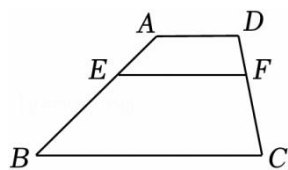




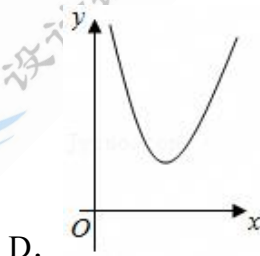
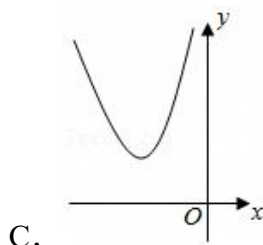
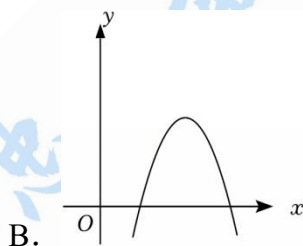
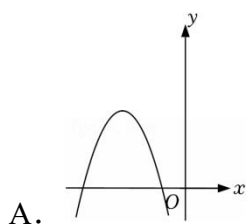
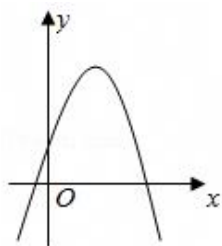


7. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, 点 E 、 F 分别在 AB 、 CD 上, 且 $AD \parallel EF \parallel BC$. 若 $DF:DC=1:3$, $AE=6$, 则 BE 的长为 ()

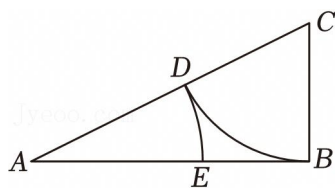


- A. 12 B. 6 C. 18 D. 16

8. 函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象如图所示, 则选项中函数 $y=a(x-b)^2+c$ 的图象正确的是 ()



9. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ABC=90^\circ$, $AB=2BC$, 利用圆规在 AC 上截取 $CD=CB$, 在 AB 上截取 $AE=AD$, 点 E 就是 AB 的黄金分割点. 若 $AB=4$, 则 AE 的长为 ()



- A. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ B. $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$ C. $2\sqrt{5}-2$ D. $6-2\sqrt{5}$

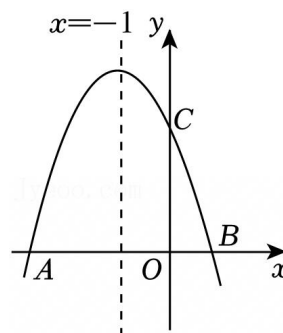


10. 如图, 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ ($a<0$) 与 x 轴交于 A, B 两点, 与 y 轴的正半轴交于点 C , 对称轴是直线 $x=-1$, 其顶点在第二象限, 给出以下结论: ()

- ① $abc<0$;
- ② 当 $m \neq -1$ 时, $a-b > am^2+bm$;
- ③ 若 $ax_1^2+bx_1 = ax_2^2+bx_2$ 且 $x_1 \neq x_2$, 则 $x_1+x_2=2$;
- ④ 若 $OA=OC$, 则 $OB=-\frac{1}{a}$;

其中正确的个数有 () 个

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4



二、填空题

11. 已知二次函数 $y=-2x^2$, 将该二次函数的图象向下平移 3 个单位, 所得新的函数表达式为_____.

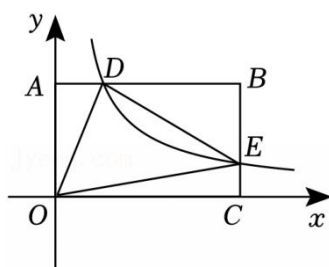
12. 已知点 P 是线段 AB 的黄金分割点 ($AP > PB$), $AB=6$, 那么 BP 的长为_____.

13. 飞机着陆时速度快, 通常借助直道滑行一段距离来保持飞机稳定. 据统计某飞机着陆后滑行的距离 s (单位: m) 与滑行的时间 t (单位: s) 的函数解析式是 $s=80t-2t^2$, 那么飞机着陆后滑行 _____ s 才能停下来.

14. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 矩形 $OABC$ 的两边 OC, OA 分别在 x 轴、 y 轴的正半轴上, 反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($x>0$) 与 AB 相交于点 D , 与 BC 相交于点 E ,

(1) 若点 E 为 BC 的中点, 则 $\frac{AD}{AB} =$ _____.

(2) 若 $BE=4EC$, 且 $\triangle ODE$ 的面积是 12, 则 k 的值为_____.





三、解答题

15. 已知 $\frac{x}{2} = \frac{y}{3}$,

(1) 求 $\frac{x}{x+y}$ 的值;

(2) 若 $x+y=15$, 求 x, y 的值.

16. 已知二次函数 $y=x^2+bx+c$ 经过 $(0, 2)$ 和 $(1, 2)$.

(1) 求该二次函数的表达式和对称轴.

(2) 当 $-1 \leq x \leq 3$ 时, 求该二次函数的最大值和最小值.



