



沪科版九上数学月考卷（三）

一、选择题

1. 下列函数中， y 随 x 的增大而减小的是（ ）

- A. $y = -\frac{6}{x}$ B. $y = -x^2 + 3$ C. $y = \frac{6}{x}$ D. $y = -\frac{1}{2}x + 1$

2. 将二次函数 $y = 2x^2$ 的图象向右平移 1 个单位，再向下平移 5 个单位，得到的函数图象的表达式是（ ）

- A. $y = 2(x-1)^2 - 5$ B. $y = 2(x-1)^2 + 5$
C. $y = 2(x+1)^2 - 5$ D. $y = 2(x+1)^2 + 5$

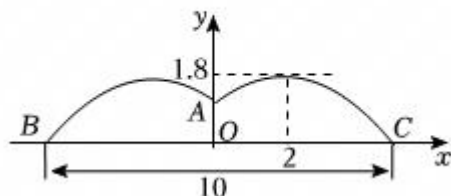
3. 若二次函数 $y = (m+1)x^2 - mx + m^2 - 2m - 3$ 的图象经过原点，则 m 的值必为（ ）

- A. -1 或 3 B. -1 C. 3 D. -3 或 1

4. 已知点 $A(1, -3)$ 关于 x 轴的对称点 A' 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上，则实数 k 的值为（ ）

- A. 3 B. $\frac{1}{3}$ C. -3 D. $-\frac{1}{3}$

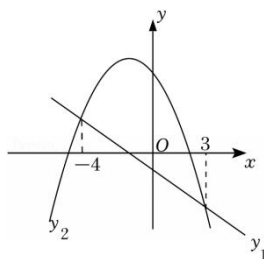
5. 如图，为了美化校园环境，学校计划在草坪中央修建一个直径为 10 米的圆形喷水池，水池中心 O 处立着一个圆柱形实心石柱 OA ，在圆形喷水池的四周安装了一圈喷头，喷射出的水柱呈抛物线型，水柱在距水池中心 2 米处到达最大高度为 1.8 米，从各方向喷出的水柱在石柱顶部的中心点 A 处汇合，则 OA 要修建的高度是（ ）



- A. 0.8 米 B. 1 米 C. 1.2 米 D. 1.4 米



6. 一次函数 $y_1 = mx + n$ ($m \neq 0$) 与二次函数 $y_2 = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象如图所示, 则不等式 $ax^2 + (b - m)x + c > n$ 的解集为 ()



- A. $x < 3$ B. $x > -4$ C. $-4 < x < 3$ D. $x > 3$ 或 $x < -4$

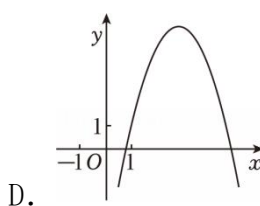
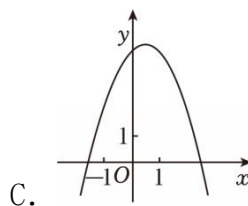
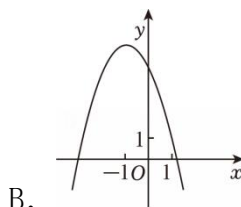
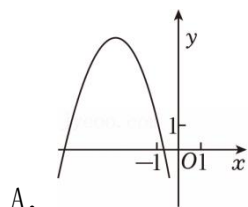
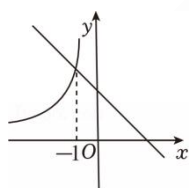
7. 若关于 x 的二次函数 $y = ax^2 + bx$ 的图象经过定点 $(1, 1)$, 且当 $x < -1$ 时 y 随 x 的增大而减小, 则 a 的取值范围是 ()

- A. $a \leq -\frac{1}{3}$ B. $-\frac{1}{3} \leq a < 0$ C. $0 < a \leq \frac{1}{3}$ D. $a \geq \frac{1}{3}$

8. 已知二次函数 $y = mx^2 + 2mx + 1$ ($m \neq 0$) 在 $-2 \leq x \leq 2$ 时有最小值 -2 , 则 $m =$ ()

- A. 3 B. -3 或 $\frac{3}{8}$ C. 3 或 $-\frac{3}{8}$ D. -3 或 $-\frac{3}{8}$

9. 已知反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 在第二象限内的图象与一次函数 $y = ax + b$ 的图象如图所示, 则函数 $y = ax^2 - bx - k + 1$ 的图象可能为 ()





10. 已知二次函数 $y = a(x+1)(x-m)$ ($a \neq 0, 1 < m < 2$), 当 $x < -1$ 时, y 随 x 的增大而增大, 则下列结论错误的是 ()

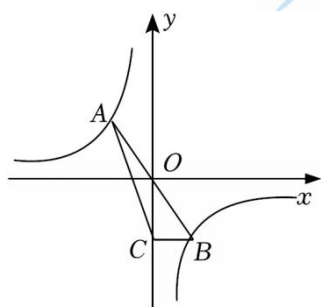
- A. 当 $x > 2$ 时, y 随 x 的增大而减小
- B. 若图象经过点 $(0, 1)$, 则 $-1 < a < -\frac{1}{2}$
- C. 若 $(-2024, y_1), (2024, y_2)$ 是函数图象上的两点, 则 $y_1 > y_2$
- D. 若图象上两点 $(\frac{1}{4}, y_1), (\frac{1}{4} + n, y_2)$ 对一切正数 n , 总有 $y_1 > y_2$, 则 $1 < m \leq \frac{3}{2}$

二、填空题

11. 若反比例函数 $y = \frac{3-k}{x}$ 的图象经过一, 三象限, 则 k 的取值范围为_____.

