



切线长定理基础训练

一、选择题

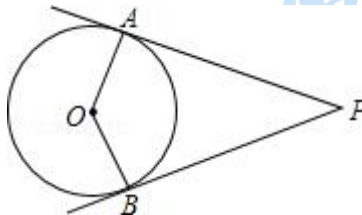
1. 下列说法中，不正确的是（ ）

- A. 三角形的内心是三角形三条内角平分线的交点
- B. 锐角三角形、直角三角形、钝角三角形的内心都在三角形内部
- C. 垂直于半径的直线是圆的切线
- D. 三角形的内心到三角形的三边的距离相等

2. $\triangle ABC$ 的三边长分别为 a 、 b 、 c ，它的内切圆的半径为 r ，则 $\triangle ABC$ 的面积为（ ）

- A. $\frac{1}{2}(a+b+c)r$
- B. $2(a+b+c)$
- C. $\frac{1}{3}(a+b+c)r$
- D. $(a+b+c)r$

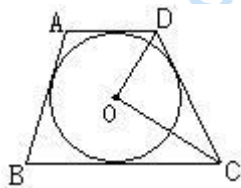
3. 如图，点 P 在 $\odot O$ 外， PA 、 PB 分别与 $\odot O$ 相切于 A 、 B 两点， $\angle P=50^\circ$ ，则 $\angle AOB$ 等于（ ）



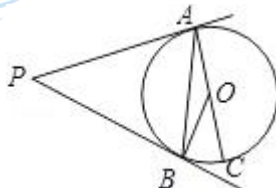
- A. 150°
- B. 130°
- C. 155°
- D. 135°

4. 如图所示， $\odot O$ 的外切梯形 $ABCD$ 中，如果 $AD \parallel BC$ ，那么 $\angle DOC$ 的度数为（ ）

- A. 70°
- B. 90°
- C. 60°
- D. 45°



第 4 题图

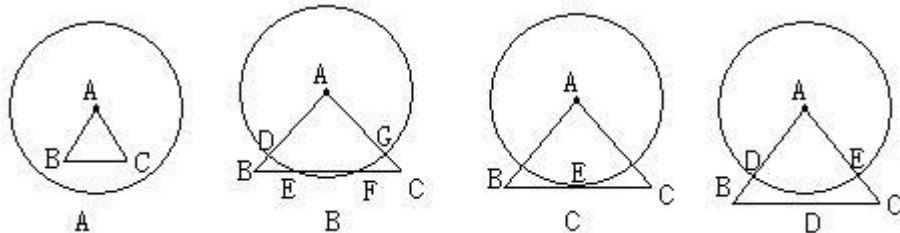


第 5 题图

5. 如图， PA 、 PB 分别是 $\odot O$ 的切线， A 、 B 为切点， AC 是 $\odot O$ 的直径，已知 $\angle BAC=35^\circ$ ， $\angle P$ 的度数为（ ）

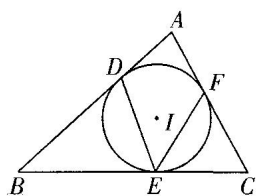
- A. 35°
- B. 45°
- C. 65°
- D. 70°

6. 已知如图所示，等边 $\triangle ABC$ 的边长为 $2\sqrt{3}$ cm，下列以 A 为圆心的各圆中，半径是 3cm 的圆是（ ）

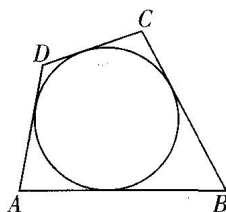


二、填空题

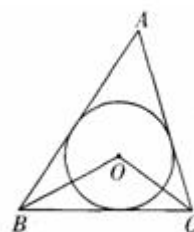
7. 如图， $\odot I$ 是 $\triangle ABC$ 的内切圆，切点分别为点 D、E、F，若 $\angle DEF = 52^\circ$ ，则 $\angle A$ 的度为_____.