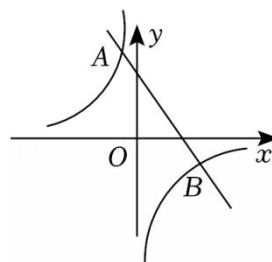
17. (1) 已知 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{2}{3}$, $b + 2d + 3f = 6$, 则 $a + 2c + 3e =$ _____ .

(2) 已知 $\frac{x+y}{z} = \frac{x+z}{y} = \frac{y+z}{x} = k$, 求 k 的值.

18. 如图, 一次函数 $y_1 = kx + b$ 的图象与反比例函数 $y_2 = \frac{m}{x}$ 的图象交于 $A(-1, n)$, $B(3, -2)$ 两点.

(1) 求一次函数和反比例函数的解析式;

(2) 结合函数图象, 直接写出 $y_1 < y_2$ 时, x 的取值范围.





19. 已知抛物线 $y = x^2 - (a - 1)x + a - 2$ (a 是常数).

- (1) 求证：无论 a 为何值，该抛物线与 x 轴一定有交点；
- (2) 若该抛物线与 x 轴交于点 A, B ，且 $AB = 2$ ，求 a 的值.

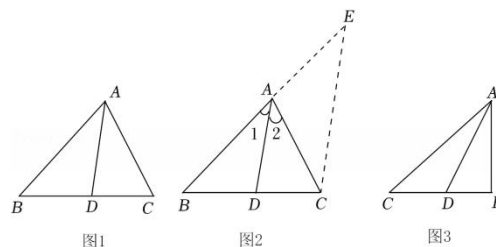
20. 请阅读以下材料，并完成相应的问题.

角平分线分线段成比例定理：如图 1，在 $\triangle ABC$ 中， AD 平分 $\angle BAC$ ，则 $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD}$. 下面是这个定理的部分证明过程. 证明：如图 2，过 C 作 $CE \parallel DA$ ，交 BA 的延长线于 E .

任务：

(1) 请按照上面的证明思路，写出该证明的剩余部分；

(2) 如图 3，已知 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $AB = 3$ ， $BC = 4$ ， $\angle ABC = 90^\circ$ ， AD 平分 $\angle BAC$ ，求 $\triangle ACD$ 的周长.

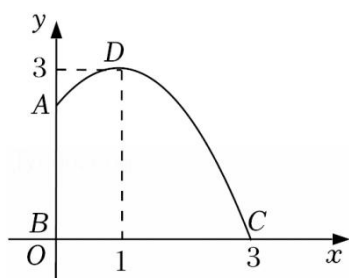




21. 某小区有一个半径为 $3m$ 的圆形喷水池，喷水池的周边有一圈喷水头，喷出的水柱为抛物线，在距水池中心 $1m$ 处达到最大高度为 $3m$ ，且各个方向喷出的水柱恰好在喷水池中心的装饰物处汇合，以水平方向为 x 轴，喷水池中心为原点建立如图所示的平面直角坐标系.

(1) 求水柱所在抛物线对应的函数关系式；

(2) 王师傅在喷水池维修设备期间，喷水池意外喷水，如果他站在与池中心水平距离为 $2m$ 处，通过计算说明身高 $1.8m$ 的王师傅是否被淋湿？





22. 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 在 BC 边上, 点 E 在 AC 边上, AD 与 BE 交于点 F .

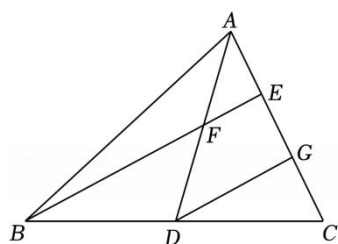


图1

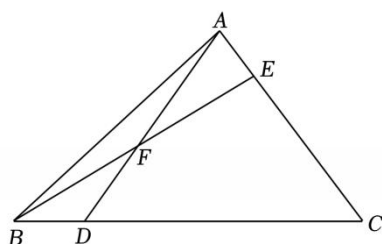


图2

- (1) 如图1, 点 D 是 BC 中点, 点 F 是 AD 中点, $DG \parallel BE$ 交 AC 于点 G , 求证: $\frac{AE}{EC} = \frac{1}{2}$;
- (2) 如图2, 若 $BD:DC=1:4$, $AF:FD=3:2$, 求 $AE:EC$ 的值.



23. 已知二次函数 $y = x^2 - 2ax + a^2 - a + 1$.

(1) 若函数图象经过点 $(1, 0)$, 求 a 的值;

(2) 若该二次函数图象经过 $A(m+1, k)$, $B(m+a, k)$ 两点, 求 k 的最小值;

(3) 在第(2)问的条件下, 当 $b \leq x \leq 5$ 时, y 的取值范围是 $y_1 \leq y \leq y_2$, 且 $y_1 + y_2 = 0$, 求 b 的取值范围.





沪科版九上数学月考卷（二）

参考答案与试题解析

一、选择题

1. 【分析】根据相似图形的定义，结合选项，用排除法求解.

【解答】解： A 、两个矩形，对应角相等，对应边不一定成比例，故不符合题意；

B 、两个等腰三角形顶角不一定相等，故不符合题意；

C 、两个五边形，对应角相等，对应边不一定成比例，故不符合题意；

D 、两个正方形，形状相同，大小不一定相同，符合相似性定义，故符合题意.

故选： D .

【点评】本题考查相似形的定义，熟悉各种图形的性质是解题的关键.