12. 飞机着陆时速度快, 通常借助直道滑行一段距离来保持飞机稳定. 据统计某飞机着陆后滑行的距离 s (单位: m) 与滑行的时间 t (单位: s) 的函数解析式是 $s = 80t - 2t^2$, 那么飞机着陆后滑行 _____ s 才能停下来.

13. 如图, 在平面直角坐标系中, 过原点 O 的直线交反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 图象于 A, B 两点, $BC \perp y$ 轴于点 C , $\triangle ABC$ 的面积为 6, 则 k 的值为_____.



14. 已知抛物线 $y = ax^2 - 2a^2x - 3$ ($a \neq 0$).

(1) 当 $a = 1$ 时, 抛物线的顶点坐标为_____;

(2) 点 $A(3a, y_1), B(n, y_2)$ 为抛物线上两点, 若 $3 < n < 4$, 总有 $y_1 < y_2$, 则 a 的取值范围是_____.



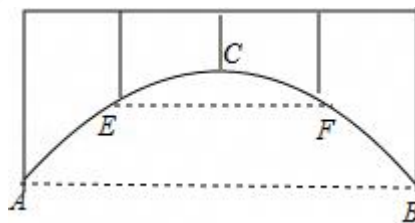
三、解答题

15. 已知 $y+2$ 与 $x-1$ 成正比例函数关系，且 $x=3$ 时， $y=4$.

(1) 求 y 与 x 之间的函数解析式；

(2) $P(a, -3)$ 在该函数解析式对应的函数图象上，求 a 的值.

16. 廊桥是我国古老的文化遗产，如图，是某座抛物线型的廊桥示意图. 已知水面 AB 宽 40 米，抛物线最高点 C 到水面 AB 的距离为 10 米，为保护廊桥的安全，在该抛物线上距水面 AB 高为 8 米的点 E, F 处要安装两盏警示灯，求这两盏灯的水平距离 EF . (结果保留根号)





17. 抛物线 $y = x^2 - 4x + 3$ 与 x 轴交于 A 、 B 两点， A 在 B 左侧，与 y 轴交于 C 点.

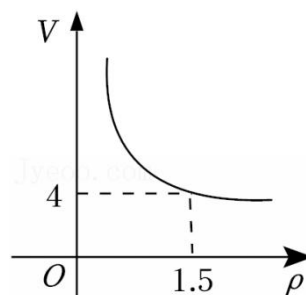
(1) C 点坐标为_____，顶点坐标为_____；

(2) 不等式 $x^2 - 4x + 3 > 0$ 的解集是_____.

18. 一定质量的二氧化碳，它的体积 $V(m^3)$ 与它的密度 (kg/m^3) 之间成反比例函数关系，其图象如图所示.

(1) 试确定 V 与 ρ 之间的函数表达式；

(2) 要使密度 ρ 不高于 $1.2 kg/m^3$ ，求 V 的取值范围.



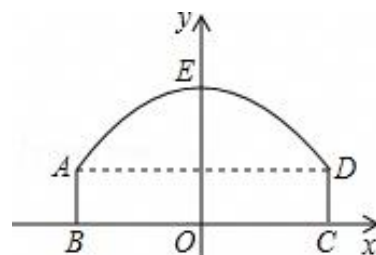


19. 如图，隧道的截面由抛物线 AED 和矩形 $ABCD$ 构成，矩形的长 BC 为 $8m$ ，宽 AB 为 $2m$ ，以 BC 所在的直线为 x 轴，线段 BC 的中垂线为 y 轴，建立平面直角坐标系， y 轴是抛物线的对称轴，顶点 E 到坐标原点 O 的距离为 $6m$ 。

(1) 求抛物线的解析式；

(2) 一辆货运卡车高 $4.5m$ ，宽 $2.4m$ ，它能够通过该隧道吗？

(3) 如果该隧道内设双行道，为了安全起见，在隧道正中间设有 $0.4m$ 的隔离带，则该辆货运卡车还能通过隧道吗？





20. 已知抛物线 $y = ax^2 - (3a+1)x + 3$ ($a \neq 0$).

(1) 若该抛物线的顶点在 x 轴上, 求 a 的值;

(2) 该抛物线一定经过的定点为_____;

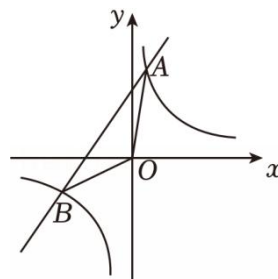
(3) 当 $a > 0$ 时, 求证: 该抛物线的对称轴一定在直线 $x = \frac{3}{2}$ 的右侧.





21. 如图, 已知一次函数 $y_1 = k_1x + b$ ($k_1 \neq 0$) 与反比例函数 $y_2 = \frac{k_2}{x}$ 的图象交于点 $A(1, 6)$, $B(-3, m)$.

- (1) 求 k_1 , b 的值;
- (2) 求 $\triangle AOB$ 的面积;
- (3) 观察函数图象, 当 $y_1 < y_2$ 时, 直接写出 x 的取值范围.





