



华师版九上数学月考卷（四）

一、选择题

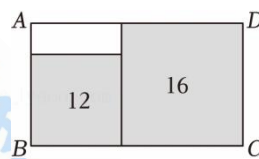
- 使式子 $\sqrt{x+2}$ 有意义的 x 的取值范围是（ ）
A. $x \leq -2$ B. $x < 2$ C. $x \geq -2$ D. $x < -2$
- 下列根式中，是最简二次根式的是（ ）
A. $\sqrt{\frac{1}{2}}$ B. $\sqrt{4}$ C. $\sqrt{m^2}$ D. $\sqrt{a^2 + b^2}$
- 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 4x + m = 0$ 有一个根为 1，则 m 的值为（ ）
A. 2 B. 3 C. 4 D. 5
- 下列运算正确的是（ ）
A. $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{5}$ B. $\sqrt{2} - \sqrt{8} = -\sqrt{2}$
C. $(\sqrt{3} + 2)(\sqrt{3} - 2) = 1$ D. $(\sqrt{6} + \sqrt{2}) \div \sqrt{2} = \sqrt{3}$
- 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2x + m = 0$ 有实数根，则 m 的值可能是（ ）
A. 4 B. 3 C. -2 D. 2
- 若 $\sqrt{24a}$ 是正整数，则 a 可能的值为（ ）
A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. 6 D. 8
- “我运动，我健康，我快乐！”随着人们对身心健康的关注度越来越高，某市参加健身运动的人数逐年增多，从 2022 年的 16 万人增加到 2024 年的 25 万人。设该市参加健身运动的人数的年平均增长率为 x ，则 x 满足的方程是（ ）
A. $16(1+2x)^2 = 25$ B. $16(1+x)^2 = 25$
C. $16(1+x^2) = 25$ D. $16(1+2x) = 25$



8. 已知 a, b, c 为一个等腰三角形的三条边长, 且 a, b 满足 $b = \sqrt{a-2} + \sqrt{2-a} + 5$, 则此等腰三角形的周长为 ()

- A. 12 B. 9 C. 12 或 9 D. 无法计算

9. 在学校的手工课上, 同学们正在用矩形卡纸进行创作. 如图, 小明拿到了一张矩形卡纸 $ABCD$, 他准备在这张卡纸上无重叠地放入两张正方形纸片, 用来装饰作品. 已知其中一张正方形纸片的面积是 16cm^2 , 另一张正方形纸片的面积是 12cm^2 . 在放置好这两张正方形纸片后, 矩形卡纸上会留下空白部分, 则空白部分的面积为 ()



- A. $(8\sqrt{3} - 12)\text{cm}^2$ B. $(4 - 2\sqrt{3})\text{cm}^2$
C. $(8 - 4\sqrt{3})\text{cm}^2$ D. $(16 - 8\sqrt{3})\text{cm}^2$

10. 已知 a 是方程 $x^2 - 2025x + 1 = 0$ 的一个根, 则代数式 $a^2 - 2024a + \frac{2025}{a^2 + 1}$ 的值为 ()

- A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2025}$ C. -2025 D. 2024

二、填空题

11. 若 $a < 1$, 则 $\sqrt{(a-1)^2} = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. 如果方程 $x^2 + 4x + n = 0$ 可以配方成 $(x+2)^2 = 1$, 那么 $n = \underline{\hspace{2cm}}$.

13. 关于 x 的方程 $(m-1)x^{m^2+1} - 3x + 2 = 0$ 是一元二次方程, 则 m 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

14. 2026 年 7 月 1 日是建党 105 周年纪念日, 在该月日历表上可以用一个方框圈出 4 个数 (如图示), 若方框圈出的四个数中, 最小的数与最大的数的乘积为 84, 则该方框圈出的最小的数为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

2026年07月						
一	二	三	四	五	六	日
29	30	1	2	3	4	5
十五	十六	建党节	十八	十九	二十	廿一
6	7	8	9	10	11	12
廿二	廿三	廿四	廿五	廿六	廿七	廿八
13	14	15	16	17	18	19
廿九	初一	初二	初三	初四	初五	初六
20	21	22	23	24	25	26
初七	初八	初九	大暑	十一	中秋	十三
27	28	29	30	31		
十四	十五	十六	十七	十八		



15. 定义新运算: $a \otimes b = \begin{cases} a^2 - b (a \leq 0) \\ -a + b^2 (a > 0) \end{cases}$, 例如: $-2 \otimes 4 = (-2)^2 - 4 = 0$, $2 \otimes 3 = -2 + 3^2 = 7$, 若 $x \otimes 1 = -\frac{8}{9}$, 则 x 的值为_____.