2. 【分析】根据顶点式可直接写出顶点坐标.

【解答】解： $\because$ 抛物线解析式为 $y = (x+3)^2 - 5$,

$\therefore$ 二次函数图象的顶点坐标是 $(-3, -5)$.

故选： B .

【点评】本题考查了二次函数的性质，根据抛物线的顶点式，可确定抛物线的开口方向，顶点坐标（对称轴），最大（最小）值，增减性等.

3. 【分析】根据 $-2 < 0$ 可得抛物线的开口向下，再根据二次函数的对称轴、增减性和最值逐项判断即可得.

【解答】解：二次函数中 $a = -2 < 0$,

$\therefore$ 抛物线图象的开口向下，图象的对称轴是直线 $x = 3$ ，则选项 A 和 B 错误，不符合题意；

$\therefore$ 当 $x > 3$ 时， y 随 x 的增大而减小；当 $x < 3$ 时， y 随 x 的增大而增大；则选项 C 错误，不符合题意；

$\therefore$ 当 $x = 3$ 时， y 取得最大值，最大值为 $-2 \times (3 - 3)^2 - 1 = -1$ ，则选项 D 正确，符合题意；

故选： D .

【点评】本题考查了二次函数的图象与性质，熟练掌握二次函数的图象与性质是解题关键.

4. 【分析】根据成比例线段的定义得到 $a : b = c : d$ ，然后利用比例的性质可求出 d .

【解答】解： $\because$ 线段 a, b, c, d 是成比例线段，

$\therefore a : b = c : d$,



即 $2:4=3:d$,

解得 $d=6$.

$\therefore d=6\text{cm}$,

故选: C.

【点评】 本题考查了比例线段: 对于四条线段 a 、 b 、 c 、 d , 如果其中两条线段的比 (即它们的长度比) 与另两条线段的比相等, 如 $a:b=c:d$ (即 $ad=bc$), 我们就说这四条线段是成比例线段, 简称比例线段.

5. **【分析】** 根据方程的根的判别式 $\Delta=b^2-4ac=(-3)^2-4\times 1\times c\geq 0$ 即可.

【解答】 解: 令 $y=x^2-3x+c=0$,

得方程 $x^2-3x+c=0$, $a=1$, $b=-3$, $c=c$,

由题意可得: $\Delta=b^2-4ac=(-3)^2-4\times 1\times c\geq 0$,

$\therefore 9-4c\geq 0$,

解得 $c\leq \frac{9}{4}$.

故选: A.

【点评】 本题考查了根的判别式, 熟练掌握根的判别式是解题的关键.

6. **【分析】** 根据反比例函数图象上点的坐标特征得到 $1\times y_1=k$, $-1\times y_2=k$, $-2\times y_3=k$, 然后计算出 y_1 、 y_2 、 y_3 的值再比较大小即可.

【解答】 解: $\because y=\frac{k}{x}$ ($k<0$) 的图象上有 $A(1, y_1)$ 、 $B(-1, y_2)$ 、 $C(-2, y_3)$ 三个点,

$\therefore 1\times y_1=k$, $-1\times y_2=k$, $-2\times y_3=k$,

$\therefore y_1=k$, $y_2=-k$, $y_3=-\frac{1}{2}k$,

而 $k<0$,

$\therefore y_1<y_3<y_2$.

故选: C.

【点评】 本题考查了反比例函数图象上点的坐标特征: 反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ (k 为常数, $k\neq 0$) 的图象是双曲线, 图象上的点 (x, y) 的横纵坐标的积是定值 k , 即 $xy=k$.

7. **【分析】** 由 $DF:DC=1:3$ 得 $DF:FC=1:2$, 根据 $AD\parallel EF\parallel BC$ 可得 $\frac{AE}{BE}=\frac{DF}{FC}$, 然后代入数据计算即可.

【解答】 解: $\because DF:DC=1:3$,



$$\therefore DF:FC=1:2,$$

$\because$ 在四边形 $ABCD$ 中, 点 E 、 F 分别在 AB 、 CD 上, 且 $AD \parallel EF \parallel BC$.

$$\therefore \frac{AE}{BE} = \frac{DF}{FC}, \text{ 则 } \frac{6}{BE} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore BE=12.$$

故选: A .

【点评】 本题主要考查平行线分线段成比例, 掌握平行线等分线段定理成为解题的关键.

8. **【分析】** 先根据 $y=ax^2+bx+c$ 的图象得到 a 、 b 、 c 的正负情况, 然后即可得到函数 $y=a(x-b)^2+c$ 的图象的开口方向, 顶点坐标解顶点坐标所在的位置, 从而可以判断哪个选项中图象符合题意.

【解答】 解: 由 $y=ax^2+bx+c$ 的图象可得,

$$a<0, b>0, c>0,$$

$$\therefore \text{函数 } y=a(x-b)^2+c,$$

$\therefore$ 该函数的图象开口向下, 顶点坐标为 (b, c) , 且该函数图象的顶点在第一象限,

故选: B .

【点评】 本题考查二次函数的图象, 解答本题的关键是明确题意, 求出 a 、 b 、 c 的正负情况, 利用二次函数的性质解答.

9. **【分析】** 根据黄金分割的定义进行计算, 即可解答.