22. 某商店销售一种商品，经市场调查发现：在实际销售中，售价 x 为整数，且该商品的月销售量 y （件）是售价 x （元/件）的一次函数，其售价（元/件）、月销售量 y （件）月销售利润 w （元）的部分对应值如下表：[月销售利润 = 月销售量 $\times$ （售价 - 进价）]

售价 x /（元/件）	30	35
月销售量 y /件	300	250
月销售利润 w /元	4500	5000

- （1）商品的进价为 _____ 元/件， y 关于 x 的函数表达式为 _____ ；
 （2）当该商品的售价是多少元时，月销售利润最大？并求出最大利润；
 （3）现公司决定每销售 1 件商品就捐赠 m 元利润（ $m \leq 10$ ）给“精准扶贫”对象，要求：在售价不低于 42 元时，每月扣除捐赠后的月销售最大利润为 3960 元，则 $m =$ _____ .



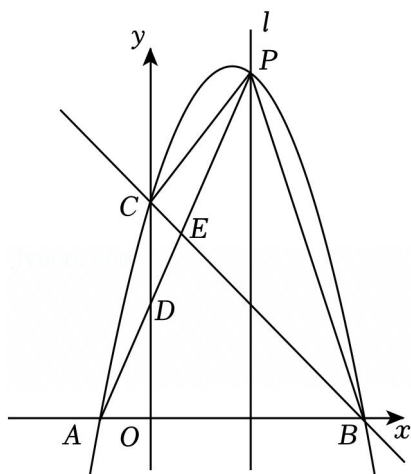
23. 已知二次函数 $y = (a-2)x^2 + (a+3)x + 5$ 的图象过点 $(4, 5)$.

(1) 求该二次函数表达式;

(2) 如图, 若该二次函数的图象与 x 轴有两个公共点 A, B , 并与动直线 $l: x=m$ 交第一象限于点 P , 连接 PA, PB, PC, BC , 其中 PA 交 y 轴于点 D , 交 BC 于点 E . 设 $\triangle PBE$ 的面积为 S_1 , $\triangle CAE$ 的面积为 S_2 .

① 当 $S_1 = S_2$ 时, 求点 P 的坐标;

② 探究在直线 l 的运动过程中, $S_1 - S_2$ 是否存在最大值? 若存在, 求出这个最大值; 若不存在, 说明理由.





沪科版九上数学月考卷（三）

参考答案与试题解析

一、选择题

1. 【分析】分别根据一次函数的性质、反比例函数的性质以及二次函数的性质逐项判断即可.

【解答】解：A、 $y = -\frac{6}{x}$ 中，

$\because -6 < 0$,

$\therefore$ 当 $x < 0$ 或 $x > 0$ 时， y 随 x 的增大而增大，不符合题意；

B、 $y = -x^2 + 3$ 中，

$\because -1 < 0$ ，对称轴为 y 轴，

$\therefore$ 当 $x > 0$ 时， y 随 x 的增大而减小，当 $x < 0$ 时， y 随 x 的增大而增大，不符合题意；

C、 $y = \frac{6}{x}$ 中，

$\because 6 > 0$,

$\therefore$ 当 $x < 0$ 或 $x > 0$ 时， y 随 x 的增大而减小，不符合题意；

D、 $y = -\frac{1}{2}x + 1$ 中，

$\because -\frac{1}{2} < 0$,

$\therefore y$ 随 x 的增大而减小，符合题意，

故选：D.

【点评】本题考查的是一次函数的性质、反比例函数的性质以及二次函数的性质，熟知以上知识是解题的关键.

2. 【分析】根据二次函数的图象平移的规律：“左加右减，上加下减”即可得到答案.

【解答】解：将二次函数 $y = 2x^2$ 的图象向右平移 1 个单位，再向下平移 5 个单位，得到的函数图象的表达式是为： $y = 2(x - 1)^2 - 5$ ；

故选：A.

【点评】此题考查了二次函数图象的平移变换，熟练掌握其平移的规律是解此题的关键.

3. 【分析】将原点坐标代入二次函数 $y = (m+1)x^2 - mx + m^2 - 2m - 3$ 中即可求出 m 的值，注意二次函数的二次项系数不为零.

【解答】解：根据题意得 $m^2 - 2m - 3 = 0$,



所以 $m = -1$ 或 $m = 3$,

又因为二次函数的二次项系数不为零, 即 $m+1 \neq 0$,

所以 $m = 3$.

故选: C.

【点评】 本题考查了二次函数图象上点的坐标特征, 解题时注意分析, 注意理解题意.

4. **【分析】** 先根据关于 x 轴对称的点的坐标特征确定 A' 的坐标为 $(1, 3)$, 然后把 A' 的坐标代入 $y = \frac{k}{x}$ 中即可得到 k 的值.

【解答】 解: 点 $A(1, -3)$ 关于 x 轴的对称点 A' 的坐标为 $(1, 3)$,

把 $A'(1, 3)$ 代入 $y = \frac{k}{x}$ 得 $k = 1 \times 3 = 3$.

故选: A.

【点评】 本题考查了反比例函数图象上点的坐标特征: 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数, $k \neq 0$) 的图象是双曲线, 图象上的点 (x, y) 的横纵坐标的积是定值 k , 即 $xy = k$.

