_1 < y_2 < y_3$

B. $y_1 < y_3 < y_2$

C. $y_2 < y_3 < y_1$

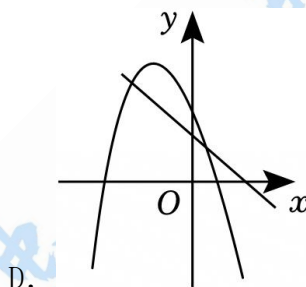
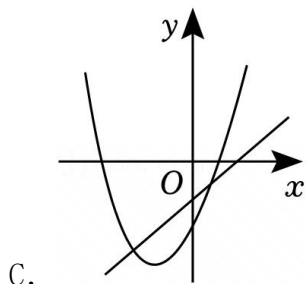
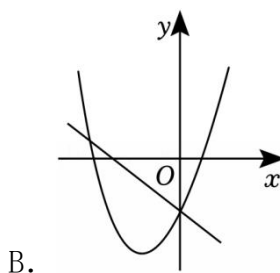
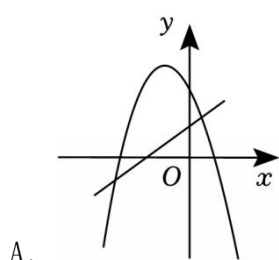
D. $y_3 < y_2 < y_1$



7. 已知抛物线 $y=ax^2+bx$ 与 x 轴交于 A, B 两点, 顶点 C 的纵坐标为 $-2b$, 则抛物线的对称轴为直线 ()

- A. $x=2$ B. $x=4$ C. $x=-4$ D. $x=-2$

8. 一次函数 $y=cx-a$ ($c \neq 0$) 和二次函数 $y=ax^2+x+c$ ($a \neq 0$) 在同一平面直角坐标系中的图象可能是 ()

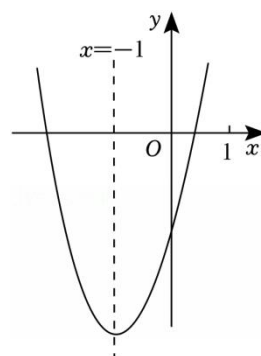


9. 设 a, b, c 为实数, 且满足 $a-b+c < 0$, $a+b+c > 0$, 则下列结论正确的是 ()

- A. $b^2 > 4ac$ B. $b^2 \leq 4ac$ 且 $a \neq 0$
C. $b^2 > 4ac$ 且 $a > 0$ D. $b^2 > 4ac$ 且 $a < 0$

10. 如图, 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的对称轴是直线 $x=-1$. 下列结论:

- ① $abc < 0$;
② $b^2 > 4ac$;
③ $4a - 2b + c > 0$;
④ $3a + c > 0$;
⑤ $b^2 - 4a^2 > 2ac$. 其中正确结论的个数是 ()



- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

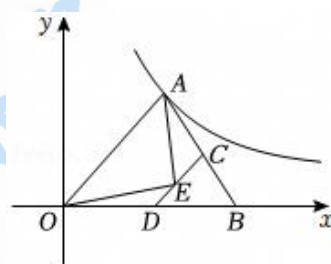


二、填空题

11. 将抛物线 $y=2x^2$ 向上平移 3 个单位长度，再向右平移 2 个单位长度，所得到的抛物线解析式为_____。

12. 抛物线 $y=2x^2-4x-3$ ，当 $-1 < x \leq 4$ 时， y 的取值范围是_____。

13. 如图， $\triangle AOB$ 中， $AO=AB$ ， OB 在 x 轴上 C ， D 分别为 AB ， OB 的中点，连接 CD ， E 为 CD 上任意一点，连接 AE ， OE ，反比例函数 $y=\frac{k}{x}(x>0)$ 的图象经过点 A ，若 $\triangle AOE$ 的面积为 4，则 k 的值是_____。



14. 设抛物线 $y=x^2+(m+2)x+m$ ，其中 m 为实数.

(1) 若抛物线一定经过一点，则该点的坐标为_____；

(2) 当 $x=2$ 时， $y>0$ ，且当 $x<-2$ 时， y 随 x 的增大而减小，则 m 的取值范围是_____。

三、解答题

15. 已知 $y=(m+3)x^{m^2+2m-1}+x-5$ 是 y 关于 x 的二次函数，求 m 的值.



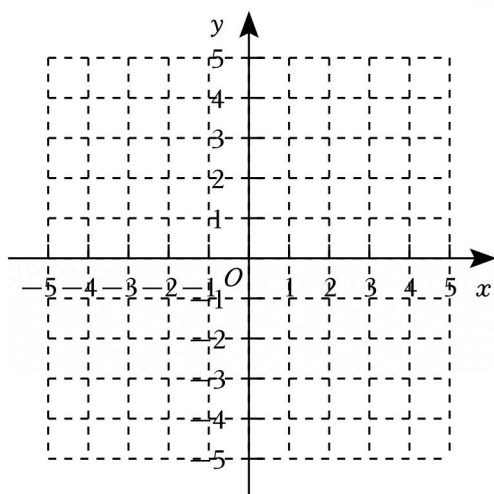
16. 已知关于 x 的二次函数 $y = x^2 - 4x + 3$, 求该函数的图象与 x 轴的交点坐标和最值.

17. 已知二次函数 $y = x^2 - 2x - 3$.