第 7 题图



第 8 题图

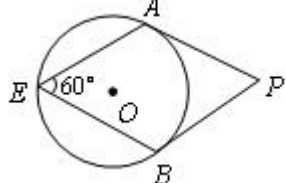


第 9 题图

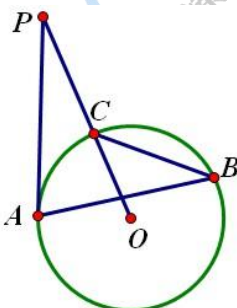
8. 如图，一圆内切于四边形 ABCD，且 $AB = 16$ ， $CD = 10$ ，则四边形 ABCD 的周长为_____.

9. 如图，已知 $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的内切圆， $\angle BAC = 50^\circ$ ，则 $\angle BOC$ 为_____度.

10. 如图， PA 、 PB 分别切 $\odot O$ 于点 A、B，点 E 是 $\odot O$ 上一点，且 $\angle AEB = 60^\circ$ ，则 $\angle P =$ _____度.



第 10 题图



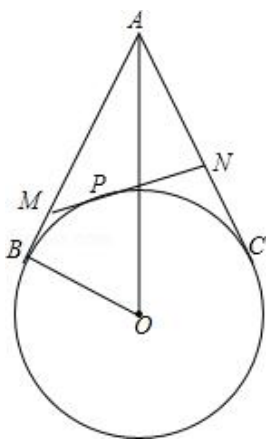
第 11 题图

11. 如图， PA 与 $\odot O$ 相切，切点为 A， PO 交 $\odot O$ 于点 C，点 B 是优弧 CBA 上一点，若 $\angle ABC = 32^\circ$ ，则 $\angle P$ 的度数为_____.

12. 已知点 P 是半径为 1 的 $\odot O$ 外一点， PA 切 $\odot O$ 于点 A，且 $PA = 1$ ，AB 是 $\odot O$ 的弦， $AB = \sqrt{2}$ ，连接 PB，则 $PB =$ _____.

三、解答题

13. 已知，如图，A 是 $\odot O$ 外一点，AB，AC 分别与 $\odot O$ 相切于点 B，C，P 是 BC 上任意一点，过点 P 作 $\odot O$ 的切线，交 AB 于点 M，交 AC 于点 N，设 $AO = d$ ， $BO = r$ 。求证： $\triangle AMN$ 的周长是一个定值，并求出这个定值。

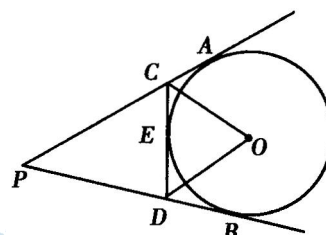




14. 已知：如图，PA，PB，DC 分别切 $\odot O$ 于 A，B，E 点.

(1) 若 $\angle P=40^\circ$ ，求 $\angle COD$;

(2) 若 $PA=10\text{cm}$ ，求 $\triangle PCD$ 的周长.

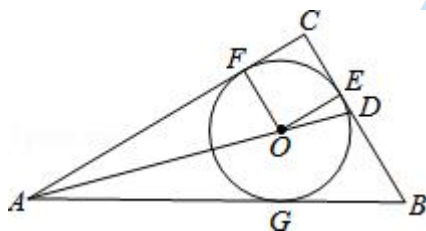


15. 如图， $\angle C=90^\circ$ ， $\odot O$ 是 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的内切圆，分别切 BC，AC，AB 于点 E，F，G，连接 OE，OF. AO 的延长线交 BC 于点 D， $AC=6$ ， $CD=2$.

(1) 求证：四边形 OECF 为正方形;

(2) 求 $\odot O$ 的半径;

(3) 求 AB 的长.





切线长定理基础训练

一、选择题

1. 【答案】C.

【解析】经过半径的外端，并且垂直于这条半径的直线是圆的切线.

2. 【答案】A.

