



沪科版九上数学月考卷（一）

一、选择题

1. 下列函数表达式中， y 是 x 的二次函数的是（ ）

A. $y=2025x^2$

B. $y=(x+1)^2-x^2$

C. $y=\frac{1}{x^2}+1$

D. $y=ax^2+bx+c$

2. 反比例函数 $y=\frac{m+2}{x}$ 的图象在每一个象限内， y 都随 x 的增大而增大，则 m 的取值范围是（ ）

A. $m < -2$

B. $m > -2$

C. $m > 2$

D. $m < 2$

3. 对于二次函数 $y=-2(x+1)^2$ 的图象，下列说法错误的是（ ）

A. 开口向下

B. 对称轴是直线 $x=-1$

C. 当 $x < -1$ 时， y 随 x 的增大而增大

D. 与 x 轴有两个交点

4. 将抛物线 $y=3x^2+1$ 向左平移 2 个单位长度，再向上平移 3 个单位长度后，得到的新抛物线的函数表达式为（ ）

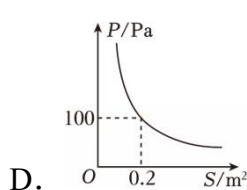
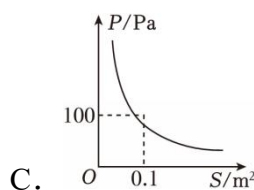
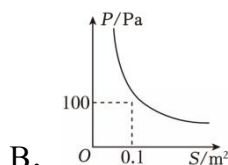
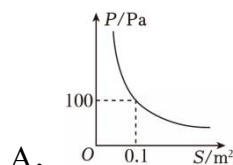
A. $y=3(x-2)^2+4$

B. $y=3(x+2)^2+4$

C. $y=3(x-2)^2+3$

D. $y=3(x+2)^2-4$

5. 在综合实践课上，小明利用恒定的压力 F (N) 测定压强 P (Pa) 与受力面积 S (m^2) 的关系，经测定，当 $S=0.5m^2$ 时， $P=20Pa$ ，则 P 与 S 之间的函数图象可能是（ ）



逐字研读题干 遇到困难回头看条件



6. 已知二次函数 $y=ax^2-2ax+c$ 中部分 x 和 y 的值如下表所示:

x	- 0.3	- 0.4	- 0.5	- 0.6	- 0.7
y	- 0.31	- 0.04	0.25	0.56	0.89

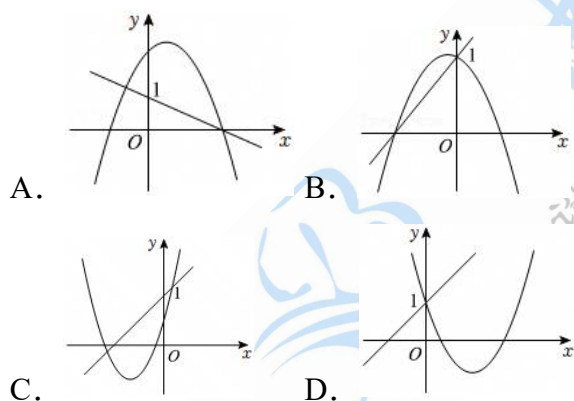
则方程 $ax^2-2ax+c=0$ 的一个较大的根的范围是 ()

- A. $-0.5 < x < -0.4$ B. $-0.6 < x < -0.5$
C. $2.4 < x < 2.5$ D. $2.5 < x < 2.6$

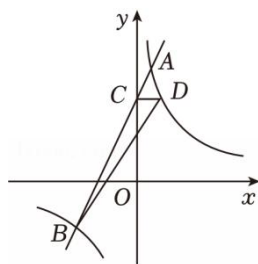
7. 今年暑假, 我省某地天气异常干旱, 为缓解旱情, 该地气象部门进行了人工增雨作业. 人工增雨通过发射防雹增雨火箭弹的方式进行, 已知该炮弹的飞行高度 h (米) 和飞行时间 t (秒) 的关系满足二次函数 $h=at^2+bt$. 若此炮弹在第 6 秒与第 12 秒时的高度相等, 则炮弹飞行高度最高的时间是 ()

- A. 第 10 秒 B. 第 9 秒 C. 第 8 秒 D. 第 7 秒

8. 在同一坐标系中, 函数 $y=kx+1$ 与 $y=kx^2-2kx+1$ 的图象大致是 ()



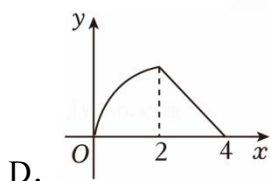
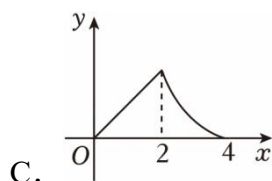
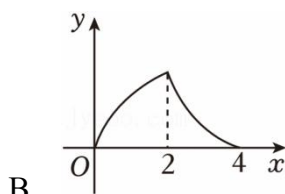
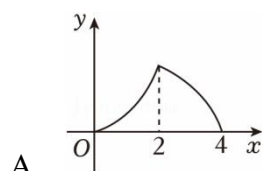
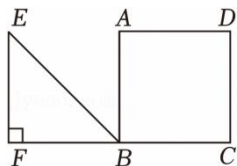
9. 如图, 直线 $y=2x+4$ 交双曲线 $y=\frac{6}{x}$ 于 A, B 两点, 交 y 轴于点 C , 过点 C 作 y 轴的垂线, 交双曲线于点 D , 连接 AD, BD , 则 $\triangle ABD$ 的面积为 ()



- A. 4 B. 5 C. 6 D. 7



10. 如图, 在 $\triangle BEF$ 中, $\angle BFE=90^\circ$, $EF=BF=2$, 正方形 $ABCD$ 的边 BC 与 BF 在同一条直线上, $AB=2$, 将 $\triangle BEF$ 沿 BC 平移, 当点 F 与点 C 重合时, 停止平移. 设点 B 平移的距离为 x , $\triangle BEF$ 与正方形 $ABCD$ 重合部分的面积为 y , 则 y 关于 x 的函数图象大致为()

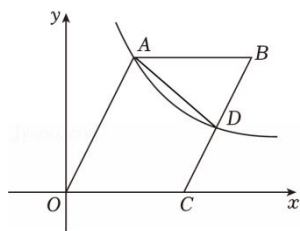


二、填空题

11. 近年来我国新能源汽车发展迅速, 据中国汽车乘联会统计, 2024 年我国新能源汽车销售量约为 1150 万辆, 假设我国新能源汽车每年销售增长率 x 保持不变, 预计 2026 年我国新能源汽车销售量约为 y 万辆, 则 y 关于 x 的函数表达式为_____ (不用写自变量的取值范围).