(1) 将二次函数解析式化成顶点式为 _____;

(2) 画出这个二次函数的图象;

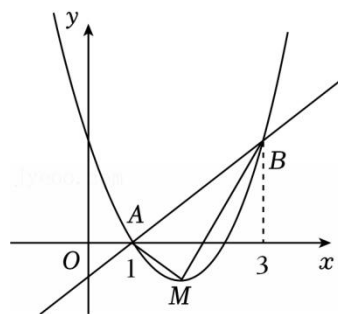
(3) 当 $0 \leq x < 3$ 时, y 的取值范围为 _____.





18. 如图，直线 $y=x+a$ 和抛物线 $y=x^2+bx+c$ 都经过点 $A(1, 0)$, $B(3, 2)$.

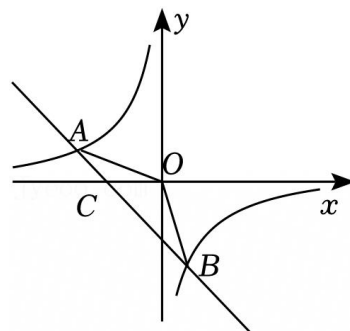
- (1) 求 a, b, c 的值;
- (2) 抛物线的顶点为 M , 求 $\triangle AMB$ 的面积.



19. 已知一次函数 $y=kx+b$ 的图象和反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ 的图象相交于 $A(-4, n)$, $B(2, -4)$

两点，连接 OA 、 OB ，直线 AB 与 x 轴相交于点 C .

- (1) 求反比例函数和一次函数的解析式;
- (2) 直接写出不等式 $kx+b > \frac{m}{x} > 0$ 的解集.

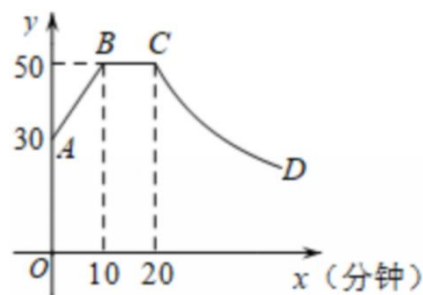




20. 心理学家研究发现，一般情况下，一节课 40 分钟，学生的注意力随教师讲课时间的变化而变化．学生的注意力指数 y 随时间 x （分）的变化规律如图所示（其中 AB 、 BC 为线段， CD 为双曲线的一部分）．

（1）上课后的第 5 分钟与第 30 分钟相比较，
第 _____ 分钟时学生的注意力更集中．

（2）一道数学题，需要讲 18 分钟，为了学生听课效果较好，要求学生的注意力指数不低于 40，那么经过适当的时间安排，教师能否在学生注意力达到所需状态下讲完这道题？请说明理由．



21. 若一个函数的解析式等于另两个函数解析式的和，则这个函数称为另两个函数的“生成函数”．现有关于 x 的两个二次函数 y_1 ， y_2 ，且 $y_1 = a(x - m)^2 + 4$ ($m > 0$)， y_1 ， y_2 的“生成函数”为： $y = x^2 + 4x + 14$ ；当 $x = m$ 时， $y_2 = 15$ ；二次函数 y_2 的图象的顶点坐标为 $(2, k)$ ．

（1）求 m 的值；

（2）求二次函数 y_1 ， y_2 的解析式．



22. 某商品进货价为每件 40 元，将该商品每件的售价定为 50 元时，每星期可销售 250 件．现在计划提高该商品的售价增加利润，市场调查反映：若该商品每件的售价在 50 元基础上每上涨 1 元，其每星期的销售量减少 10 件．设该商品每件的售价上涨 x 元（ x 为整数且 $x \geq 0$ ）时，每星期的销售量为 y 件．

（1）求 y 与 x 之间的函数解析式；

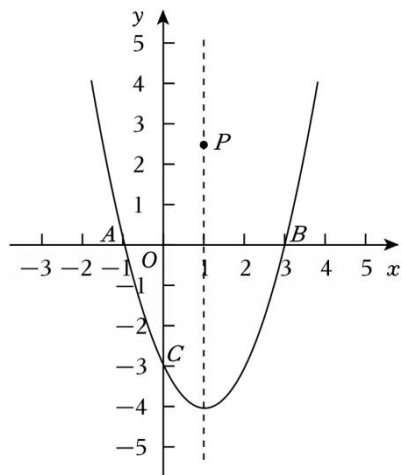
（2）当该商品每件的售价定为多少元时，销售该商品每星期获得的利润最大？最大利润是多少？





23. 如图, 已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的图象与 y 轴交于点 $C(0, -3)$, 与 x 轴交于点 $A(-1, 0)$, $B(3, 0)$.

- (1) 求此二次函数的表达式.
- (2) 已知 P 为抛物线对称轴上一动点, 求 $\triangle APC$ 周长的最小值.
- (3) 已知 Q 为抛物线上一点, 当点 Q 运动到直线 BC 下方时, 求 $\triangle BCQ$ 面积的最大值.



李忠义教研室
设计锻炼思考能力的好资料



沪科版九上数学月考卷（五）

参考答案与试题解析

一、选择题

1. 【分析】根据二次函数的定义： $y=ax^2+bx+c$ （ $a \neq 0$ 且 a 是常数）判断即可得答案.