【解答】 解: $\because$ 点 E 就是 AB 的黄金分割点, $AB=4$,

$$\therefore AE = \frac{\sqrt{5}-1}{2} AB = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \times 4 = 2\sqrt{5}-2,$$

故选: C .

【点评】 本题考查了黄金分割, 勾股定理, 准确熟练地进行计算是解题的关键.

10. **【分析】** 由二次函数的图象和对称轴可得 $a<0$, $c>0$, $b=2a<0$, 即可判定①; 由二次函数的性质可判定②; 由二次函数的对称性可判定③; 求出点 C 坐标, 得到 $A(-c, 0)$, 即得 $B(c-2, 0)$, 再把 $A(-c, 0)$ 代入 $y=ax^2+2ax+c$ 得到 $c = \frac{2a-1}{a} = 2 - \frac{1}{a}$, 即得 $B(-\frac{1}{a}, 0)$ 可判定④, 综上即可求解.

【解答】 解: 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ ($a<0$) 与 x 轴交于 A 、 B 两点, 与 y 轴的正半轴交于点 C , 对称轴是直线 $x=-1$,

① $\because$ 抛物线开口向下, 与 y 轴的正半轴交于点 C ,



$$\therefore a < 0, c > 0,$$

$\therefore$ 对称轴是直线 $x = -1$,

$$\therefore x = -\frac{b}{2a} = -1,$$

$$\therefore b = 2a < 0,$$

$\therefore abc > 0$, 故①错误;

② $\therefore$ 抛物线开口向下, 对称轴是直线 $x = -1$,

$\therefore x = -1$ 时, 函数取最大值, 最大值 $y = a - b + c$,

$\therefore$ 当 $m \neq -1$ 时, 有 $a - b + c > am^2 + bm + c$,

即 $a - b > am^2 + bm$, 故②正确;

③当 $ax_1^2 + bx_1 = ax_2^2 + bx_2$ 且 $x_1 \neq x_2$ 时, 则直线 $x = x_1$ 和直线 $x = x_2$ 关于对称轴对称,

$$\therefore \frac{x_1 + x_2}{2} = -1, \text{ 即 } x_1 + x_2 = -2, \text{ 故③错误;}$$

④当 $x = 0$ 时, $y = c$,

$$\therefore C(0, c),$$

$$\therefore OC = c,$$

$$\therefore OA = OC,$$

$$\therefore A(-c, 0),$$

$$\therefore B(c - 2, 0),$$

$$\therefore b = 2a,$$

$$\therefore y = ax^2 + 2ax + c,$$

把 $A(-c, 0)$ 代入 $y = ax^2 + 2ax + c$, 得 $ac^2 - 2ac + c = 0$,

$$\therefore c = \frac{2a-1}{a} = 2 - \frac{1}{a},$$

$$\therefore c - 2 = 2 - \frac{1}{a} - 2 = -\frac{1}{a},$$

$$\therefore B(-\frac{1}{a}, 0),$$

$$\therefore OB = -\frac{1}{a}, \text{ 故④正确;}$$

故选: B.

【点评】 本题考查了二次函数的图象和性质, 掌握二次函数的图象和性质是解题的关键.

二、填空题



11. 【分析】根据二次函数图象的平移规律即可得.

【解答】解：根据二次函数图象的平移规律可得：

将二次函数 $y = -2x^2$ 的图象向下平移 3 个单位，所得新的函数表达式为 $y = -2x^2 - 3$ ，

故答案为： $y = -2x^2 - 3$.

【点评】本题考查了二次函数图象的平移“左加右减、上加下减”，熟练掌握二次函数图象的平移规律是解题关键.

12. 【分析】结合已知条件求出 BP 的长度. 黄金分割点的定义是较长部分与整体的比等于黄金分割比，需注意 AP 为较长部分，因此需正确应用公式进行计算.

【解答】解： $\because AB = 6$ ，点 P 是线段 AB 的黄金分割点，($AP > PB$)，

$$\therefore AP = 6 \times \frac{\sqrt{5}-1}{2} = 3\sqrt{5} - 3,$$

$$\therefore BP = 6 - (3\sqrt{5} - 3) = 9 - 3\sqrt{5}.$$

$$\therefore BP \text{ 的长为: } 9 - 3\sqrt{5}.$$

故答案为： $9 - 3\sqrt{5}$.

【点评】本题考查黄金分割，解题的关键是掌握相关知识的灵活运用.

13. 【分析】飞机停下来时，滑行的距离最远，即此时 s 有最大值，据此求解即可.

【解答】解： $\because s = 80t - 2t^2 = -2(t - 20)^2 + 800$ ，

$\therefore$ 当飞机着陆后滑行 20s，才能停下来，

故答案为： 20 .

【点评】本题主要考查了二次函数的应用，掌握其性质是解题的关键.