5. **【分析】** 选图中第一象限的抛物线, 由题意得抛物线顶点坐标为 $(2, 1.8)$, 过点 $C(5, 0)$, 则设抛物线解析式为 $y = a(x-2)^2 + 1.8$, 然后代入求出抛物线解析式为 $y = -0.2(x-2)^2 + 1.8$, 然后令 $x = 0$ 即可求解.

【解答】 解: 由题意得, 抛物线顶点坐标为 $(2, 1.8)$, 过点 $C(5, 0)$,

设抛物线解析式为 $y = a(x-2)^2 + 1.8$, 代入得:

$$0 = a \times (5-2)^2 + 1.8,$$

解得: $a = -0.2$,

$\therefore$ 抛物线解析式为 $y = -0.2(x-2)^2 + 1.8$,

当 $x = 0$ 时, 得: $y = 1$,

$\therefore$ 点 $A(0, 2)$,

$\therefore OA = 1$,

故选: B.

【点评】 本题考查了二次函数折应用, 正确求出二次函数解析式解题的关键.

6. **【分析】** 由图象可得, $ax^2 + bx + c > mx + n$ 的解集为 $-4 < x < 3$, 即可得不等式 $ax^2 + (b-m)x + c > n$ 的解集为 $-4 < x < 3$.

【解答】 解: $ax^2 + (b-m)x + c > n$,



即 $ax^2+bx+c>mx+n$.

由图象可得, $ax^2+bx+c>mx+n$ 的解集为 $-4<x<3$,

$\therefore$ 不等式 $ax^2+(b-m)x+c>n$ 的解集为 $-4<x<3$.

故选: C.

【点评】 本题考查二次函数与不等式(组), 解题的关键是理解题意, 灵活运用所学知识解决问题.

7. **【分析】** 根据题意开口向上, 且对称轴 $-\frac{b}{2a} \geq -1$, $a+b=1$, 即可得到 $-\frac{1-a}{2a} \geq -1$, 从而得到 $a \geq \frac{1}{3}$.

【解答】 解: 由二次函数 $y=ax^2+bx$ 可知抛物线过原点,

$\because$ 抛物线定点 $(1, 1)$, 且当 $x < -1$ 时 y 随 x 的增大而减小,

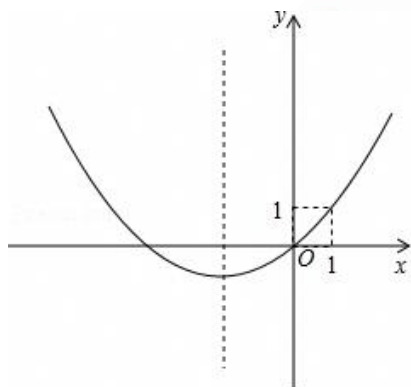
$\therefore$ 开口向上, 且对称轴 $-\frac{b}{2a} \geq -1$, $a+b=1$,

$\therefore a > 0$, $b=1-a$,

$\therefore -\frac{1-a}{2a} \geq -1$,

$\therefore a \geq \frac{1}{3}$,

故选: D.



【点评】 本题考查了二次函数图象与系数的关系, 二次函数图象上点的坐标特征, 根据题意得关于 a 的不等式组是解题的关键.

8. **【分析】** 先求出对称轴为 $x = -1$, 分 $m > 0$, $m < 0$ 两种情况讨论解答即可求得 m 的值.

【解答】 解: $\because$ 二次函数 $y = mx^2 + 2mx + 1 = m(x+1)^2 - m + 1$,

$\therefore$ 对称轴为直线 $x = -1$,

① $m > 0$, 抛物线开口向上,



$x = -1$ 时, 有最小值 $y = -m + 1 = -2$,

解得: $m = 3$;

② $m < 0$, 抛物线开口向下,

$\because$ 对称轴为直线 $x = -1$, 在 $-2 \leq x \leq 2$ 时有最小值 -2 ,

$\therefore x = 2$ 时, 有最小值 $y = 4m + 4m + 1 = -2$,

解得: $m = -\frac{3}{8}$;

故选: C.

【点评】 本题考查了二次函数的性质, 熟练掌握二次函数的性质是解题的关键.

9. **【分析】** 根据反比例函数图象和一次函数函数的图象得到 $k < 0$; $a < 0$; $b > 0$, 再根据二次函数 a 、 c 、 $-\frac{b}{2a}$ 的取值范围得到抛物线的开口方向、与 y 轴的交点和对称轴, 进行观察图象即可.

【解答】 解: $\because$ 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象在第二象限,

$\therefore k < 0$;

又 $\because$ 一次函数 $y = ax + b$ 的图象经过一、二、四象限,

$\therefore a < 0$, $b > 0$.

$\therefore$ 函数 $y = ax^2 - bx - k + 1$ 中,

$a < 0$, 函数图象开口向下;

$k < 0$, 即: $-k + 1 > 0$, 与 y 轴交于正半轴;

$a < 0$, $b > 0$, 即: $-\frac{b}{2a} < 0$, 对称轴小于 0,

故选: B.

【点评】 本题考查了函数图象和性质, 解题的关键是根据函数图象确定 k 、 a 和 b 的取值范围.

10. **【分析】** 根据题目中的函数解析式和二次函数的性质, 可以判断各个选项中的说法是否正确, 从而可以解答本题.