【解答】解：根据二次函数的定义 $y=ax^2+bx+c$ （ $a \neq 0$ 且 a 是常数）逐项分析判断如下：

A、 $a=0$ 时不是二次函数，故 A 不符合题意；

B、 $y=-x-4$ 是一次函数，故 B 不符合题意；

C、 $y=2x^2-\frac{5}{x}$ 里含有分式，故 C 不符合题意；

D、 $y=3x^2+x-2$ 是二次函数，故 D 符合题意；

故选：D.

【点评】本题考查了二次函数的定义，利用二次函数的定义是解题关键，注意 a 是不等于零的常数.

2. 【分析】本题应根据抛物线的顶点的位置求解.

【解答】解：由图象可知顶点 $(h, -k)$ 在第一象限，
则 (k, h) 在第二象限，

故选：B.

【点评】本题考查了抛物线的顶点式，解题关键是确定抛物线的顶点坐标.

3. 【分析】当 $y=0$ 时， $x^2-x+1=0$ ，再根据一元二次方程根的判别式即可求解.

【解答】解：当 $y=0$ 时， $x^2-x+1=0$ ，

则 $\Delta = (-1)^2 - 4 \times 1 \times 1 = -3 < 0$ ，

$\therefore$ 无实数根，

$\therefore$ 函数 $y=x^2-x+1$ 的图象与 x 轴无交点，

故选：C.

【点评】本题考查了二次函数与一元二次方程的关系，解题的关键是把函数图象的交点问题转换成方程解的问题.

4. 【分析】根据一次函数，反比例函数以及二次函数的增减性进行判断即可.

【解答】解：A、 $y=(x-1)^2-1$ ，对称轴为 y 轴，在 y 轴左侧， y 的值随 x 值的增大而减小，在 y 轴右侧， y 的值随 x 值的增大而增大，故本选项不符合题意；



B、 $\because k = -1 < 0$, 则 $y = -\frac{1}{x}$ 在每一象限内, y 随 x 的增大而增大, 故本选项不符合题意;

C、 $y = 2x + 1$, $k = 2 > 0$, $\therefore y$ 的值随 x 值的增大而增大, 故本选项不符合题意;

D、 $y = -2x + 1$, $k = -2 < 0$, $\therefore y$ 的值随 x 值的增大而减小, 故本选项符合题意.

故选: D.

【点评】 本题考查了一次函数, 反比例函数以及二次函数的增减性, 熟练掌握这些函数的增减性与系数的关系是解题的关键.

5. **【分析】** 根据实心球落地时, 高度 $y = 0$, 把实际问题可理解为当 $y = 0$ 时, 求 x 的值即可.

【解答】 解: 在 $y = -\frac{1}{12}x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{4}{3}$ 中, 当 $y = 0$ 时, $-\frac{1}{12}x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{4}{3} = 0$,

解得 $x_1 = -2$ (舍去), $x_2 = 8$,

即小强此次成绩为 8 米,

故选: C.

【点评】 本题考查了二次函数的应用中函数式中变量与函数表达的实际意义, 需要结合题意, 取函数或自变量的特殊值列方程求解是解题关键.

6. **【分析】** 利用二次函数的增减性比较大小即可.

【解答】 解: 由题知: 抛物线的对称轴为直线 $x = -\frac{2a}{2a} = -1$,

$\because a < 0$,

$\therefore$ 抛物线开口向下,

$\therefore$ 离对称轴越远则函数值越小,

题中三个点离直线 $x = -1$ 距离由远及近为 A、C、B,

$\therefore y_1 < y_3 < y_2$,

故选: B.

【点评】 本题考查了二次函数图象上点的坐标特征, 能够理解在二次函数中比较函数值大小的方法并灵活运用是解决问题的关键.

7. **【分析】** 根据抛物线顶点 C 的纵坐标为 $-2b$, 求出 $b = 8a$, 然后代入解析式, 并把解析式化为顶点式即可得出结论.

【解答】 解: $\because$ 抛物线 $y = ax^2 + bx$ 顶点 C 的纵坐标为 $-2b$,

$$\therefore \frac{-b^2}{4a} = -2b,$$

解得 $b = 8a$,



$$\therefore y = ax^2 + bx = y = ax^2 + 8ax = a(x^2 + 8x) = a(x+4)^2 - 16a,$$

$\therefore$ 抛物线的对称轴为直线 $x = -4$,

故选: C.

【点评】 本题考查抛物线与 x 轴的交点, 二次函数的性质, 关键是求出 a 和 b 的关系.

8. **【分析】** 可先由一次函数 $y = cx - a$ 图象得到字母系数的正负, 再与二次函数 $y = ax^2 + x + c$ 的图象相比较看是否一致.

【解答】 解: A、由抛物线可知 $a < 0$, 又 $b = 1 > 0$, 所以对称轴应该在 y 轴右侧, 故本选项不符合题意;

B、由抛物线可知, $a > 0$, $c < 0$, 由直线可知, $a > 0$, $c < 0$, 故本选项符合题意;

C、由抛物线可知, $a > 0$, $c < 0$, 由直线可知, $a > 0$, $c > 0$, 故本选项不符合题意;

D、由抛物线可知 $a < 0$, 又 $b = 1 > 0$, 所以对称轴应该在 y 轴右侧, 故本选项不符合题意.

故选: B.

【点评】 本题考查了二次函数图象, 一次函数的图象, 应该熟记一次函数 $y = kx + b$ 在不同情况下所在的象限, 以及熟练掌握二次函数的有关性质: 开口方向、对称轴、顶点坐标等.