12. 抛物线 $y=x^2 - (b-1)x+2b$ 的顶点在 y 轴上, 则该抛物线的顶点坐标为_____.

13. 如图, 平行四边形 $ABCO$ 的顶点 O 为坐标原点, 点 C 在 x 轴上, 坐标为 $(3, 0)$, 双曲线 $y=\frac{k}{x}$ 经过点 A 和 BC 的中点 D , 连接 AD , $S_{\triangle ABD}=3$, 则 $k=_____$.

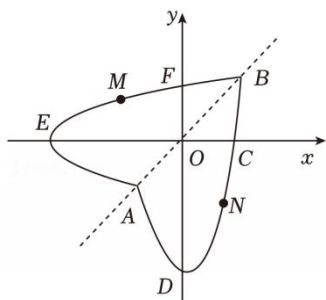




14. 如果人人都献出一点爱，世界将变成美好的明天. 如图是由抛物线 $y=x^2+c$ 的一部分及其关于直线 $y=x$ 的对称图形组成的爱心图案，点 A, B 是图案与其对称轴的两个交点，点 C, D, E, F 是图案与坐标轴的交点，且点 F 的坐标为 $(0, 2)$.

(1) $c=$ _____ ；

(2) 若点 M 是该图案上一个动点， N 是点 M 关于直线 AB 的对称点，连接 MN ，则 MN 的最大值为_____ .



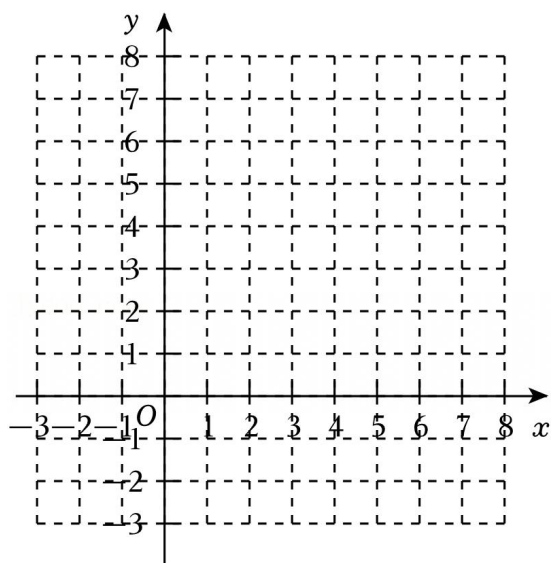
三、解答题

15. 已知抛物线的顶点为 $(1, 5)$ ，且当自变量 $x=-1$ 时，对应的函数值为 -3 ，求这条抛物线的表达式.

16. 已知抛物线 $y=-x^2+4x+3$.



- (1) 求该抛物线的顶点坐标；
- (2) 在所给的平面直角坐标系中，画出该抛物线的图象．



17. 已知二次函数 $y = x^2 - 2kx - (2k+1)$.

- (1) 求证：无论 k 为何值时，该二次函数的图象与 x 轴都有交点；
- (2) 若该二次函数图象的对称轴为直线 $x=1$ ，求它与 x 轴的交点坐标．



18. 已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的自变量 x 与函数值 y 的几组对应值如下表：

x	...	-1	0	1	2	...
y	...	-6	-6	-4	0	...

(1) 求二次函数的表达式；

(2) 直接写出不等式 $ax^2+bx+c<0$ 的解集.

19. 合肥长丰盛产草莓，草莓富含维生素 C、胡萝卜素、膳食纤维及钙、磷、铁等矿物质，其中维生素 C 可缓解夜盲症、维护上皮组织健康，膳食纤维能促进肠道蠕动、改善便秘. 此外，草莓是鞣酸含量丰富的植物，可吸附并阻止致癌化学物质的吸收，具有防癌作用. 某超市从批发市场购进草莓的进价为 3 元/kg，在销售过程中发现，日销售量 y （单位：kg）随售价 x （单位：元/kg）的变化规律符合某种函数关系，结果如下表：（售价不低于进价）

售价 x （单位：元/kg）	3	4	5	6	...
日销量 y （单位：kg）	400	300	240	200	...

若 y 与 x 之间的函数关系是一次函数，二次函数，反比例函数中的某一种.

(1) 判断 y 与 x 之间的函数关系，并写出其表达式；

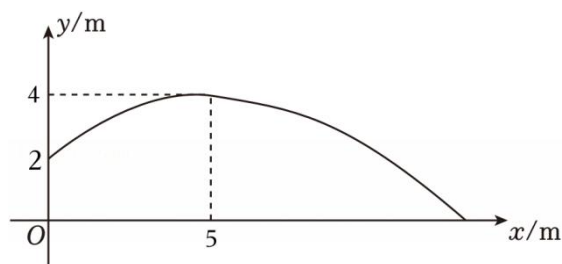
(2) 该超市销售草莓的日利润能否达到 800 元？说明理由.



20. 掷实心球是亳州市初中学业水平体育与健康学科考试的选考项目. 一男生在抛掷实心球的过程中, 实心球行进路线是一条抛物线, 行进高度 y (m) 与水平距离 x (m) 之间的函数关系如图所示, 已知该男生掷球时的起点高度是 $2m$, 当水平距离为 $5m$ 时, 实心球行进至最高点 $4m$ 处.

(1) 求 y 关于 x 的函数表达式;

(2) 根据亳州市 2025 年初中学业水平体育与健康学科考试项目评分标准 (男生), 投掷过程中, 实心球从起点到落地点的水平距离不小于 $12.4m$, 则此项考试得分为满分 20 分. 按此评分标准, 该生在此项考试中是能否得满分, 请说明理由.





21. 【阅读理解】

我们将函数的自变量的值与函数值相等时的函数值，称为函数的和谐值，此时的点称为函数的和谐点．例如，对于函数 $y=2x-1$ ，当 $x=y$ 时，可得 $x=y=1$ ，我们就说 1 是函数 $y=2x-1$ 的和谐值，点 $(1, 1)$ 是函数 $y=2x-1$ 的和谐点．

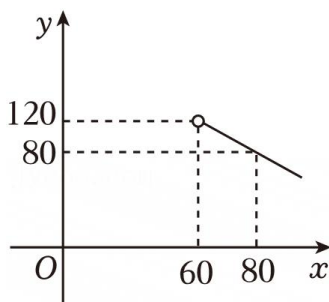
【问题解决】

- (1) 已知函数 $y = \frac{3}{x} - 2$ ，则它的和谐点坐标为_____；
- (2) 若二次函数 $y = x^2 - x + m$ 只有一个和谐点，求实数 m 的值；
- (3) 已知二次函数 $y = kx^2 - (4k+1)x + 3k+3$ 的两个和谐点都是整数点，求整数 k 的值．



22. 综合与实践：根据素材回答问题.