14. 【分析】(1) 设 $OC = a$ ($a > 0$)， $BC = 2b$ ($b > 0$)，先求出 $E(a, b)$ ，再求出 $k = ab$ ，反比例函数的解析式为 $y = \frac{ab}{x}$ ($x > 0$)，然后求出 $D(\frac{a}{2}, 2b)$ ，则 $AD = \frac{a}{2}$ ，由此即可得；

(2) 设 $OC = m$ ($m > 0$)， $BC = 5n$ ($n > 0$)，先求出 $CE = n$ ， $BE = 4n$ ， $E(m, n)$ ，再求出 $k = mn$ ，反比例函数的解析式为 $y = \frac{mn}{x}$ ($x > 0$)，然后求出 $D(\frac{m}{5}, 5n)$ ，则 $AD = \frac{m}{5}$ ， $BD = \frac{4m}{5}$ ，最后根据 $S_{\text{矩形} OABC} - S_{\triangle AOD} - S_{\triangle COE} - S_{\triangle BDE} = S_{\triangle ODE} = 12$ 可得 mn 的值，由此即可得.

【解答】解：(1) 设 $OC = a$ ($a > 0$)， $BC = 2b$ ($b > 0$)，

$$\therefore AB = OC = a, OA = BC = 2b, AB \perp OA,$$

$\therefore$ 点 D 的纵坐标为 $2b$ ，

由条件可知 $CE = \frac{1}{2}BC = b$ ，



$$\therefore E(a, b),$$

将点 $E(a, b)$ 代入反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 得: $k = ab$,

$$\therefore \text{反比例函数的解析式为 } y = \frac{ab}{x} (x > 0),$$

将 $y = 2b$ 代入反比例函数 $y = \frac{ab}{x} (x > 0)$ 得: $x = \frac{ab}{2b} = \frac{a}{2}$,

$$\therefore D\left(\frac{a}{2}, 2b\right),$$

$$\therefore AD = \frac{a}{2},$$

$$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{\frac{a}{2}}{a} = \frac{1}{2},$$

故答案为: $\frac{1}{2}$.

(2) 设 $OC = m (m > 0)$, $BC = 5n (n > 0)$,

由条件可知 $AB = OC = m$, $OA = BC = 5n$, $AB \perp OA$, $BC \perp OC$, $AB \perp BC$,

$\therefore$ 点 D 的纵坐标为 $5n$,

$$\because BE = 4EC, BE + CE = BC = 5n,$$

$$\therefore CE = \frac{1}{5}BC = n, BE = \frac{4}{5}BC = 4n,$$

$$\therefore E(m, n),$$

将点 $E(m, n)$ 代入反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 得: $k = mn$,

$$\therefore \text{反比例函数的解析式为 } y = \frac{mn}{x} (x > 0),$$

将 $y = 5n$ 代入反比例函数 $y = \frac{mn}{x} (x > 0)$ 得: $x = \frac{mn}{5n} = \frac{m}{5}$,

$$\therefore D\left(\frac{m}{5}, 5n\right),$$

$$\therefore AD = \frac{m}{5},$$

$$\therefore BD = AB - AD = \frac{4m}{5},$$

$$\therefore S_{\text{矩形} OABC} - S_{\triangle AOD} - S_{\triangle COE} - S_{\triangle BDE} = 12,$$

$$\therefore 5mn - \frac{1}{2} \times 5n \cdot \frac{m}{5} - \frac{1}{2} \times 4n \cdot \frac{4m}{5} - \frac{1}{2}mn = 12,$$

解得 $mn = 5$,

$$\therefore k = mn = 5,$$



故答案为：5.

【点评】 本题考查了反比例函数与几何综合、矩形的性质等知识，熟练掌握反比例函数的应用是解题关键.

三、解答题

15. **【分析】** (1) 利用已知表示出 x, y 的值，进而求出答案；

(2) 直接利用已知 $x+y=15$ ，进而得出答案.

【解答】 解：(1) $\because \frac{x}{2} = \frac{y}{3}$,

$\therefore$ 设 $x=2k, y=3k$;

$$\frac{x}{x+y} = \frac{2k}{2k+3k} = \frac{2}{5};$$

(2) 由 (1) 知， $x=2k, y=3k$,

$\therefore x+y=15$,

$\therefore 2k+3k=15$,

解得： $k=3$,

$\therefore x=6, y=9$.

【点评】 此题主要考查了比例的性质，正确用同一未知数表示出各数是解题关键.

16. **【分析】** (1) 先将 $(0, 2)$ 和 $(1, 2)$ 分别代入 $y=x^2+bx+c$ 求出二次函数的表达式，再根据对称轴公式作答即可；

(2) 先确定开口方向，再根据对称轴确定最大值和最小值即可.

【解答】 解：(1) 二次函数 $y=x^2+bx+c$ 经过 $(0, 2)$ 和 $(1, 2)$,

$$\therefore \begin{cases} c=2 \\ 1+b+c=2 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} b=-1 \\ c=2 \end{cases},$$

$\therefore y=x^2-x+2$,

$\therefore$ 对称轴为直线 $x=-\frac{-1}{2}=\frac{1}{2}$;

(2) 二次函数的图象开口向上，对称轴为直线 $x=\frac{1}{2}$ 在 $-1 \leq x \leq 3$ 内，

$\therefore$ 当 $x=\frac{1}{2}$ 时，有最小值 $y=(\frac{1}{2})^2-\frac{1}{2}+2=\frac{7}{4}$;

$\therefore$ 直线 $x=3$ 距直线 $x=\frac{1}{2}$ 最远，

$\therefore$ 当 $x=3$ 时，有最大值 $y=3^2-3+2=8$.