9. **【分析】** 分两种情况讨论: $a = 0$ 时, 以及 $a \neq 0$ 时, 由二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的性质, 当 $x = -1$ 时, $y < 0$, 当 $x = 1$ 时, $y > 0$, 从而得出图象的大体位置, 再进行判断即可.

【解答】 解: 当 $a = 0$ 时,

$$\therefore a - b + c < 0,$$

$$\therefore b > c,$$

$$\text{又} \therefore a + b + c > 0,$$

$$\therefore b > -c,$$

$$\therefore 2b > c - c = 0,$$

$$\therefore b > 0,$$

$$\therefore b^2 > 4ac = 0;$$

当 $a \neq 0$ 时, 设二次函数解析式为 $y = ax^2 + bx + c$,

$$\therefore a - b + c < 0, a + b + c > 0,$$

$$\therefore \text{当 } x = -1 \text{ 时, } y < 0,$$

$$\text{当 } x = 1 \text{ 时, } y > 0,$$

$\therefore$ 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 与 x 轴有两个不同的交点,



∴方程 $ax^2+bx+c=0$ 有两个不相等的实数根, $b^2-4ac>0$,

即 $b^2>4ac$;

综上所述, $b^2>4ac$;

故选: A. 解: 设二次函数 $y=ax^2+bx+c$,

∵ $a-b+c<0$, $a+b+c>0$,

∴方程 $ax^2+bx+c=0$ 有两个不相等的实数根,

即 $b^2-4ac>0$.

故选: A.

【点评】本题考查了抛物线和 x 轴的交点问题, 抛物线和 x 轴有两个交点, 方程 $ax^2+bx+c=0$ 有两个不相等的实数根.

10. 【分析】观察图象得: 抛物线开口向上, 与 y 轴交于负半轴, 可得 $a>0$, $c<0$, 再由对称轴是直线 $x=-1$, 可得 $abc<0$, 故①正确; 再根据抛物线与 x 轴有 2 个交点, 可得 $b^2>4ac$, 故②正确; 观察图象得: 当 $x=-2$ 时, $y<0$, 可得 $4a-2b+c<0$, 故③错误; 观察图象得: 当 $x=1$ 时, $y>0$, 再由 $b=2a$, 可得 $a+b+c>0$, 故④正确; 再由 $b^2-4a^2=(b+2a)(b-2a)=0$, 可得⑤正确, 即可求解.

【解答】解: 观察图象得: 抛物线开口向上, 与 y 轴交于负半轴,

∴ $a>0$, $c<0$,

∵对称轴是直线 $x=-1$,

∴ $-\frac{b}{2a}=-1$, 即 $b=2a>0$,

∴ $abc<0$, 故①正确;

∵抛物线与 x 轴有 2 个交点,

∴ $\Delta=b^2-4ac>0$,

∴ $b^2>4ac$, 故②正确;

观察图象得: 当 $x=-2$ 时, $y<0$,

即 $4a-2b+c<0$, 故③错误;

观察图象得: 当 $x=1$ 时, $y>0$,

∵ $b=2a$,

∴ $a+b+c=3a+c>0$, 故④正确;

∵ $b=2a$,



$$\therefore b - 2a = 0,$$

$$\therefore b^2 - 4a^2 = (b+2a)(b-2a) = 0,$$

$$\because a > 0, c < 0,$$

$$\therefore 2ac < 0,$$

$$\therefore b^2 - 4a^2 > 2ac, \text{ 故⑤正确;}$$

故选: C.

【点评】 本题主要考查了二次函数的图象和性质, 熟练掌握二次函数的图象和性质是解题的关键.

二、填空题

11. **【分析】** 根据“左加右减、上加下减”的原则进行解答即可.

【解答】 解: 将抛物线 $y = 2x^2$ 向上平移 3 个单位长度, 再向右平移 2 个单位长度后, 得到的抛物线的解析式为 $y = 2(x - 2)^2 + 3$,

故答案为: $y = 2(x - 2)^2 + 3$.

【点评】 本题考查的是二次函数的图象与几何变换, 要求熟练掌握平移的规律: 左加右减, 上加下减.

12. **【分析】** 首先利用配方法求出二次函数的最值, 进而利用 x 的取值范围得出 y 的取值范围.

$$\begin{aligned} \text{【解答】解: } \because y &= 2x^2 - 4x - 3 \\ &= 2(x^2 - 2x) - 3 \\ &= 2(x^2 - 2x + 1 - 1) - 3 = 2(x - 1)^2 - 5, \end{aligned}$$

$$\therefore \text{当 } x = 1 \text{ 时, } y \text{ 最小值} = -5,$$

$$\because -1 \leq x \leq 4, \text{ 且 } |4 - 1| > |-1 - 1|,$$

$$\therefore x = 4 \text{ 时, } y_{\text{最大}} = 13,$$

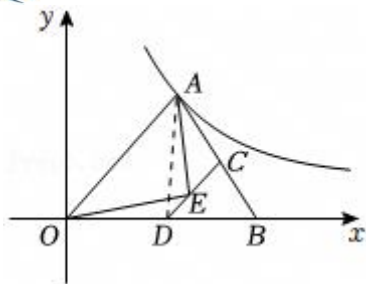
$$\therefore \text{当 } -1 \leq x \leq 4 \text{ 时, } y \text{ 的取值范围是: } -5 \leq y \leq 13.$$

故答案为: $-5 \leq y \leq 13$.