茶叶的销售问题	
背景	黄山毛峰是中国十大名茶之一，属于绿茶. 产于安徽省黄山（徽州）一带，所以又称徽茶. 由清代光绪年间谢裕大茶庄所创制. 每年清明谷雨，选摘良种茶树“黄山种”、“黄山大叶种”等的初展肥壮嫩芽，手工炒制，该茶外形微卷，状似雀舌，绿中泛黄，银毫显露，且带有金黄色鱼叶（俗称黄金片）.
素材 1	某茶叶公司经销黄山毛峰茶叶，每千克成本为 60 元，规定每千克售价需超过成本，但不高于 100 元.
素材 2	经调查发现，其日销售量 y （千克）与售价 x （元/千克）之间的函数关系如图所示.
任务 1	设该茶叶的日销售利润为 w 元，分别求出 y 与 x ， w 与 x 之间的函数表达式；
任务 2	若该茶叶的日销量不低于 80 千克，当单价定为多少元时，每天获取的利润最大，最大利润是多少元；
任务 3	若公司想获得不低于 1000 元的日利润，求售价 x 的取值范围.



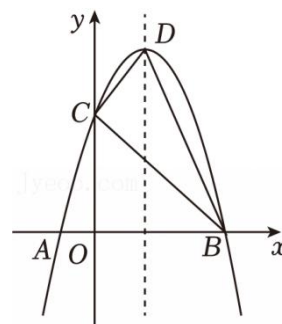


23. 如图，抛物线的顶点为 D ，其坐标为 $(1, 4)$ ，抛物线交 x 轴于 A, B 两点，交 y 轴于点 C ，已知 $OC=3$ 。

(1) 求抛物线的表达式；

(2) 连接 CD, BD ，判断 $\triangle BCD$ 的形状；

(3) 若点 E 是第一象限内抛物线上的动点，连接 BE 和 CE ，求 $\triangle BCE$ 面积的最大值。





沪科版九上数学月考卷（一）

参考答案与试题解析

一、选择题

1. 【分析】根据二次函数的定义对各选项进行判断.

【解答】解： A . y 是 x 的二次函数，所以 A 选项符合题意；

B . $y = (x+1)^2 - x^2 = 2x+1$ ，则 y 是 x 的一次函数，所以 B 选项不符合题意；

C . $\frac{1}{x^2} + 1$ 为分式， y 不是 x 的二次函数，所以 C 选项不符合题意；

D . 若 $a=0$ ，则 $y=bx+c$ ， y 不是 x 的二次函数，所以 D 选项不符合题意.

故选： A .

【点评】本题考查了二次函数的定义：一般地，形如 $y=ax^2+bx+c$ (a 、 b 、 c 是常数， $a \neq 0$) 的函数，叫做二次函数.

2. 【分析】根据反比例函数图象的增减性，当反比例函数的图象在其所在的每一个象限内， y 都随 x 的增大而增大，可得，反比例函数图象 k 值应小于 0. 即本题中， $m+2 < 0$ ，最后解得 m 的取值范围即可.

【解答】解： $\because$ 反比例函数 $y = \frac{m+2}{x}$ 的图象在其所在的每一个象限内， y 都随 x 的增大而增大，

$$\therefore m+2 < 0,$$

解得， $m < -2$.

故选： A .

【点评】本题考查了反比例函数图象的性质，准确掌握反比例函数图象的增减性是解题的关键.

3. 【分析】根据二次函数的性质逐项分析即可.

【解答】解：由题意可得：图象开口向下，对称轴是直线 $x = -1$ ，

$\therefore$ 当 $x < -1$ 时， y 随 x 的增大而增大，

$\therefore A$ 、 B 、 C 选项说法正确，不符合题意；

$$\text{令 } y=0, \text{ 则 } -2(x+1)^2=0,$$

解得 $x = -1$ ，

即与 x 轴有一个交点，为 $(-1, 0)$ ，



∴D 选项说法错误，符合题意，

故选：D.

【点评】本题考查了二次函数的图象和性质，二次函数与 x 轴的交点问题，掌握二次函数的系数与图象的关系是解题关键.

4. 【分析】根据函数图象平移“左加右减，上加下减”的规律即可作答.

【解答】解：将抛物线 $y=3x^2+1$ 向左平移 2 个单位长度，则得到 $y=3(x+2)^2+1$ ，
将 $y=3(x+2)^2+1$ 向上平移 3 个单位长度，则得到 $y=3(x+2)^2+1+3=3(x+2)^2+4$ ，
故选：B.

【点评】本题考查函数图象的平移，掌握其相关知识点是解题的关键.

5. 【分析】根据压强公式，代入 $S=0.5m^2$ ， $P=20Pa$ 即可求出反比例函数 $P=\frac{10}{S}$ ，进而判断出函数图象.

【解答】解：小明利用恒定的压力 $F(N)$ 测定压强 $P(Pa)$ 与受力面积 $S(m^2)$ 的关系.
根据压强公式 $P=\frac{F}{S}$ ，可知当 $S=0.5m^2$ ， $P=20Pa$ 时，

$$20 = \frac{F}{0.5}, \text{ 即 } F=10,$$

$$\therefore P \text{ 与 } S \text{ 的函数关系式为 } P = \frac{10}{S},$$

当 $S=0.1$ 时， $P=100$ ，

∴ P 与 S 之间的函数图象可能是选项 A 中的图象.

故选：A.

【点评】本题考查了反比例函数的应用，正确记忆相关知识点是解题关键.

6. 【分析】先求得对称轴为直线 $x=1$ ，再根据表格数据得 $ax^2-2ax+c=0$ 的较小的根的范围为 $-0.5 < x < -0.4$ ，最后根据二次函数图象的对称性即可解答.