【点评】 本题考查了二次函数的图象与性质，熟练掌握该知识点是关键。

17. **【分析】** (1) 先根据比例的性质可得 $2b=3a$, $4d=6c$, $6f=9e$, 再得出 $2b+4d+6f=12$, 代入化简即可得;

(2) 先根据比例的性质可得 $2(x+y+z)=k(x+y+z)$, 再分两种情况: ①当 $x+y+z \neq 0$ 时, 则 $k=2$; ②当 $x+y+z=0$ 时, 则 $x+y=-z$, 代入 $k=\frac{x+y}{z}$ 即可得.

【解答】 解: (1) 根据题意可知, $2b=3a$, $2d=3c$, $2f=3e$,

$$\therefore 4d=6c, 6f=9e,$$

$$\therefore b+2d+3f=6,$$

$$\therefore 2(b+2d+3f)=2b+4d+6f=12,$$

$$\therefore 3a+6c+9e=12,$$

$$\therefore 3(a+2c+3e)=12,$$

$$\therefore a+2c+3e=4.$$

故答案为: 4;

$$(2) \because \frac{x+y}{z} = \frac{x+z}{y} = \frac{y+z}{x} = k,$$

$$\therefore \begin{cases} x+y=kz \\ x+z=ky, \text{ 且 } x \neq 0, y \neq 0, z \neq 0, \\ y+z=kx \end{cases}$$

$$\therefore 2(x+y+z)=k(x+y+z),$$

①当 $x+y+z \neq 0$ 时, 则 $k=2$,

②当 $x+y+z=0$ 时, 则 $x+y=-z$,

$$\therefore k = \frac{x+y}{z} = \frac{-z}{z} = -1,$$

$\therefore k$ 的值为 2 或 -1.

【点评】 本题考查了比例的性质, 掌握比例的性质是解题关键。

18. **【分析】** (1) 将点 $B(3, -2)$ 代入 $y_2 = \frac{m}{x}$, 求得 $m = -6$, 进而可得反比例函数的解析式, 再把点 $A(-1, n)$ 代入反比例函数的解析式可求出 $n=6$, 将 $A(-1, 6)$, $B(3, -2)$ 代入 $y_1=kx+b$ 即可得出一次函数的解析式;

(2) 根据一次函数 $y = -2x+4$ 与反比例函数 $y = -\frac{6}{x}$ 交于点 $A(-1, 6)$, $B(3, -2)$, 结合函数的图象即可得出当 $y_1 < y_2$ 时, x 的取值范围.

【解答】 解: (1) 一次函数 $y_1=kx+b$ 的图象与反比例函数 $y_2 = \frac{m}{x}$ 的图象交于 $A(-1, n)$, B



(3, -2) 两点.

把点 $B(3, -2)$ 代入 $y_2 = \frac{m}{x}$,

$$\text{得 } -2 = \frac{m}{3},$$

$$\therefore m = -6,$$

$$\therefore y = -\frac{6}{x},$$

把 $A(-1, n)$ 代入 $y = -\frac{6}{x}$, 得 $n = -\frac{6}{-1} = 6$,

$$\therefore A(-1, 6),$$

把 $A(-1, 6)$, $B(3, -2)$ 代入 $y_1 = kx + b$,

$$\text{得 } \begin{cases} -k + b = 6 \\ 3k + b = -2 \end{cases},$$

$$\text{解得 } \begin{cases} k = -2 \\ b = 4 \end{cases},$$

$$\therefore y = -2x + 4;$$

(2) $\because$ 一次函数 $y = -2x + 4$ 与反比例函数 $y = -\frac{6}{x}$ 交于点 $A(-1, 6)$, $B(3, -2)$,

$\therefore$ 根据一次函数和反比例函数的图象得: 当 $y_1 < y_2$ 时, x 的取值范围是: $-1 < x < 0$ 或 $x > 3$.

【点评】 本题主要考查了反比例函数与一次函数的交点, 解题的关键是正确进行计算.

19. **【分析】** (1) 令 $y=0$, 得 $x^2 - (a-1)x + a-2=0$, 证明 $\Delta \geq 0$ 即可;

(2) 令 $y=0$, 得 $x^2 - (a-1)x + a-2=0$, 根据根与系数的关系可得 $x_1 + x_2 = a-1$, $x_1 x_2 = a-2$, 进而得到 $(x_1 - x_2)^2 = (a-1)^2 - 4(a-2)$, 根据 $AB=2$ 得到 $(a-1)^2 - 4(a-2) = 4$, 求解即可.

【解答】 (1) 证明: 令 $y=0$, 得 $x^2 - (a-1)x + a-2=0$,

$$\therefore \Delta = (a-1)^2 - 4(a-2) = a^2 - 6a + 9 = (a-3)^2 \geq 0,$$

$\therefore$ 无论 a 为何值, 该抛物线与 x 轴一定有交点;

(2) 解: 令 $y=0$, 得 $x^2 - (a-1)x + a-2=0$,

$$\therefore x_1 + x_2 = a-1, \quad x_1 x_2 = a-2,$$

$$\therefore (x_1 - x_2)^2 = x_1^2 + x_2^2 - 2x_1 x_2 = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 = (a-1)^2 - 4(a-2),$$

$\therefore$ 该抛物线与 x 轴交于点 A, B , 且 $AB=2$,

$$\therefore |x_1 - x_2| = 2,$$

$$\therefore (x_1 - x_2)^2 = (a-1)^2 - 4(a-2) = 4,$$



整理, 得 $a^2 - 6a + 5 = 0$,

解得 $a = 1$ 或 $a = 5$

∴若该抛物线与 x 轴交于点 A, B , 且 $AB = 2$, 求 a 的值为 1 或 5.