【点评】 此题主要考查了二次函数的性质以及配方法的应用, 根据已知得出顶点坐标是解题关键.

13. **【分析】** 根据等腰 $\triangle AOB$, 中位线 CD 得出 $AD \perp OB$, $S_{\triangle AOE} = S_{\triangle AOD} = 2$, 应用 $|k|$ 的几何意义求 k .

【解答】 解: 如图, 连接 AD ,



$\triangle AOB$ 中, $AO=AB$, OB 在 x 轴上, C 、 D 分别为 AB , OB 的中点,

$\therefore AD \perp OB$, $AO \parallel CD$,

$\therefore S_{\triangle AOE} = S_{\triangle AOD} = 4$,

$\therefore k=8$.

故答案为: 8.

【点评】 本题考查了反比例函数图象、等腰三角形以及中位线的性质、三角形面积, 解题的关键是灵活运用等腰三角形的性质.

14. **【分析】** (1) 要找到抛物线一定经过的点, 即无论 m 取何值, 该点都满足抛物线方程. 可将抛物线方程整理为关于 m 的表达式, 令 m 的系数为 0, 求解此时的 x 和 y 即可;

(2) 对于二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$), 其对称轴为 $x=-\frac{b}{2a}$, 当 $a>0$ 时, 抛物线开口向上, 在对称轴左侧 y 随 x 的增大而减小. 本题中 $a=1>0$, 所以抛物线开口向上, 结合当 $x<-2$ 时, y 随 x 的增大而减小”可确定对称轴的范围; 再结合“ $x=2$ 时, $y>0$ ”列出不等式, 进而确定 m 的取值范围.

【解答】 解: (1) 将抛物线 $y=x^2+(m+2)x+m$ 整理为 $y=x^2+2x+m(x+1)$,

$$\text{令} \begin{cases} x+1=0 \\ y=x^2+2x+m(x+1) \end{cases},$$

由 $x+1=0$ 得 $x=-1$,

把 $x=-1$ 代入 $y=x^2+2x$, 得 $y=(-1)^2+2 \times (-1)=1-2=-1$,

$\therefore$ 该点的坐标为 $(-1, -1)$,

故答案为: $(-1, -1)$;

(2) 抛物线 $y=x^2+(m+2)x+m$ 中, $a=1$, $b=m+2$, 对称轴为 $x=-\frac{m+2}{2}$,

$\because a=1>0$, 且当 $x<-2$ 时, y 随 x 的增大而减小,

$\therefore$ 对称轴为直线 $x=-\frac{m+2}{2} \geq -2$,

当 $x=2$ 时, $y=2^2+(m+2) \times 2+m>0$, 即 $3m+8>0$,



解不等式 $-\frac{m+2}{2} \geq -2$,

解得 $m \leq 2$,

解不等式 $3m+8 > 0$, 得 $3m > -8$, 即 $m > -\frac{8}{3}$,

$\therefore m$ 的取值范围是 $-\frac{8}{3} < m \leq 2$,

故答案为: $-\frac{8}{3} < m \leq 2$.

【点评】 本题综合考查了二次函数的性质, 包括对称轴、单调性以及函数值的取值范围, 熟练掌握二次函数的这些性质, 是解题的关键.

三、解答题

15. **【分析】** 根据题意可得, $m+3 \neq 0$, $m^2+2m-1=2$, 因式分解求值即可.

【解答】 解: 由已知条件可得: $m+3 \neq 0$, $m^2+2m-1=2$,

解得: $m \neq -3$, $m_1 = -3$, $m_2 = 1$,

$\therefore m=1$.

【点评】 本题主要考查二次函数的概念, 因式分解求一元二次方程的解, 熟练掌握以上知识点是关键.

16. **【分析】** 依据题意, 由 $y=x^2-4x+3$, 可令 $y=0$, 则 $y=x^2-4x+3=0$, 求出 $x=1$ 或 $x=3$, 即可得该函数的图象与 x 轴的交点坐标为 $(1, 0)$, $(3, 0)$, 又 $y=x^2-4x+3=(x-2)^2-1$, 从而可得当 $x=2$ 时, 函数取最小值为 -1 , 进而得解.

【解答】 解: 由题意, $\because y=x^2-4x+3$,

$\therefore$ 令 $y=0$, 则 $y=x^2-4x+3=0$,

$\therefore x=1$ 或 $x=3$.

$\therefore$ 该函数的图象与 x 轴的交点坐标为 $(1, 0)$, $(3, 0)$.

又 $\because y=x^2-4x+3=(x-2)^2-1$.

$\therefore$ 当 $x=2$ 时, 函数取最小值为 -1 .

【点评】 本题主要考查了抛物线与 x 轴的交点、二次函数的最值, 解题时要熟练掌握并能灵活运用二次函数的性质是关键.

17. **【分析】** (1) 将二次函数解析式为顶点式求解.

(2) 通过二次函数解析式作图.

(3) 结合图象和二次函数的性质求解即可.