【解答】解：依题意，函数 $y=ax^2-2ax+c$ 的对称轴为直线 $x=-\frac{-2a}{2a}=1$ ，

由表格数据可得：

当 $x=-0.4$ 时， $y=-0.04 < 0$ ；当 $x=-0.5$ 时， $y=0.25 > 0$ ；

∴ $ax^2-2ax+c=0$ 的较小的根的范围为 $-0.5 < x < -0.4$ ，

则 $1 - (-0.4) + 1 = 2.4$ ， $1 - (-0.5) + 1 = 2.5$ ，

∴ $ax^2-2ax+c=0$ 的较大的根的范围是 $2.4 < x < 2.5$.

故选：C.



【点评】本题主要考查了二次函数的性质、图象法确定一元二次方程的近似根等知识点，掌握数形结合思想成为解题的关键。

7. 【分析】求出抛物线的对称轴即可求解。

【解答】解：该炮弹的飞行高度 h （米）和飞行时间 t （秒）的关系满足二次函数 $h=at^2+bt$ 。

∵ 炮弹在第 6 秒与第 12 秒时的高度相等，

∴ 抛物线的对称轴为直线 $t = \frac{6+12}{2} = 9$ ，

∴ 炮弹飞行高度最高的时间是第 9 秒，

故选：B。

【点评】本题考查了二次函数的应用，掌握抛物线的对称性及性质是解题的关键。

8. 【分析】根据一次函数图象以及二次函数图象与系数之间的关系，进行判断即可。

【解答】解：依题意，当 $x=0$ 时，对于 $y=kx+1$ ， $y=1$ ，

当 $x=0$ 时，对于 $y=kx^2 - 2kx+1$ ， $y=1$ ，

∴ 直线和抛物线交于点 $(0, 1)$ ，

故 A 和 C 选项不符合题意；

∵ $y=kx^2 - 2kx+1$ ($k \neq 0$) 的对称轴为直线 $x = -\frac{-2k}{2k} = 1$ ，

∴ 抛物线的对称轴位于 y 轴的右侧，

故 B 选项不符合题意；

故选：D。

【点评】本题考查二次函数图象与一次函数图象的综合判断，掌握其相关知识点是解题的关键。

9. 【分析】根据直线 $y=2x+4$ 交 y 轴于点 C，求得 C 点坐标，根据过点 C 作 y 轴的垂线，交双曲线 $y = \frac{6}{x}$ 于点 D，求得 D 点坐标，联立直线与双曲线函数解析式求得 A 和 B 点坐标，最后根据 $S_{\triangle ABD} = S_{\triangle ACD} + S_{\triangle BCD}$ 列式求解即可。

【解答】解：∵ 直线 $y=2x+4$ 交 y 轴于点 C，

∴ 当 $x=0$ 时， $y=4$ ，

∴ C $(0, 4)$ ，

∴ 过点 C 作 y 轴的垂线，交双曲线 $y = \frac{6}{x}$ 于点 D，

∴ 当 $y=4$ 时，即 $\frac{6}{x} = 4$ ，



$$\text{解得 } x = \frac{3}{2},$$

$$\therefore D\left(\frac{3}{2}, 4\right),$$

$\because$ 直线 $y=2x+4$ 交双曲线 $y=\frac{6}{x}$ 于 A, B 两点,

$$\therefore \begin{cases} y = 2x + 4 \\ y = \frac{6}{x} \end{cases},$$

$$\text{解得 } \begin{cases} x = 1 \\ y = 6 \end{cases}, \begin{cases} x = -3 \\ y = -2 \end{cases},$$

$$\therefore A(1, 6), B(-3, -2),$$

$$\therefore S_{\triangle ABD} = S_{\triangle ACD} + S_{\triangle BCD}$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times (6 - 4) + \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times [4 - (-2)]$$

$$= \frac{3}{2} + \frac{9}{2}$$

$$= 6.$$

故选: C.

【点评】 本题考查了反比例函数与几何面积问题, 反比例函数与一次函数结合, 掌握反比例函数与一次函数的图象与性质是解题的关键.

10. **【分析】** 先判断 $\triangle BEF$ 在平移过程中不同阶段重合部分图形的形状, 再求出面积 y 关于平移距离 x 的函数表达式, 最后根据函数表达式判断出函数的图象.

【解答】 解: 当 $0 \leq x \leq 2$ 时, $\triangle BEF$ 向右平移, 此时重合部分是一个等腰直角三角形, 重合面积为 $y = \frac{1}{2}x^2$, 这是一个二次函数, 图象开口向上, 对称轴为 y 轴;

当 $2 < x < 4$ 时, 重合部分是一个四边形, 面积等于 $\triangle BEF$ 的面积减去右侧小等腰直角三角形的面积, 即: $y = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 - \frac{1}{2}(x-2)^2 = -\frac{1}{2}x^2 + 2x$, 这是一个二次函数, 图象开口向下, 对称轴为 $x=2$.

综上, 选项 A 的图象符合题意,

故选: A.

【点评】 本题主要考查动点函数图象问题, 涉及到二次函数的性质, 正方形和三角形面积, 掌握其相关知识点是解题的关键.



二、填空题

11. **【分析】** 根据增长率为 x ，2024 年我国新能源汽车销售量约为 1150 万辆，表示出 2026 年我国新能源汽车销售量约为 y 万辆，列出函数解析式即可.

【解答】 解：增长率为 x ，2024 年我国新能源汽车销售量约为 1150 万辆，则：

y 关于 x 的函数表达式为：

$$y = 1150(1+x)^2.$$

故答案为： $y = 1150(1+x)^2$.

【点评】 本题主要考查了求二次函数解析式，正确进行计算是解题关键.

12. **【分析】** 首先需要利用顶点坐标公式求出顶点的横坐标，令其等于 0 解出参数 b 的值，再代入抛物线方程求出顶点的纵坐标，从而得到顶点坐标.

【解答】 解：由题意可得顶点横坐标为 $x = \frac{b-1}{2 \times 1} = \frac{b-1}{2}$,

$\because$ 顶点在 y 轴上，故横坐标为 0，即：

$$\frac{b-1}{2} = 0,$$

解得 $b=1$,

将 $b=1$ 代入原抛物线方程： $y = x^2 - (1-1)x + 2 \times 1 = x^2 + 0x + 2 = x^2 + 2$,

此时抛物线的顶点横坐标为 0，纵坐标为：

$$\text{当 } x=0 \text{ 时, } y = 0^2 + 2 = 2,$$

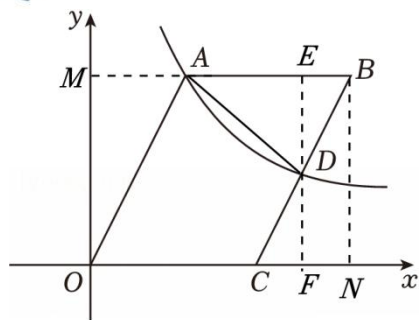
$\therefore$ 顶点坐标为 $(0, 2)$.