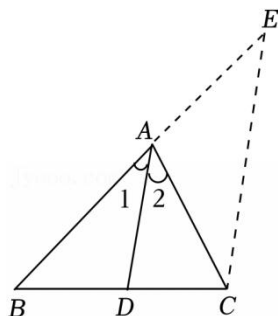
【点评】 本题考查了二次函数与一元二次方程, 解题的关键是掌握相关知识的灵活运用.

20. **【分析】** (1) 过 C 作 $CE \parallel DA$, 交 BA 的延长线于 E , 则 $\frac{AB}{AE} = \frac{BD}{CD}$, $\angle 1 = \angle E$, $\angle 2 = \angle ACE$,

再证出 $\angle E = \angle ACE$, 根据等腰三角形的判定可得 $AE = AC$, 由此即可得证;

(2) 先利用勾股定理可得 $AC = 5$, 再根据 (1) 的结论可得 BD, CD 的长, 然后利用勾股定理可得 AD 的长, 最后根据三角形的周长公式求解即可得.

【解答】 (1) 证明: 如图 2, 过 C 作 $CE \parallel DA$, 交 BA 的延长线于 E ,



$$\therefore \frac{AB}{AE} = \frac{BD}{CD}, \quad \angle 1 = \angle E, \quad \angle 2 = \angle ACE,$$

∵ AD 平分 $\angle BAC$,

$$\therefore \angle 1 = \angle 2,$$

$$\therefore \angle E = \angle ACE,$$

$$\therefore AE = AC,$$

$$\therefore \frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD};$$

(2) 解: ∵ $AB = 3$, $BC = 4$, $\angle ABC = 90^\circ$,

$$\therefore AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 5,$$

∵ AD 平分 $\angle BAC$,

$$\therefore \frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD}, \quad \text{即} \quad \frac{BD}{CD} = \frac{3}{5},$$

$$\therefore BD = \frac{3}{5}CD,$$

$$\therefore BD + CD = BC = 4,$$

$$\therefore \frac{3}{5}CD + CD = 4,$$



$$\text{解得 } CD = \frac{5}{2},$$

$$\therefore BD = \frac{3}{2},$$

$$\text{在 Rt}\triangle ABD \text{ 中, } AD = \sqrt{AB^2 + BD^2} = \frac{3}{2}\sqrt{5},$$

$$\therefore \triangle ACD \text{ 的周长为 } AC + CD + AD = 5 + \frac{5}{2} + \frac{3}{2}\sqrt{5} = \frac{15+3\sqrt{5}}{2}.$$

【点评】 本题考查了平行线分线段成比例定理、等腰三角形的判定、勾股定理等知识，熟练掌握平行线分线段成比例定理是解题关键。

21. **【分析】** (1) 根据抛物线的顶点设出其顶点式，再将点 C 坐标代入计算即可；

(2) 求出 $x=2$ 时 y 的值，与 1.8 比较大小即可得出答案。

【解答】 解：(1) 由题意知抛物线顶点坐标为 $(1, 3)$ ，

设抛物线解析式为 $y = a(x-1)^2 + 3$ ，

将点 $C(3, 0)$ 代入，得： $4a + 3 = 0$ ，

$$\text{解得 } a = -\frac{3}{4},$$

$$\therefore \text{抛物线解析式为 } y = -\frac{3}{4}(x-1)^2 + 3;$$

$$(2) \text{ 当 } x=2 \text{ 时, } y = -\frac{3}{4}(x-1)^2 + 3 = -\frac{3}{4} \times (2-1)^2 + 3 = \frac{9}{4} > 1.8,$$

$\therefore$ 身高 1.8m 的王师傅不会被淋湿。

【点评】 本题考查了二次函数的应用，解题的关键是：(1) 根据点的坐标，利用待定系数法求出二次函数表达式；(2) 利用二次函数图象上点的坐标特征求出当 $x=2$ 时 y 的值。

22. **【分析】** (1) 利用平行线截线段成比例定理和中点的性质得出 $AE = CG = EG$ ，即可得解；

(2) 过点 D 作 $DH \parallel BE$ ，利用平行线截线段成比例定理和已知得出 $CH = 4HE$ ， $AE = \frac{3}{2}HE$ ，