【解答】解：（1）由题意可得，抛物线为 $y = x^2 - 2x - 3 = (x - 1)^2 - 4$,

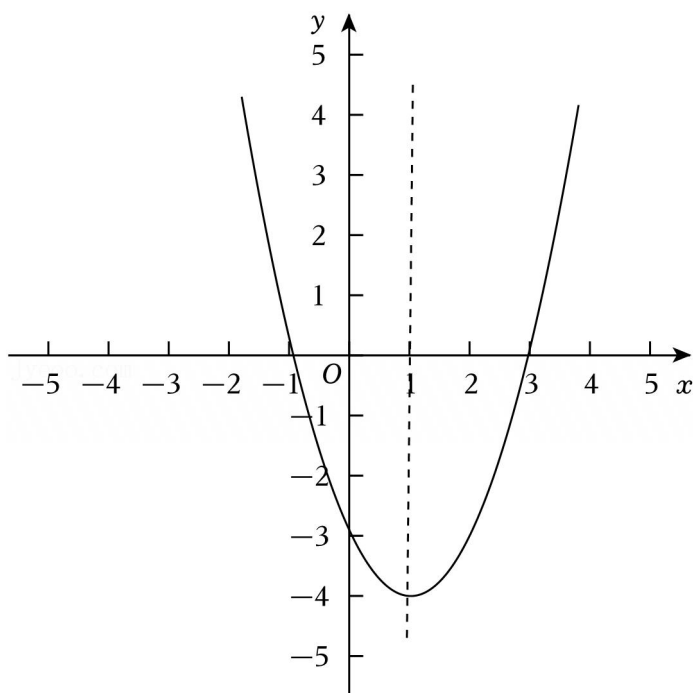
∴顶点式为： $y = (x - 1)^2 - 4$.

故答案为： $y = (x - 1)^2 - 4$.

（2）列表为：

x	-2	-1	0	1	2
y	5	0	-3	-4	-3

∴画图为：



（3）∵抛物线的对称轴为：直线 $x = 1$,

根据图象可得，当 $0 \leq x < 3$ 时， $-4 \leq y < 0$,

故答案为： $-4 \leq y < 0$,

【点评】本题考查了二次函数的图象和性质，熟练掌握二次函数图象和性质是解题的关键.

18. 【分析】本题可根据点在直线和抛物线上的性质求出 a 、 b 、 c 的值，再根据抛物线的顶点坐标公式求出顶点 M 的坐标，最后利用三角形面积公式求出 $\triangle AMB$ 的面积.

【解答】解：（1）∵直线 $(y = x + a)$ 经过点 $A(1, 0)$,

将点 $A(1, 0)$ 代入直线方程 $y = x + a$ 中，可得 $0 = 1 + a$,

解得： $a = -1$,

∵抛物线 $(y = x^2 + bx + c)$ 经过点 $A(1, 0)$ 和 $B(3, 2)$,

将这两点分别代入抛物线方程可得方程组 $\begin{cases} 1 + b + c = 0 \\ 9 + 3b + c = 2 \end{cases}$,



用第二个方程减去第一个方程消去 c 可得: $(9+3b+c) - (1+b+c) = 2 - 0$

$$9+3b+c - 1 - b - c = 2,$$

$$2b+8=2,$$

$$2b=2-8,$$

$$2b=-6,$$

$$b=-3,$$

将 $b=-3$ 代入 $(1+b+c=0)$, 可得 $(1-3+c=0)$, 解得 $c=2$,

$\therefore a, b, c$ 的值分别为: $a=-1, b=-3, c=2$;

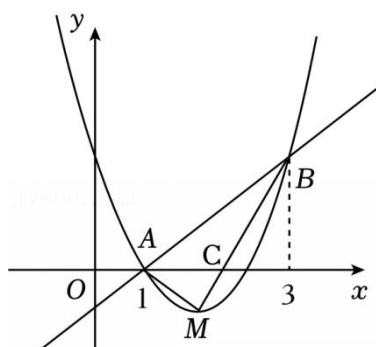
(2) 由 (1) 可知抛物线的解析式为 $y=x^2-3x+2$,

对于抛物线 $y=ax^2+bx+c$, ($a \neq 0$), 其顶点横坐标为 $(-\frac{b}{2a})$, 纵坐标为 $(\frac{4ac-b^2}{4a})$,

在抛物线 $y=x^2-3x+2$ 中, $a=1, b=-3, c=2$, 则顶点 M 的横坐标为 $(-\frac{-3}{2 \times 1} = \frac{3}{2})$, 纵坐标

为 $(\frac{4 \times 1 \times 2 - (-3)^2}{4 \times 1} = \frac{8-9}{4} = -\frac{1}{4})$,

即 $M(\frac{3}{2}, -\frac{1}{4})$,



如图, 设直线 BM 与 x 轴交点为点 C ,

设直线 BM 的方程为 $y=mx+n$,

已知 $B(2, 0), M(\frac{3}{2}, -\frac{1}{4})$,

$$\text{则 } m = \frac{0 - (-\frac{1}{4})}{2 - \frac{3}{2}} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2},$$

将 $B(2, 0), m=\frac{1}{2}$, 代入方程 $y=mx+n$ 得 $n=-1$,

则直线 BM 的方程为 $y=\frac{1}{2}x-1$,

将 $y=0$, 代入直线 BM 的方程得 $x=2$,



则 $AC = \frac{5}{3} - 1 = \frac{2}{3}$,

$\therefore S_{\triangle ABM} = S_{\triangle ACM} + S_{\triangle ABC}$

$= \frac{2}{3} \left(\frac{1}{4} + 2 \right) \times \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$.

$\therefore S_{\triangle ABM} = \frac{3}{4}$.

【点评】 本题考查函数的字母系数相关问题，属于中档题.