【解析】连结内心与三个顶点，则 $\triangle ABC$ 的面积等于三个三角形的面积之和，所以 $\triangle ABC$ 的面积

$$\text{为 } \frac{1}{2} a \cdot r + \frac{1}{2} b \cdot r + \frac{1}{2} c \cdot r = \frac{1}{2} (a+b+c) r.$$

3. 【答案】B;

【解析】 $\because$ PA、PB 是 $\odot O$ 的切线，

$$\therefore PA \perp OA, PB \perp OB,$$

$$\therefore \angle PAO = \angle PBO = 90^\circ,$$

$$\because \angle P = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle AOB = 130^\circ.$$

故选 B.

4. 【答案】B;

【解析】由 $AD \parallel BC$ ，得 $\angle ADC + \angle BCD = 180^\circ$ ，又 AD、DC、BC 与 $\odot O$ 相切，

$$\text{所以 } \angle ODC = \frac{1}{2} \angle ADC, \angle OCD = \frac{1}{2} \angle BCD, \text{ 所以 } \angle ODC + \angle OCD = \frac{1}{2} \times 180^\circ = 90^\circ, \text{ 所以 } \angle DOC = 90^\circ.$$

故选 B.

5. 【答案】D;

【解析】根据切线的性质定理得 $\angle PAC = 90^\circ$ ， $\therefore \angle PAB = 90^\circ - \angle BAC = 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$. 根据切线长定理得 $PA = PB$ ，所以 $\angle PBA = \angle PAB = 55^\circ$ ，所以 $\angle P = 70^\circ$.

6. 【答案】C;

【解析】易求等边 $\triangle ABC$ 的高为 3cm 等于圆的半径，所以圆 A 与 BC 相切，故选 C.

二、填空题

7. 【答案】 76° ;

【解析】连接 ID, IF $\because \angle DEF = 52^\circ$, $\therefore \angle DIF = 104^\circ$,



$\because D, F$ 是切点, $\therefore DI \perp AB, IF \perp AC$,

$\therefore \angle ADI = \angle AFI = 90^\circ$, $\therefore \angle A = 180^\circ - 104^\circ = 76^\circ$.

8. 【答案】52;

【解析】提示: $AB + CD = AD + BC$.

9. 【答案】 115° ;

【解析】 $\because \angle A = 50^\circ \therefore \angle ABC + \angle ACB = 130^\circ$,

$\because OB, OC$ 分别平分 $\angle ABC, \angle ACB$, $\therefore \angle OBC + \angle OCB = 65^\circ$,

$\therefore \angle BOC = 180^\circ - 65^\circ = 115^\circ$.

10. 【答案】 60° ;

【解析】连结 OA, OB , 则 $\angle AOB = 120^\circ$, 在四边形 $OAPB$ 中, $\angle P = 360^\circ - 90^\circ - 90^\circ - 120^\circ = 60^\circ$.

11. 【答案】 26° ;

【解析】连结 OA , 则 $\angle AOC = 64^\circ$, $\angle P = 90^\circ - 64^\circ = 26^\circ$.

12. 【答案】1 或 $\sqrt{5}$.

【解析】连接 OA ,

(1) 如图 1, 连接 OA ,

$\because PA = AO = 1, OA = OB$, PA 是 $\odot$ 的切线,

$\therefore \angle AOP = 45^\circ \because OA = OB$,

$\therefore \angle BOP = \angle AOP = 45^\circ$,

在 $\triangle POA$ 与 $\triangle POB$ 中, $\begin{cases} OA = OB \\ \angle AOP = \angle BOP \\ OP = OP \end{cases}$

$\therefore \triangle POA \cong \triangle POB$,

$\therefore PB = PA = 1$;

(2) 如图 2, 连接 OA , 与 PB 交于 C ,

$\because PA$ 是 $\odot O$ 的切线,

$\therefore OA \perp PA$,

而 $PA = AO = 1$

$\therefore OP = \sqrt{2}$;

$\because AB = \sqrt{2}$,

而 $OA = OB = 1$,

$\therefore AO \perp BO$,

$\therefore$ 四边形 $PABO$ 是平行四边形,

$\therefore PB, AO$ 互相平分;

设 AO 交 PB 与点 C ,

即 $OC = \frac{1}{2}$,

$\therefore BC = \frac{\sqrt{5}}{2}$,

$\therefore PB = \sqrt{5}$.