故答案为： $(0, 2)$.

【点评】 本题考查了抛物线的图象与性质，熟练掌握抛物线的性质是解题的关键.

13. **【分析】** 过点 D 作 $DE \perp AB$ 于点 E ，延长 ED 交 x 轴于点 F ，延长 BA 交 y 轴于点 M ，过点 B 作 $BN \perp x$ 轴于点 N ，根据 $S_{\triangle ABD} = 3$ ，得出 $DE = 2$ ，根据 $\triangle DBE \cong \triangle DCF$ (AAS)，得出 $DF = DE = 2$ ，求出 A 点的纵坐标为 4， D 点的纵坐标为 2，证明 $AM = CN$ ，根据平行线分线段成比例，得出 $\frac{CF}{FN} = \frac{CD}{BD} = 1$ ，得出 $CF = FN = \frac{1}{2}CN = \frac{1}{2}AM$ ，设 $A(m, 4)$ ，则 $AM = m$ ，求出 $D(3 + \frac{1}{2}m, 2)$ ，根据两个点在反比例函数图象上，得出 $4m = 2(3 + \frac{1}{2}m)$ ，求出 m 的值，得出答案即可.

【解答】 解：过点 D 作 $DE \perp AB$ 于点 E ，延长 ED 交 x 轴于点 F ，延长 BA 交 y 轴于点 M ，过点 B 作 $BN \perp x$ 轴于点 N ，如图所示：



由条件可知 $OC=3$,

$\because$ 四边形 $ABCO$ 为平行四边形,

$\therefore AB=OC=3, AB \parallel OC$,

$\because S_{\triangle ABD}=3$,

$\therefore \frac{1}{2} \times AB \times DE = 3$,

即 $\frac{1}{2} \times 3 \times DE = 3$,

解得: $DE=2$,

由条件可知 $DB=DC$,

$\because AB \parallel OC$,

$\therefore \angle BED = \angle DFC = 90^\circ, \angle EBD = \angle DCF$,

$\therefore \triangle DBE \cong \triangle DCF$ (AAS),

$\therefore DF=DE=2$,

$\therefore EF=2+2=4$,

$\therefore A$ 点的纵坐标为 4, D 点的纵坐标为 2,

$\because AB \parallel x$ 轴,

$\therefore AM \perp y$ 轴,

$\therefore \angle AMO = 90^\circ$,

$\because \angle BMO = \angle MON = \angle BNO = 90^\circ$,

$\therefore$ 四边形 $BNOM$ 为矩形,

$\therefore BM=ON$,

$\therefore BM-AB=ON-OC$,

即 $AM=CN$,

$\because \angle DFC = \angle BNC = 90^\circ$,



$$\therefore EF \parallel BN,$$

$$\therefore \frac{CF}{FN} = \frac{CD}{BD} = 1,$$

$$\therefore CF = FN = \frac{1}{2}CN = \frac{1}{2}AM,$$

设 $A(m, 4)$, 则 $AM = m$,

$$\therefore CF = \frac{1}{2}AM = \frac{1}{2}m,$$

$$\therefore OF = OC + CF = 3 + \frac{1}{2}m,$$

$$\therefore D(3 + \frac{1}{2}m, 2),$$

由条件可知 $4m = 2(3 + \frac{1}{2}m)$,

解得: $m = 2$,

$$\therefore k = 4m = 8.$$

故答案为: 8.

【点评】 本题主要考查了反比例函数的几何综合, 矩形的判定和性质, 平行四边形的性质, 三角形全等的判定和性质, 平行线分线段成比例定理, 解题的关键是作出辅助线, 熟练掌握相关的判定和性质.

14. **【分析】** (1) 根据对称求出 C 的坐标, 代入抛物线的解析式即可求出 c ;

(2) 求出 A 和 B 的坐标, 设 $N(n, n^2 - 4)$, $M(n^2 - 4, n)$, 表示出 MN , 根据二次函数的最值即可求解.

【解答】 解: (1) 由抛物线 $y = x^2 + c$ 的一部分及其关于直线 $y = x$ 的对称图形组成的爱心图案, 点 A, B 是图案与其对称轴的两个交点,

由图可知 F 和 C 关于直线 $y = x$ 对称,

$$\therefore C(2, 0),$$

$$\because C \text{ 在 } y = x^2 + c \text{ 上},$$

$$\therefore 2^2 + c = 0, \text{ 解得 } c = -4,$$

故答案为: -4 ;

$$(2) y = x^2 - 4,$$

$$\text{由 } \begin{cases} y = x^2 - 4 \\ y = x \end{cases} \text{ 得 } x = \frac{1 \pm \sqrt{17}}{2},$$

$$\text{即 } x_A = \frac{1 - \sqrt{17}}{2}, x_B = \frac{1 + \sqrt{17}}{2},$$



设 $N(n, n^2 - 4)$, $\frac{1-\sqrt{17}}{2} \leq n \leq \frac{1+\sqrt{17}}{2}$,

则 $M(n^2 - 4, n)$,

$$\therefore MN = \sqrt{(n^2 - 4 - n)^2 + (n^2 - 4 - n)^2} = \sqrt{2}|n^2 - n - 4|,$$

二次函数 $y = n^2 - n - 4$, $\frac{1-\sqrt{17}}{2} \leq n \leq \frac{1+\sqrt{17}}{2}$,

其对称轴为 $n = \frac{1}{2}$,

当 $n = \frac{1}{2}$ 时, $y = (\frac{1}{2})^2 - \frac{1}{2} - 4 = -\frac{17}{4}$,

当 $n = \frac{1-\sqrt{17}}{2}$ 或 $n = \frac{1+\sqrt{17}}{2}$ 时, $y = 0$,

$\therefore$ 当 $n = \frac{1}{2}$ 时, $y = n^2 - n - 4$ 有最小值,

$$MN = \sqrt{2}|n^2 - n - 4| \text{ 有最大值 } \sqrt{2} \times |-\frac{17}{4}| = \frac{17\sqrt{2}}{4},$$

故答案为: $\frac{17\sqrt{2}}{4}$.

【点评】 本题考查二次函数图象性质, 图形关于直线 $y=x$ 对称的性质, 正确记忆相关知识点是解题关键.