19. **【分析】** (1) 把 $A(-4, n)$, $B(2, -4)$ 分别代入一次函数 $y = kx + b$ 和反比例函数 $y = \frac{m}{x}$, 运用待定系数法分别求其解析式;

(2) 由图象观察函数 $y = \frac{m}{x}$ 的图象在一次函数 $y = kx + b$ 图象的下方, 在 x 轴上方对应的 x 的范围.

【解答】 解: (1) $\because B(2, -4)$ 在反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ 的图象上,

$\therefore m = 2 \times (-4) = -8$,

$\therefore$ 反比例函数的解析式为 $y = -\frac{8}{x}$,

$\because$ 点 $A(-4, n)$ 在 $y = -\frac{8}{x}$ 上,

$\therefore n = 2$,

$\therefore A(-4, 2)$,

$\because y = kx + b$ 经过 $A(-4, 2)$, $B(2, -4)$,

$\therefore \begin{cases} -4k + b = 2 \\ 2k + b = -4 \end{cases}$,

解得 $\begin{cases} k = -1 \\ b = -2 \end{cases}$,

$\therefore$ 一次函数的解析式为 $y = -x - 2$;

(2) 由图象可知不等式 $kx + b > \frac{m}{x} > 0$ 的解集为 $x < -4$.

【点评】 本题主要考查了一次函数与反比例函数的交点问题, 正确利用待定系数法求出对应的函数关系式是解题的关键.

20. **【分析】** (1) 根据图象信息即可得到结论;

(2) 分别求出注意力指数为 36 时的两个时间, 再将两时间之差和 19 比较, 大于 19 则能讲完, 否则不能.

【解答】 解: (1) 由图象知, 上课后的第 5 分钟与第 30 分钟相比较, 5 分钟时学生的注意



力更集中，

故答案为：5；

(2) 设线段 AB 的解析式为： $y_{AB} = kx + b$,

把 $(10, 50)$ 和 $(0, 30)$ 代入得， $\begin{cases} 10k + b = 50 \\ b = 30 \end{cases}$,

解得 $\begin{cases} k = 2 \\ b = 30 \end{cases}$,

$\therefore$ 直线 AB 的解析式为： $y_{AB} = 2x + 30$;

设双曲线 CD 的函数关系式为： $y_{CD} = \frac{a}{x}$,

把 $(20, 50)$ 代入得， $50 = \frac{a}{20}$,

$\therefore a = 1000$,

$\therefore$ 双曲线 CD 的函数关系式为： $y_{CD} = \frac{1000}{x}$;

当 $y = 40$ 时，则 $2x + 30 = 40$ ，解得 $x = 5$;

当 $y = 40$ 时，则 $\frac{1000}{x} = 40$ ，解得 $x = 25$.

$\therefore 25 - 5 = 20 > 18$.

$\therefore$ 教师能在学生注意力达到所要求状态下讲完这道题.

【点评】 此题主要考查了反比例函数的应用，解题的关键是根据实际意义列出函数关系式，从实际意义中找到对应的变量的值，利用待定系数法求出函数解析式，再根据自变量的值求算对应的函数值.

21. **【分析】** (1) 根据已知新定义和当 $x = m$ 时， $y_2 = 15$ 得出 $15 = m^2 - a(m - m)^2 + 4m + 10$ ，求出即可；

(2) 把 m 的值代入函数 y_2 ，根据顶点的横坐标即可求出 a ，再把 a 的值代入求出即可.

【解答】 解：(1) $\because y_1 = a(x - m)^2 + 4(m > 0)$ ， y_1 ， y_2 的“生成函数”为： $y = x^2 + 4x + 14$;

$\therefore y_2 = x^2 + 4x + 14 - a(x - m)^2 - 4 = x^2 - a(x - m)^2 + 4x + 10$,

$\therefore$ 当 $x = m$ 时， $y_2 = 15$,

$\therefore 15 = m^2 - a(m - m)^2 + 4m + 10$,

解得： $m_1 = 1$ ， $m_2 = -5$ (不合题意舍去)；

(2) 由 (1) 得： $y_2 = x^2 - a(x - 1)^2 + 4x + 10 = (1 - a)x^2 + (2a + 4)x - a + 10$,



∵二次函数 y_2 的图象的顶点坐标为 $(2, k)$.

$$\therefore -\frac{2a+4}{2(1-a)}=2,$$

解得: $a=4$,

$$\therefore y_1=4(x-1)^2+4, y_2=-3x^2+12x+6.$$

【点评】 本题考查了二次函数的性质, 求函数的解析式的应用, 能读懂题意是解此题的关键, 题目比较典型, 有一定的难度.

22. **【分析】** (1) 根据题意和题目中的数据, 可以写出 y 与 x 之间的函数解析式;

(2) 根据题意, 可以写出利润和 x 之间的函数解析式, 然后利用二次函数的性质, 即可得到当该商品每件的售价定为多少元时, 销售该商品每星期获得的利润最大, 最大利润是多少.

【解答】 解: (1) 由题意可得,

$$y=250-10x=-10x+250,$$

即 y 与 x 之间的函数解析式是 $y=-10x+250$;

(2) 设当该商品每件的售价上涨 x 元时, 销售该商品每星期获得的利润为 w 元.

$$\text{由题意可得: } w=(50+x-40)(-10x+250)=-10x^2+150x+2500=-10\left(x-\frac{15}{2}\right)^2+\frac{12250}{4}$$

($0 \leq x \leq 25$ 且 x 为整数),

∴当 $x=7$ 或 8 时, w 取得最大值 3060, 此时 $50+x=57$ 或 58 ,

答: 当该商品每件的售价为 57 或 58 元时, 每星期获得的利润最大, 最大利润为 3060 元.