【解答】 解: A、设抛物线与 x 轴交点为 x_1 、 x_2 ,

$\because$ 二次函数 $y = a(x+1)(x-m)$ ($a \neq 0$, $1 < m < 2$),

$\therefore x_1 = -1$, $x_2 = m$, $x_1 < x_2$,

$\therefore$ 当 $x < -1$ 时, y 随 x 的增大而增大,



$\therefore a < 0$, 开口向下,

$\therefore$ 当 $x > 2 > x_2$ 时, y 随 x 的增大而减小, 此选项正确;

B、 $\because$ 二次函数 $y = a(x+1)(x-m)$ ($a \neq 0, 1 < m < 2$), 当 $x < -1$ 时, y 随 x 的增大而增大,

$\therefore a < 0$, 开口向下,

若图象经过点 $(0, 1)$, 则 $1 = a(0+1)(0-m)$,

得: $1 = -am$,

$\therefore a < 0, 1 < m < 2$,

$\therefore -1 < a < -\frac{1}{2}$, 此选项正确;

C、 $\because$ 对称轴为直线 $x = \frac{-1+m}{2}, 1 < m < 2$,

$\therefore 0 < \frac{-1+m}{2} < \frac{1}{2}$,

$\therefore a < 0$,

$\therefore (-2024, y_1), (2024, y_2)$ 是函数图象上的两点, 2024 离对称轴近些,

$\therefore y_1 < y_2$, 此选项错误;

D、由图象上两点 $(\frac{1}{4}, y_1), (\frac{1}{4}+n, y_2)$ 对一切正数 n , 总有 $y_1 > y_2, 1 < m < 2$

$\therefore$ 该函数与 x 轴的两个交点为 $(-1, 0), (m, 0)$,

$\therefore 0 < \frac{-1+m}{2} \leq \frac{1}{4}$,

解得: $1 < m \leq \frac{3}{2}$, 此选项正确;

故选: C.

【点评】 本题考查了二次函数的性质、二次函数图象上点的坐标特征, 解题的关键是明确题意, 利用二次函数的性质解答.

二、填空题

11. **【分析】** 先根据反比例函数的性质列出关于 k 的不等式, 求出 k 的取值范围即可.

【解答】 解: $\because$ 反比例函数 $y = \frac{3-k}{x}$ 的图象经过一, 三象限,

$\therefore 3 - k > 0$, 则 $k < 3$,

故答案为: $k < 3$.

【点评】 考查的是反比例函数的性质, 熟知反比例函数的图象与系数的关系是解题的关键.

12. **【分析】** 飞机停下来时, 滑行的距离最远, 即此时 s 有最大值, 据此求解即可.



【解答】解：∵ $s = 80t - 2t^2 = -2(t - 20)^2 + 800$,

∴ 当飞机着陆后滑行 20s, 才能停下来,

故答案为: 20.

【点评】本题主要考查了二次函数的应用, 掌握其性质是解题的关键.

13. 【分析】根据反比例函数的对称性和反比例函数系数 k 的几何意义, 可求出 $S_{\triangle BOC} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 6 = \frac{1}{2}|k|$, 再根据图象所在的象限确定 k 的值即可.

【解答】解: 由对称性可知, $OA = OB$,

$$\therefore S_{\triangle AOC} = S_{\triangle BOC} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC},$$

∵ $BC \perp y$ 轴, $\triangle ABC$ 的面积为 6,

$$\therefore S_{\triangle BOC} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 6 = \frac{1}{2}|k|,$$

又 ∵ $k < 0$,

$$\therefore k = -6,$$

故答案为: -6.

【点评】本题考查反比例函数系数 k 的几何意义, 掌握反比例函数系数 k 的几何意义以及反比例函数的性质是正确解答的关键.

14. 【分析】(1) 将 $a=1$ 代入即可求出抛物线的顶点坐标;

(2) 分两种情况讨论, 得出关于 a 的不等式, 解不等式即可求解.

【解答】解: (1) 将 $a=1$ 代入得 $y = x^2 - 2x - 3 = (x - 1)^2 - 4$,

∴ 顶点坐标为 (1, -4).

故答案为: (1, -4);

(2) 抛物线 $y = ax^2 - 2a^2x - 3$ 的对称轴为直线 $x = -\frac{-2a^2}{2a} = a$,

∴ 点 $A(3a, y_1)$ 关于对称轴的对称点为 $(-a, y_1)$,

① 当 $a > 0$ 时, 则 $3a > a$,

∴ 抛物线开口向上, 点 $A(3a, y_1)$ 在对称轴的右侧,

∵ 点 $A(3a, y_1)$, $B(n, y_2)$ 为抛物线上两点, 若 $3 < n < 4$, 总有 $y_1 < y_2$,

$$\therefore 3a \leq 3,$$

$$\therefore 0 < a \leq 1;$$

② 当 $a < 0$ 时, 则 $3a < a$,



∴ 抛物线开口向下，点 $A(3a, y_1)$ 在对称轴的左侧，

$$\therefore -a \geq 4,$$

$$\therefore a \leq -4,$$

综上， $0 < a \leq 1$ 或 $a \leq -4$.

故答案为： $0 < a \leq 1$ 或 $a \leq -4$.

【点评】 本题主要考查二次函数图象与系数的关系，二次函数图象上点的坐标特征，熟练掌握二次函数的图象和性质是解题关键.