故答案为: 1 或 $\sqrt{5}$.

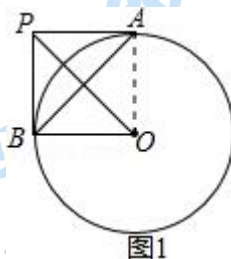


图1

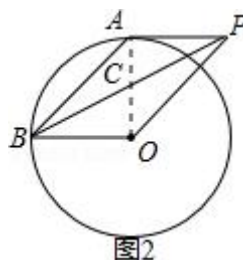


图2



三、解答题

13. 【答案与解析】

解：∵AB, AC 分别与⊙O 相切，

∴OB⊥AB，

∴AO=d, BO=r,

$$\therefore AB = \sqrt{AO^2 - OB^2} = \sqrt{d^2 - r^2},$$

∵MN 切圆 O 于点 P，

∴MP=MB, NP=NC,

$$\therefore \triangle AMN \text{ 的周长} = AM + AN + MN = AM + PM + PN + AN = AM + BM + AN + PN = AB + AC = 2AB = 2\sqrt{d^2 - r^2},$$

∴△AMN 的周长是一个定值，这个定值为 $2\sqrt{d^2 - r^2}$.

14. 【答案与解析】

(1) ∵PA, PB, DC 分别切圆 O 于 A, B, E 点

∴OC 与 OD 就是△PCD 的两个外角的平分线

$$\therefore \angle COD = 90^\circ - \frac{1}{2} \angle P = 90^\circ - 20^\circ = 70^\circ$$

(2) ∵PA 与 PB 分别切⊙O 于 A、B 两点，CD 切⊙O 于 E，

∴PA=PB=10cm, CA=CE, DE=DB,

∴△PCD 的周长=PD+DE+EC+PC=PD+DB+CA+PC=PA+PB=20cm. 故答案为 20 cm.

15. 【答案与解析】

(1) 证明：∵⊙O 是 Rt△ABC 的内切圆，分别切 BC, AC, AB 于点 E, F, G，

∴∠C=∠CFO=∠CEO=90°，

∴四边形 CFOE 是矩形，

∴OF=OE，

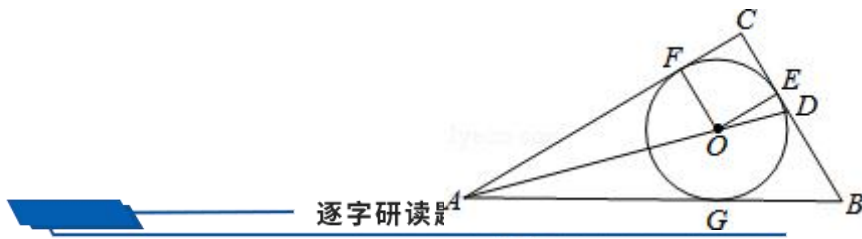
∴四边形 OECF 为正方形；

(2) 解：由题意可得：EO∥AC，

∴△DEO∽△DCA，

$$\therefore \frac{DE}{CD} = \frac{EO}{AC},$$

设⊙O 的半径为 x，





则 $\frac{2-x}{2} = \frac{x}{6}$,

解得: $x=1.5$,

故 $\odot O$ 的半径为 1.5;

(3) 解: $\because \odot O$ 的半径为 1.5, $AC=6$,

$$\therefore CF=1.5, AF=4.5$$

$$\therefore AG=4.5,$$

设 $BG=BE=y$,

$\therefore$ 在 $Rt\triangle ACB$ 中

$$AC^2 + BC^2 = AB^2,$$

$$\therefore 6^2 + (y+1.5)^2 = (4.5+y)^2,$$

解得: $y=3$,

$$\therefore AB=AG+BG=4.5+3=7.5.$$