三、解答题

15. **【分析】** 根据题意设抛物线解析式为: $y = a(x-1)^2 + 5$, 再将题目中数据代入求解即可.

【解答】 解: 由题意设抛物线解析式为: $y = a(x-1)^2 + 5$,

$\therefore$ 当自变量 $x = -1$ 时, 对应的函数值为 -3 ,

$$\therefore a(-1-1)^2 + 5 = -3,$$

解得 $a = -2$,

$$\therefore y = -2(x-1)^2 + 5.$$

【点评】 本题考查了抛物线的顶点式以及求抛物线的解析式, 能够根据题意设顶点式是解题的关键.

16. **【分析】** (1) 先把 $y = -x^2 + 4x + 3$ 化为顶点式, 即可得出顶点坐标;

(2) 先分别算出当 $x=1$, $x=0$, $x=3$, $x=4$ 时, 所对应的函数值, 再描点, 连线, 即可作答.

【解答】 解: (1) 抛物线 $y = -x^2 + 4x + 3$ 化为顶点式可得:

$$y = -x^2 + 4x + 3 = -(x^2 - 4x + 4) + 7 = -(x-2)^2 + 7,$$



∴顶点坐标为 (2, 7);

(2) 由 (1) 得二次函数的顶点坐标为 (2, 7),

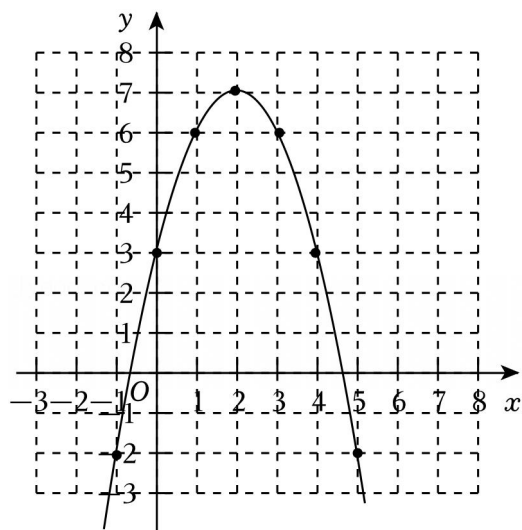
令 $x=1$, 则 $y=-1^2+4\times 1+3=6$;

令 $x=0$, 则 $y=-0^2+4\times 0+3=3$;

令 $x=3$, 则 $y=-3^2+4\times 3+3=6$;

令 $x=4$, 则 $y=-4^2+4\times 4+3=3$;

即在平面直角坐标系中标出 (0, 3), (1, 6), (2, 7), (3, 6), (4, 3), 再依次连接, 如图所示:



【点评】 本题考查了二次函数的图象性质, 化为顶点式, 画二次函数的图象, 正确掌握相关性质内容是解题的关键.

17. **【分析】** (1) 先整理 $\Delta = (-2k)^2 - 4 \times 1 \times [-(2k+1)] = 4(k+1)^2$, 结合无论 k 为何值时, $(k+1)^2 \geq 0$, 即可证明无论 k 为何值时, 该二次函数的图象与 x 轴都有交点;

(2) 整理得 $y = x^2 - 2kx - (2k+1)$ 的对称轴为直线 $x = -\frac{-2k}{2 \times 1} = k$, 结合对称轴为直线 $x=1$, 得出 $k=1$, 再代入 $y = x^2 - 2kx - (2k+1)$, 得 $y = x^2 - 2x - 3$, 然后令 $y=0$, 则 $x^2 - 2x - 3 = 0$, 最后解得 $x_1=3$, $x_2=-1$, 即可作答.

【解答】 解: (1) $\because y = x^2 - 2kx - (2k+1)$,

$$\therefore \Delta = (-2k)^2 - 4 \times 1 \times [-(2k+1)]$$

$$= 4k^2 + 8k + 4$$

$$= 4(k^2 + 2k + 1)$$

$$= 4(k+1)^2,$$



$$\therefore \Delta = 4(k+1)^2 \geq 0,$$

即无论 k 为何值时, 该二次函数的图象与 x 轴都有交点.

$$(2) \because y = x^2 - 2kx - (2k+1),$$

$$\therefore \text{对称轴为直线 } x = -\frac{-2k}{2 \times 1} = k,$$

$\therefore$ 该二次函数 $y = x^2 - 2kx - (2k+1)$ 图象的对称轴为直线 $x=1$,

$$\therefore k=1,$$

$$\text{即 } y = x^2 - 2 \times 1 \times x - (2 \times 1 + 1) = x^2 - 2x - 3,$$

依题意, 令 $y=0$, 则 $x^2 - 2x - 3=0$,

$$\therefore (x-3)(x+1)=0,$$

解得 $x_1=3, x_2=-1$,

$\therefore$ 它与 x 轴的交点坐标分别为 $(3, 0), (-1, 0)$.

【点评】 本题考查了二次函数的图象性质, 二次函数与 x 轴的交点问题, 二次函数与 x 轴的交点坐标, 正确掌握相关性质内容是解题的关键.

18. **【分析】** (1) 将表中数据代入 $y=ax^2+bx+c$ 建立方程组求解即可;

(2) 根据二次函数的对称性找到二次函数与 x 轴的另一交点, 再结合图象即可.

$$\text{【解答】解: (1) 由题意得: } \begin{cases} c=-6 \\ a+b+c=-4 \\ 4a+2b+c=0 \end{cases}$$

$$\text{解得 } \begin{cases} a=1 \\ b=1 \\ c=-6 \end{cases}$$

$$\therefore y = x^2 + x - 6;$$

(2) 不等式 $ax^2+bx+c < 0$ 的解集为 $-3 < x < 2$.

由图表可知: 当 $x=2$ 时, $y=0$; 当 $x=-3$ 时, $y=0$; 且抛物线开口向上,

$\therefore$ 不等式 $ax^2+bx+c < 0$ 的解集为 $-3 < x < 2$.

【点评】 本题考查了待定系数法求二次函数解析式, 二次函数与不等式等知识点, 看懂图表是解题的关键.

19. **【分析】** (1) 直接利用表格得出 y 与 x 之间的函数关系为反比例函数, 进而求出函数解析式;

(2) 利用 (售价 - 进价) $\times$ 销量 = 800, 列方程求解并验证, 即可得到答案.