【点评】 本题考查二次函数的应用, 解答本题的关键是明确题意, 写出相应的函数解析式, 利用二次函数的性质求最值.

23. **【分析】** (1) 利用待定系数法求二次函数解析式即可;

(2) 利用轴对称解决最短路径问题;

(3) 根据三角形面积计算方法结合二次函数求最值即可求解;

【解答】 (1) 已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的图象与 y 轴交于点 $C(0, -3)$, 与 x 轴交于点 $A(-1, 0)$, $B(3, 0)$. 将点 A , 点 B , 点 C 的坐标分别代入得:

$$\begin{cases} a-b+c=0 \\ 9a+3b+c=0 \\ c=-3 \end{cases}$$

$$\text{解得: } \begin{cases} a=1 \\ b=-2 \\ c=-3 \end{cases}$$



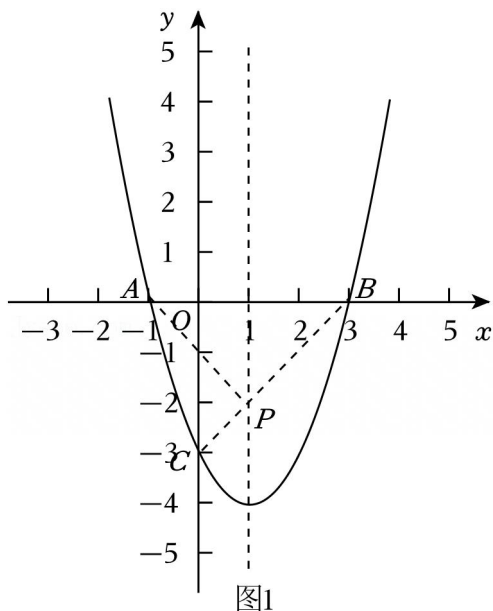
∴二次函数的表达式为 $y = x^2 - 2x - 3$;

(2) 由 (1) 得二次函数的表达式为 $y = x^2 - 2x - 3 = (x - 1)^2 - 4$,

∴对称轴为直线 $x = 1$,

∵ $A(-1, 0)$, $B(3, 0)$,

∴点 A 关于对称轴的对称点为点 B , 连接 CB , 则与对称轴的交点即为点 P , 连接 AP ,



∴ $\triangle APC$ 的周长的最小值为 $AP + PC + AC = BP + PC + AC = BC + AC$,

∵ $A(-1, 0)$, $B(3, 0)$, $C(0, -3)$,

∴ $BC = 3\sqrt{2}$, $AC = \sqrt{10}$,

∴ $\triangle APC$ 周长最小值为 $3\sqrt{2} + \sqrt{10}$;

(3) 设 BC 的解析式为 $y = kx + b$ ($k \neq 0$), 将点 B , 点 C 的坐标分别代入得:

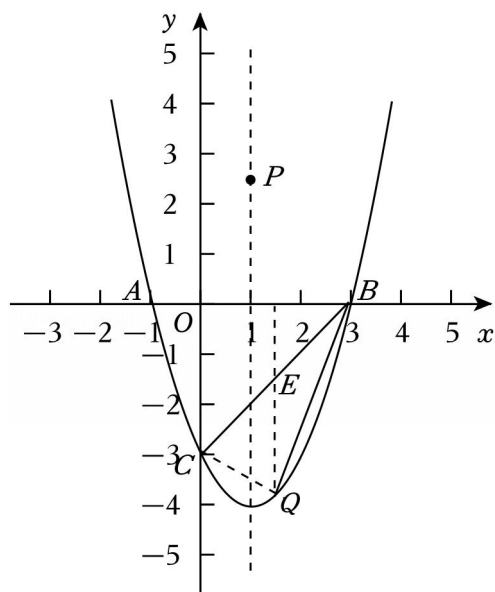
$$\begin{cases} 3k + b = 0 \\ b = -3 \end{cases},$$

解得: $\begin{cases} k = 1 \\ b = -3 \end{cases}$,

∴直线 BC 的解析式为 $y = x - 3$,

设 $Q(m, m^2 - 2m - 3)$, 过点 Q 作 $QE \perp x$ 轴交 BC 与点 E ,

则 $E(m, m - 3)$,



$$\therefore QE = m - 3 - (m^2 - 2m - 3) = -m^2 + 3m,$$

$$\therefore S_{\triangle BCQ} = \frac{1}{2}QE \cdot OB = \frac{1}{2}(-m^2 + 3m) \times 3 = -\frac{3}{2}m^2 + \frac{9}{2}m,$$

$\because$ 点 Q 在直线 BC 的下方, 即 $0 < m < 3$,

$\therefore$ 当 $m = -\frac{b}{2a} = \frac{3}{2}$ 时, $\triangle BCQ$ 的面积有最大值, 为 $\frac{27}{8}$,

$\therefore \triangle BCQ$ 面积的最大值为 $\frac{27}{8}$.

【点评】 本题属于二次函数综合题, 主要考查了待定系数法求二次函数解析式, 轴对称解决最短路径问题, 三角形面积的计算方法等知识点, 熟练掌握以上知识点是解题的关键.