三、解答题

15. **【分析】** (1) 根据正比例的定义设 $y+2=k(x-1)$ ，将把 $x=3$ ， $y=4$ 代入解方程求出 k 即可；

(2) 把点 $P(a, -3)$ 代入求出的函数解析式，即可求解.

【解答】 解：(1) ∵ $y+2$ 与 $x-1$ 成正比例函数关系，且 $x=3$ 时， $y=4$ ，

$$\therefore \text{设 } y+2=k(x-1) (k \neq 0),$$

$$\therefore \text{把 } x=3, y=4 \text{ 代入, 得 } 4+2=2k,$$

$$\text{解得 } k=3,$$

$$\therefore y+2=3(x-1),$$

$$\text{即 } y=3x-5;$$

(2) ∵ $P(a, -3)$ 在该函数解析式对应的函数图象上，

$$\therefore 3a-5=-3,$$

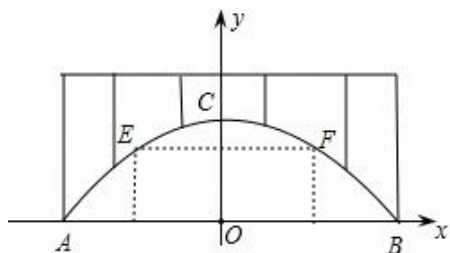
$$\text{解得: } a=\frac{2}{3},$$

$$\therefore a \text{ 的值为 } \frac{2}{3}.$$

【点评】 本题考查了一次函数的性质、待定系数法求一次函数的解析式、一次函数图象上点的坐标特征，熟知一次函数图象上的点的坐标都满足该函数的解析式是解题的关键.

16. **【分析】** 利用待定系数法求得抛物线的解析式. 已知抛物线上距水面 AB 高为 8 米的 E 、 F 两点，可知 E 、 F 两点纵坐标为 8，把 $y=8$ 代入抛物线解析式，可求 E 、 F 两点的横坐标，根据抛物线的对称性求 EF 长.

【解答】 解：如图，以 AB 所在直线为 x 轴、线段 AB 的中垂线为 y 轴建立直角坐标系，



由题意知, $A(-20, 0)$, $B(20, 0)$, $C(0, 10)$.

设过点 A 、 B 、 C 的抛物线方程为: $y = a(x+20)(x-20)$ ($a < 0$).

把点 $C(0, 10)$ 的坐标代入, 得

$$10 = a(0+20)(0-20),$$

$$\text{解得: } a = -\frac{1}{40},$$

$$\text{则该抛物线的解析式为: } y = -\frac{1}{40}(x+20)(x-20) = -\frac{1}{40}x^2 + 10$$

$$\text{把 } y=8 \text{ 代入, 得 } -\frac{1}{40}x^2 + 10 = 8,$$

$$\text{即 } x^2 = 80, x_1 = 4\sqrt{5}, x_2 = -4\sqrt{5}.$$

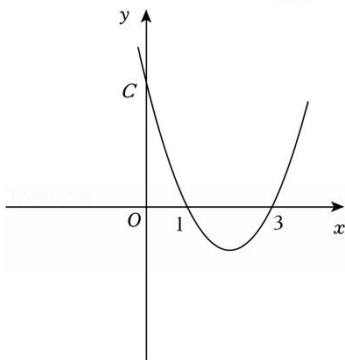
$$\text{所以两盏警示灯之间的水平距离为: } EF = |x_1 - x_2| = |4\sqrt{5} - (-4\sqrt{5})| = 8\sqrt{5} \text{ (m)}.$$

【点评】 本题考查的是二次函数在实际生活中的应用, 解题的关键是建立合适的平面直角坐标系, 并熟练掌握待定系数法求函数解析式.

17. **【分析】** (1) 令 $x=0$ 得, $y=3$, 求得 $C(0, 3)$, 再把抛物线表达式转化成顶点式, 即可求顶点坐标;

(2) 先令 $y=0$, 求得 $A(1, 0)$ 、 $B(3, 0)$, 再结合图形求解即可.

【解答】 解: (1) $\because$ 抛物线 $y = x^2 - 4x + 3$ 与 y 轴交于 C 点, x 轴交于 A 、 B 两点, A 在 B 左侧, 与 y 轴交于 C 点.



$$\text{令 } x=0 \text{ 得, } y=3,$$

$$\therefore C(0, 3),$$



$$\because y = x^2 - 4x + 3 = (x - 2)^2 - 1,$$

$\therefore$ 顶点坐标为 $(2, -1)$,

故答案为: $(0, 3), (2, -1)$;

$$(2) \text{ 令 } y=0 \text{ 得, } x^2 - 4x + 3 = 0,$$

解得 $x_1=1, x_2=3$,

如图, 当 $x < 1$ 或 $x > 3$ 时, 不等式 $x^2 - 4x + 3 > 0$,

故答案为: $x < 1$ 或 $x > 3$.

【点评】 本题考查二次函数与坐标轴的交点问题、二次函数的顶点式、二次函数与不等式, 正确进行计算是解题关键.

18. **【分析】** (1) 直接把已知点代入函数解析式得出答案;

(2) 直接把 $\rho = 1.2 \text{ kg/m}^3$ 代入解析式求出答案.