【解答】 解: (1) 观察表格可知, 售价 x 与日销量 y 的乘积为定值 1200,



设 y 与 x 之间的函数解析式为 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$,

$\because$ 当 $x=3$ 时, $y=400$,

$\therefore k=1200$,

$\therefore y = \frac{1200}{x}$,

把其余各组对应值代入上式均成立,

故 y 与 x 之间的函数表达式为 $y = \frac{1200}{x}$;

(2) 能达到 800 元, 理由如下:

$\therefore (x-3) \cdot \frac{1200}{x} = 800$,

$\therefore x=9$,

经检验, $x=9$ 是原方程的解, 并且符合题意.

答: 当售价为 9 元/kg 时, 该超市销售草莓的日利润为 800 元.

【点评】 本题考查了反比例函数的应用以及分式方程的应用, 正确得出反比例函数解析式是解题关键.

20. **【分析】** (1) 根据题意设出 y 关于 x 的函数表达式, 再用待定系数法求函数表达式即可;

(2) 根据该同学此次投掷实心球的成绩就是实心球落地时的水平距离, 令 $y=0$, 解方程即可求解.

【解答】 解: (1) $\because$ 当水平距离为 5m 时, 实心球行进至最高点 4m 处,

$\therefore$ 设 $y=a(x-5)^2+4$,

$\because y=a(x-5)^2+4$ 经过 $(0, 2)$,

$\therefore a \times (0-5)^2+4=2$,

解得 $a=-\frac{2}{25}$,

$\therefore y=-\frac{2}{25}(x-5)^2+4=-\frac{2}{25}x^2+\frac{4}{5}x+2$,

$\therefore y$ 关于 x 的函数表达式为 $y=-\frac{2}{25}x^2+\frac{4}{5}x+2$;

(2) 该男生在此项考试中不是满分, 理由如下:

当 $y=0$ 时, $-\frac{2}{25}x^2+\frac{4}{5}x+2=0$,

即 $x^2-10x-25=0$,

解得 $x_1=5+5\sqrt{2}$, $x_2=5-5\sqrt{2}<0$ (不合题意, 舍去),



$$\because 5 + 5\sqrt{2} \approx 12.07 < 12.4,$$

$\therefore$ 该男生在此项考试中不是满分.

【点评】 本题考查二次函数的应用, 掌握二次函数的应用是解题的关键.

21. **【分析】** (1) 令 $x=y$, 得到一元二次方程, 利用因式分解的方法求解即可;

(2) 令 $x=y$, 则可得方程 $x=x^2-x+m$, 化为一般形式, 根据题意可知判别式等于零, 求解即可;

(3) 令 $x=y$, 则可得方程 $kx^2 - (4k+2)x + 3k+3 = 0$, 利用公式法求出 $x = \frac{2k+1 \pm \sqrt{k^2+k+1}}{k}$, 根据两个和谐点都是整数点, 即可求出 $k = -1$.

【解答】 解: (1) 根据题意, 当 $x=y$ 时, $x = \frac{3}{x} - 2$,

$$\text{整理得: } x^2 + 2x - 3 = 0,$$

$$\therefore (x-1)(x+3) = 0,$$

$$\therefore x_1 = 1, x_2 = -3,$$

则它的和谐点坐标为 $(1, 1), (-3, -3)$,

故答案为: $(1, 1), (-3, -3)$;

(2) 对于二次函数 $y = x^2 - x + m$, 令 $x=y$, 则可得方程 $x = x^2 - x + m$, 移项化为一元二次方程的一般形式: $x^2 - 2x + m = 0$,

$\because$ 二次函数只有一个和谐点, 所以一元二次方程 $x^2 - 2x + m = 0$ 有且只有一个解, 即判别式 $\Delta = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4m = 0$,

解得 $m = 1$,

所以, 实数 m 的值为 1;

(3) 对于二次函数 $y = kx^2 - (4k+1)x + 3k+3$,

令 $x=y$, 则可得方程 $x = kx^2 - (4k+1)x + 3k+3$,

移项化为一元二次方程的一般形式: $kx^2 - (4k+2)x + 3k+3 = 0$,

对 $kx^2 - (4k+2)x + 3k+3 = 0$, $a = k$, $b = -(4k+2)$, $c = 3k+3$,

$$\therefore \Delta = [-(4k+2)]^2 - 4k(3k+3) = 4(k^2+k+1),$$

$$\therefore x = \frac{4k+2 \pm 2\sqrt{k^2+k+1}}{2k} = \frac{2k+1 \pm \sqrt{k^2+k+1}}{k},$$

$\because$ 两个和谐点都是整数点,

$\therefore \sqrt{k^2+k+1}$ 为整数, 且 $k \neq 0$,



$\therefore k = -1$ 时, $x = 0$ 或 2 ,

$\therefore$ 整数 k 的值为 -1 .

【点评】 本题考查了二次函数的应用, 一元二次方程的求解, 一元二次方程根的判别式, 熟练掌握一元二次方程的求解方式为解题关键.

22. **【分析】** 任务 1: 理解题意, 设 $y = kx + b$ ($k \neq 0$), 再把 $(60, 120)$, $(80, 80)$ 分别代入计算, 得 $y = -2x + 240$, 根据每千克成本为 60 元, 茶叶的日销售利润为 w 元, 进行列式得 $w = (x - 60)(-2x + 240)$, 即可作答.

任务 2: 根据该茶叶的日销量不低于 80 千克, 每千克成本为 60 元, 规定每千克售价需超过成本, 得出 $60 < x \leq 80$, 由 $w = -2x^2 + 360x - 14400 = -2(x - 90)^2 + 1800$, 运用二次函数的图象性质进行分析, 即可作答.

任务 3: 根据公司想获得不低于 1000 元的日利润, 令 $-2(x - 90)^2 + 1800 = 1000$, 解得 $x_1 = 110$, $x_2 = 70$, 运用二次函数的图象性质进行分析, 即可作答.

【解答】 解: 任务 1: 设 $y = kx + b$ ($k \neq 0$),

由题意可得:
$$\begin{cases} 60k + b = 120 \\ 80k + b = 80 \end{cases},$$

解得
$$\begin{cases} k = -2 \\ b = 240 \end{cases},$$

$\therefore y = -2x + 240$,

$\therefore$ 每千克成本为 60 元,

$\therefore w = (x - 60)(-2x + 240)$

$= -2x^2 + 240x + 120x - 14400$

$= -2x^2 + 360x - 14400$;

任务 2: 由题意可得: $-2x + 240 \geq 80$,

解得 $x \leq 80$.