代入 $AE:EC$ 计算即可得解。

【解答】 (1) 证明： $\because DG \parallel BE$ ，点 D 是 BC 中点，

$$\therefore CD = BD,$$

$$\therefore \frac{CD}{BD} = \frac{CG}{EG} = \frac{1}{1},$$

$$\therefore CG = EG,$$

$\because$ 点 F 是 AD 中点， $DG \parallel BE$ ，

$$\therefore AF = DF,$$



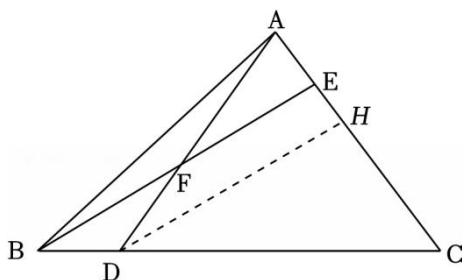
$$\therefore \frac{AE}{EG} = \frac{AF}{FD} = \frac{1}{1},$$

$$\therefore AE = EG,$$

$$\therefore AE = CG = EG,$$

$$\therefore \frac{AE}{EC} = \frac{AE}{EG+CG} = \frac{1}{2};$$

(2) 解：过点 D 作 $DH \parallel BE$ 交 AC 于点 H ,



$$\because BD:DC=1:4, DH \parallel BE,$$

$$\therefore \frac{HE}{CH} = \frac{BD}{DC} = \frac{1}{4},$$

$$\therefore CH = 4HE,$$

$$\because AF:FD=3:2, DH \parallel BE,$$

$$\therefore \frac{AE}{HE} = \frac{AF}{DF} = \frac{3}{2},$$

$$\therefore AE = \frac{3}{2}HE,$$

$$\because AE:EC = (\frac{3}{2}HE):(HE+4HE) = 3:10,$$

$$\therefore AE:EC \text{ 的值为 } \frac{3}{10}.$$

【点评】 本题主要考查了平行线截线段成比例定理，中点的性质等知识点，熟练掌握了平行线截线段成比例定理是解决此题的关键。

23. **【分析】** (1) 根据函数图象点的坐标特征将点 $(1, 0)$ 代入 $y = x^2 - 2ax + a^2 - a + 1$, 然后求解即可;

(2) 根据 $A(m+1, k)$, $B(m+a, k)$ 两点的纵坐标相同, 可确定该抛物线的对称轴为直线 $x = m + \frac{a+1}{2}$, 再利用二次函数的对称轴公式得 $x = a$, 可得 $m = \frac{a-1}{2}$, 继而得到 $k = \frac{1}{4}(a-3)^2 - 1$, 再根据二次函数的最值可得结论;

(3) 由 (2) 知: 二次函数解析式为 $y = x^2 - 6x + 7$, 对称轴为直线 $x = 3$, 且当 $x = 3$ 时, y 取得最小值 -2 , 当 $x = 5$ 时, $y = 2$, 然后分三种情况: 当 $b > 3$ 时; 当 $b \leq 3$ 时; 当 $b < 1$ 时,



分别求解即可.

【解答】解: (1) $\because$ 二次函数 $y=x^2-2ax+a^2-a+1$ 的图象经过点 $(1, 0)$, 将该点的坐标代入得:

$$\therefore 1-2a+a^2-a+1=0,$$

解得: $a=1$ 或 2 ,

$\therefore a$ 的值为 1 或 2 ;

(2) $\because$ 二次函数 $y=x^2-2ax+a^2-a+1$ 图象经过 $A(m+1, k)$, $B(m+a, k)$ 两点,

$\therefore$ 这两点关于对称轴直线 $x=-\frac{-2a}{2 \times 1}=a$ 对称,

又 $\because$ 对称轴为直线 $x=\frac{(m+1)+(m+a)}{2}=m+\frac{a+1}{2}$,

$$\therefore m+\frac{a+1}{2}=a,$$

$$\therefore m=\frac{a-1}{2},$$

$$\therefore A(\frac{a+1}{2}, k),$$

将点 A 的坐标代入二次函数 $y=x^2-2ax+a^2-a+1$ 得:

$$k=(\frac{a+1}{2})^2-2a \times \frac{a+1}{2}+a^2-a+1=\frac{1}{4}a^2-\frac{3}{2}a+\frac{5}{4}=\frac{1}{4}(a-3)^2-1,$$

$\therefore$ 当 $a=3$ 时, k 取得最小值, 最小值为 -1 ;

(3) 由 (2) 知: $a=3$, 则二次函数解析式为 $y=x^2-6x+7$, 对称轴为直线 $x=3$,

当 $x=3$ 时, y 取得最小值, 最小值为: $x^2-6x+7=3^2-6 \times 3+7=-2$,

当 $x=5$ 时, 得: $y=5^2-6 \times 5+7=2$,

$\because$ 当 $b \leq x \leq 5$ 时, y 的取值范围是 $y_1 \leq y \leq y_2$, 且 $y_1+y_2=0$,

当 $b > 3$ 时, 则 $3 < x \leq 5$, y 的取值范围是 $-2 < y \leq 2$,

$$\therefore y_2=2,$$

$$\therefore y_1=-y_2=-2, \text{ 矛盾, 不符合题意, 舍去;}$$

当 $b \leq 3$ 时, 则 $y_1=-2$,

$$\therefore y_2=-y_1=-(-2)=2,$$

当 $y=2$ 时, 得: $x^2-6x+7=2$,

解得: $x=1$ 或 5 ,

$$\therefore 1 \leq b \leq 3;$$



当 $b < 1$ 时, y 的取值范围是 $y > 2$, 不符合题意;

综上所述, b 的取值范围是 $1 \leq b \leq 3$.

【点评】 本题是二次函数综合题, 考查了待定系数法确定函数的解析式, 二次函数的最值, 二次函数的增减性等知识点, 掌握二次函数的图象与性质、利用分类讨论的思想解决问题是解题的关键.