【解答】 解: (1) 设 V 与 ρ 之间的函数表达式为: $V = \frac{k}{\rho}$, 把 $(1.5, 4)$ 代入得:

$$k=6,$$

故 V 与 ρ 之间的函数表达式为: $V = \frac{6}{\rho}$;

(2) $\because$ 密度 ρ 不高于 1.2 kg/m^3 ,

$$\therefore V = \frac{6}{1.2} = 5 \text{ (m}^3\text{)},$$

$\therefore V$ 的取值范围为 $V \geq 5$.

【点评】 此题主要考查了反比例函数的应用, 正确得出函数解析式是解题关键.

19. **【分析】** 抛物线的问题, 一般都要建立直角坐标系, 把有关长度转化为点的坐标, 求解析式, 利用解析式解决实际问题.

【解答】 解: **【方法一】** (1) 根据题意, $A(-4, 2), D(4, 2), E(0, 6)$.

设抛物线的解析式为 $y = ax^2 + 6$ ($a \neq 0$), 把 $A(-4, 2)$ 或 $D(4, 2)$ 代入得 $16a + 6 = 2$.

$$\text{得 } a = -\frac{1}{4}.$$

抛物线的解析式为 $y = -\frac{1}{4}x^2 + 6$.

【方法二】: 设解析式为 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$),

$$\text{代入 } A、D、E \text{ 三点坐标得 } \begin{cases} 16a - 4b + c = 2 \\ 16a + 4b + c = 2 \\ c = 6 \end{cases}$$



得 $a = -\frac{1}{4}$, $b = 0$, $c = 6$.

抛物线的解析式为 $y = -\frac{1}{4}x^2 + 6$.

(2) 根据题意, 把 $x = \pm 1.2$ 代入解析式,
得 $y = 5.64$.

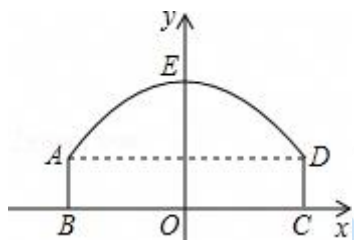
$\because 5.64 > 4.5$, $\therefore$ 货运卡车能通过.

(注: 如果只代 $x = 1.2$, 需说明对称性; 只代 $x = 1.2$ 没说对称性扣 1 分)

(3) 根据题意, $x = -0.2 - 2.4 = -2.6$ 或 $x = 0.2 + 2.4 = 2.6$,
把 $x = \pm 2.6$ 代入解析式,
得 $y = 4.31$.

$\because 4.31 < 4.5$,

$\therefore$ 货运卡车不能通过.



【点评】 求抛物线解析式可以使用一般式, 顶点式或者交点式, 因条件而定. 运用二次函数解题时, 可以给自变量 (或者函数) 一个特殊值, 求函数 (自变量) 的值, 解答题目的问题.

20. **【分析】** (1) 根据顶点坐标公式 $(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a})$, 以及 x 轴上点的纵坐标为 0 求解即可;

(2) 将函数解析式变形为 $y = a(x^2 - 3x) - x + 3$, 由于抛物线过定点, 则与 a 无关, 即可得到 $x^2 - 3x = 0$, 再解方程即可求解;

(3) 根据抛物线对称轴公式即可证明.

【解答】 (1) 解: 由题意可知:

$$\frac{4a \times 3 - [-(3a+1)]^2}{4a} = 0,$$

解得 $a_1 = a_2 = \frac{1}{3}$,



$\therefore a$ 的值为 $\frac{1}{3}$;

(2) 解: $y = ax^2 - (3a+1)x + 3 = a(x^2 - 3x) - x + 3$,

$\therefore$ 抛物线过定点,

$\therefore x^2 - 3x = 0$,

解得 $x=0$ 或 $x=3$,

当 $x=0$, $y=3$; 当 $x=3$, $y=0$,

$\therefore$ 抛物线过定点 $(0, 3)$ 和 $(3, 0)$,

故答案为: $(0, 3)$ 和 $(3, 0)$;

(3) 证明: 当 $a > 0$ 时, 抛物线的对称轴为: $x = \frac{3a+1}{2a} = \frac{3}{2} + \frac{1}{2a} > \frac{3}{2}$,

$\therefore$ 该函数图象的对称轴一定在直线 $x = \frac{3}{2}$ 的右侧.

【点评】 本题考查了二次函数的图象与性质, 解题的关键是熟练掌握二次函数的图象与性质.

21. **【分析】** (1) 先求得 A 、 B 坐标, 再利用待定系数法求解即可;

(2) 先求得一次函数图象与 y 轴的交点坐标, 再利用坐标与图形性质和三角形的面积公式求解即可;

(3) 根据图象, 求得一次函数的图象位于反比例函数的图象下方部分的点的横坐标的取值范围即可求解.