$\therefore$ 每千克成本为 60 元, 规定每千克售价需超过成本,

又 $x - 60 > 0$,

得 $x > 60$,

$\therefore 60 < x \leq 80$,

由任务 1 得出 $w = -2x^2 + 360x - 14400 = -2(x - 90)^2 + 1800$,

$\therefore a = -2 < 0$,

$\therefore$ 开口方向向下, 对称轴为直线 $x = 90$,



当 $x \leq 90$ 时, w 随 x 的增大而增大,

$\therefore 60 < x \leq 80$,

$\therefore$ 当 $x = 80$ 时, $w_{\text{最大值}} = -2 \times 100 + 1800 = 1600$.

答: 当售价为 80 元时, 每天获利最大, 最大利润为 1600 元;

任务 3: 依题意, 令 $-2(x - 90)^2 + 1800 = 1000$,

解得 $x_1 = 110$, $x_2 = 70$.

$\therefore w = -2(x - 90)^2 + 1800$, 且 $a = -2 < 0$,

当 $w \geq 1000$ 时, $70 \leq x \leq 110$,

$\therefore$ 售价不高于 100 元,

$\therefore$ 售价范围为 $70 \leq x \leq 100$.

【点评】 本题考查了一次函数的应用, 二次函数的应用, 求一次函数的解析式, 求二次函数的解析式, 二次函数的图象性质, 一元一次不等式的应用, 难度较大, 综合性较强, 正确掌握相关性质内容是解题的关键.

23. **【分析】** (1) 结合题意, 设抛物线的表达式为 $y = a(x - 1)^2 + 4$, 根据 $OC = 3$, 得出 $C(0, 3)$, 再代入 $y = a(x - 1)^2 + 4$, 进行计算, 即可作答.

(2) 先求出 $A(-1, 0)$, $B(3, 0)$, 再运用勾股定理求出 $CD^2 = 2$, $CB^2 = 18$, $DB^2 = 20$, 因为 $CD^2 + CB^2 = DB^2$, 则 $\triangle BCD$ 是直角三角形;

(3) 先作图, 再设 $E(n, -n^2 + 2n + 3)$, 由 (2) 得 $B(3, 0)$, 运用待定系数法求出 BC 的解析式 $y = -x + 3$, 故 $F(n, -n + 3)$, 整理得 $EF = -n^2 + 3n$, 把数值代入 $S_{\triangle BCE} = S_{\triangle FCE} + S_{\triangle FBE} = \frac{1}{2} \times EF \times OH + \frac{1}{2} \times EF \times HB$, 进行计算, 得 $S_{\triangle BCE} = -\frac{3}{2}n^2 + \frac{9}{2}n$, 然后结合二次函数的图象性质进行分析, 即可作答.

【解答】 解: (1) $\therefore$ 抛物线的顶点为 D , 其坐标为 $(1, 4)$,

$\therefore$ 设抛物线的表达式为 $y = a(x - 1)^2 + 4$,

$\therefore$ 抛物线交 y 轴于点 C , 且 $OC = 3$.

$\therefore C(0, 3)$,

把 $C(0, 3)$ 代入 $y = a(x - 1)^2 + 4$, 得 $3 = a \times (0 - 1)^2 + 4$,

解得 $a = -1$,

$\therefore y = -(x - 1)^2 + 4$;

(2) $\triangle BCD$ 是直角三角形, 过程如下:



由 (1) 得 $y = -(x-1)^2 + 4$,

$\because$ 抛物线交 x 轴于 A, B 两点,

$\therefore$ 令 $y=0$, 则 $0 = -(x-1)^2 + 4$,

$\therefore (x-1)^2 = 4$,

解得 $x-1 = \pm 2$,

解得 $x_1 = 3, x_2 = -1$,

结合函数图象得 $A(-1, 0), B(3, 0)$,

由 (1) 得 $C(0, 3)$,

$\therefore D(1, 4)$,

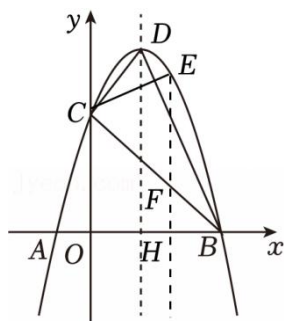
$\therefore CD^2 = (1-0)^2 + (4-3)^2 = 2, CB^2 = (3-0)^2 + (3-0)^2 = 18, DB^2 = (3-1)^2 + (4-0)^2 = 20$,

$\therefore 2+18=20$,

即 $CD^2 + CB^2 = DB^2$,

$\therefore \triangle BCD$ 是直角三角形;

(3) 依题意, 过点 E 作 $EH \perp x$ 轴, 且交 BC 于点 F , 如图所示:



由 (1) 得 $y = -(x-1)^2 + 4, C(0, 3)$,

则 $y = -x^2 + 2x - 1 + 4 = -x^2 + 2x + 3$

$\because$ 点 E 是第一象限内抛物线上的动点,

设 $E(n, -n^2 + 2n + 3)$,

由 (2) 得 $B(3, 0)$,

设 BC 的解析式为 $y = kx + b (k \neq 0)$

则把 $B(3, 0), C(0, 3)$ 分别代入 $y = kx + b$,

得 $\begin{cases} 0 = 3k + b \\ 3 = b \end{cases}$,

解得 $\begin{cases} k = -1 \\ b = 3 \end{cases}$,



$$\therefore y = -x + 3;$$

故 $F(n, -n+3)$,

$$\therefore EF = -n^2 + 2n + 3 - (-n + 3) = -n^2 + 3n,$$

$$\therefore S_{\triangle BCE} = S_{\triangle FCE} + S_{\triangle FBE}$$

$$= \frac{1}{2} \times EF \times OH + \frac{1}{2} \times EF \times HB$$

$$= \frac{1}{2} \times EF \times (OH + HB)$$

$$= \frac{1}{2} \times (-n^2 + 3n) \times 3$$

$$= -\frac{3}{2}n^2 + \frac{9}{2}n,$$

$$\because -\frac{3}{2} < 0,$$

$\therefore$ 开口向下, 在 $n = -\frac{\frac{9}{2}}{2 \times (-\frac{3}{2})} = \frac{3}{2}$ 时, $S_{\triangle BCE}$ 有最大值,

$$\therefore S_{\triangle BCE} = -\frac{3}{2} \times \left(\frac{3}{2}\right)^2 + \frac{9}{2} \times \frac{3}{2} = \frac{27}{8}.$$

【点评】 本题考查了二次函数的图象性质, 二次函数的面积综合, 一次函数的解析式, 二次函数的解析式, 勾股逆定理, 两点间的距离公式, 正确掌握相关性质内容是解题的关键.