【解答】 解: (1) $\therefore$ 反比例函数的图象经过点 $A(1, 6)$, $B(-3, m)$,

$\therefore k_2 = 1 \times 6 = -3m$, 则 $k_2 = 6$, $m = -2$,

$\therefore B(-3, -2)$,

$\therefore$ 一次函数的图象点 $A(1, 6)$, $B(-3, -2)$,

$$\therefore \begin{cases} k_1 + b = 6 \\ -3k_1 + b = -2 \end{cases}$$

解得 $k_1 = 2$, $b = 4$;

(2) 由 (1) 知, $y_1 = 2x + 4$,

当 $x=0$, $y=4$, 则一次函数 $y_1 = 2x + 4$ 的图象与 y 轴的交点坐标为 $(0, 4)$,

$\therefore A(1, 6)$, $B(-3, -2)$,

$\therefore \triangle AOB$ 的面积为 $\frac{1}{2} \times 4 \times (1 + 3) = 8$;

(3) 根据图象, 当 $y_1 < y_2$ 时, x 的取值范围为 $x < -3$ 或 $0 < x < 1$.



【点评】本题考查待定系数法求函数解析式、坐标与图形，利用数形结合思想求解是解答的关键.

22. 【分析】(1) 根据表中数据可以求出每件进价，设出函数解析式，用待定系数法求函数解析式即可；

(2) 设该商品的月销售利润为 w 元，根据利润 = 单件利润 $\times$ 销售量列出函数解析式，根据函数的性质求出函数最值；

(3) 根据总利润 = (单件利润 - m) $\times$ 销售量列出函数解析式，再根据 $x \leq 42$ 时，利用函数性质求解即可.

【解答】解：(1) 由表中数据知，每件商品进价为 $\frac{300 \times 30 - 4500}{300} = 15$ (元/件)，

设一次函数解析式为 $y = kx + b$,

根据题意，得 $\begin{cases} 30k + b = 300 \\ 35k + b = 250 \end{cases}$,

解得： $\begin{cases} k = -10 \\ b = 600 \end{cases}$,

所以 y 与 x 的函数表达式为 $y = -10x + 600$;

故答案为：15, $y = -10x + 600$;

(2) 设该商品的月销售利润为 w 元，

则 $w = (x - 15)y$

$= (x - 15)(-10x + 600)$

$= -10x^2 + 750x - 9000$

$= -10(x - 37.5)^2 + 5062.5$,

$\because -10 < 0$, x 为整数，

$\therefore$ 当 $x = 37$ 或 38 时， w 最大，最大值为 5060，

$\therefore$ 当该商品的售价是 37 或 38 元时，月销售利润最大，最大利润为 5060 元；

(3) 根据题意得：

$w = (x - 15 - m)(-10x + 600) = -10x^2 + (750 + 10m)x - 9000 - 600m$,

对称轴为直线 $x = -\frac{750 + 10m}{2 \times (-10)} = 37.5 + \frac{m}{2}$,

$\because m \leq 10$,

$\therefore 37.5 + \frac{m}{2} \leq 42.5$,

$\because -10 < 0$,



∴当 $x=42$ 时, w 取得最大值为 3960 元,

∴ $(42 - 15 - m)(-10 \times 42 + 600) = 3960$,

解得: $m=5$.

故答案为: 5.

【点评】 本题考查了一次函数的应用, 关键是根据题意找到等量关系式.

23. **【分析】** (1) 把点 $(4, 5)$ 代入二次函数解析式可得 a 的值, 即可求得二次函数的表达式;

(2) 易得点 A 、 B 、 C 的坐标, 设出点 P 的坐标, 易得 $S_1 = S_{\triangle PAB} - S_{\triangle AEB}$; $S_2 = S_{\triangle ACB} - S_{\triangle AEB}$,

① $S_1 = S_2$ 时, 易得点 P 的纵坐标和点 C 的纵坐标相等, 列出方程, 求解即可;

② 用含 m 的代数式表示出 $S_1 - S_2$, 进而根据二次函数的性质可得 $S_1 - S_2$ 的最大值.

【解答】 解: (1) ∵ $y = (a - 2)x^2 + (a + 3)x + 5$ 的图象过点 $(4, 5)$,

∴ $5 = (a - 2) \times 4^2 + (a + 3) \times 4 + 5$,

$5 = 16a - 32 + 4a + 12 + 5$,

解得: $a = 1$,

∴ 二次函数表达式为: $y = -x^2 + 4x + 5$;

(2) ∵ 二次函数表达式为: $y = -x^2 + 4x + 5$, 二次函数的图象与 x 轴有两个公共点 A , B , 与 y 轴交于点 C ,

∴ 点 $A(-1, 0)$, 点 $B(5, 0)$, 点 $C(0, 5)$,

设点 $P(m, -m^2 + 4m + 5)$,

∴ $S_1 = S_{\triangle PAB} - S_{\triangle AEB} = \frac{1}{2} \times 6 \times (-m^2 + 4m + 5) - S_{\triangle AEB}$;

$S_2 = S_{\triangle ACB} - S_{\triangle AEB} = \frac{1}{2} \times 6 \times 5 - S_{\triangle AEB}$;

① ∵ $S_1 = S_2$,

∴ $-m^2 + 4m + 5 = 5$,

解得: $m_1 = 0$ (不合题意, 舍去), $m_2 = 4$,

∴ 点 P 的坐标为 $(4, 5)$;

② $S_1 - S_2 = 3(-m^2 + 4m + 5 - 5) = -3m^2 + 12m = -3(m^2 - 4m + 4) + 12 = -3(m - 2)^2 + 12$,

∴ 当 $m = 2$ 时, $S_1 - S_2$ 存在最大值, 最大值为 12.

【点评】 本题综合考查二次函数的知识. 用公共三角形 AEB 表示出 S_1, S_2 是解决本题的关键,