三、解答题

16. (1) 计算: $\sqrt{12} - 3\sqrt{\frac{1}{3}} + (\sqrt{2} - \sqrt{3})(\sqrt{2} + \sqrt{3})$.

(2) 解方程: $(x+1)^2 = 3(x+1)$.

17. 化简, 求值: $(\frac{3}{a-2} + 1) \div \frac{a+1}{a^2-4}$, 其中 a 是方程 $x^2 + 4x - 1 = 0$ 的一个正数解.

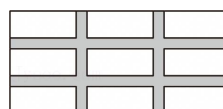


18. 已知关于 x 的一元二次方程 $(a+c)x^2+2bx+(a-c)=0$ ，其中 a 、 b 、 c 分别为 $\triangle ABC$ 三边的长.

- (1) 如果 $x = -1$ 是方程的根，试判断 $\triangle ABC$ 的形状，并说明理由；
- (2) 如果方程有两个相等的实数根，试判断 $\triangle ABC$ 的形状，并说明理由.

19. 某学校计划在校园内设计一块劳动实践基地，该基地为长 $100m$ 、宽 $50m$ 的矩形空地. 按照规划设计，需要在基地里面修筑四条宽度相等的小路（如图）.

- (1) 若余下的部分全部种上花卉，且种植花卉的面积是 $3600m^2$ ，求小路的宽.
- (2) 若还按规划设计要求，劳动实践小组想增加种植面积，且小路的宽度不能低于 $2m$ ，则种植花卉的面积能否增加到 $4500m^2$ ？若能，请求出小路的宽；若不能，请说明理由.





20. 若一个含根号的式子 $a + b\sqrt{x}$ 可以写成 $m + n\sqrt{x}$ 的平方（其中 a, b, m, n 都是整数， x 为正整数），即 $a + b\sqrt{x} = (m + n\sqrt{x})^2$ ，则称 $a + b\sqrt{x}$ 为完美根式， $m + n\sqrt{x}$ 是 $a + b\sqrt{x}$ 的完美平方根。例如：因为 $19 - 6\sqrt{2} = (1 - 3\sqrt{2})^2$ ，所以 $1 - 3\sqrt{2}$ 是 $19 - 6\sqrt{2}$ 的完美平方根。

(1) 已知 $3\sqrt{3} - 1$ 是 $a - 6\sqrt{3}$ 的完美平方根，求 a 的值。

(2) 已知 $4 - 5\sqrt{2}$ 是一个根式的完美平方根，求这个根式。

21. 在数学课外学习活动中，小明遇到一道题：已知 $a = \frac{1}{2+\sqrt{3}}$ ，求 $2a^2 - 8a + 1$ 的值。

小明是这样解答的：

$$\because a = \frac{1}{2+\sqrt{3}} = \frac{2-\sqrt{3}}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})} = 2 - \sqrt{3},$$

$$\therefore a - 2 = -\sqrt{3},$$

$$\therefore (a - 2)^2 = 3, \text{ 即 } a^2 - 4a + 4 = 3,$$

$$\therefore a^2 - 4a = -1,$$

$$\therefore 2a^2 - 8a + 1 = 2(a^2 - 4a) + 1 = -1.$$

请你根据小明的解题过程，解答以下问题。

(1) 化简： $\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} = \underline{\hspace{2cm}} .$

(2) 若 $a = \frac{1}{\sqrt{2}+1}$ ，求 $3a^2 + 6a + 2$ 的值。



22. 孟津梨是河南省洛阳市孟津区的特色产品，有着非常悠久的历史。为了助力乡村振兴，支持惠农富农，某校综合与实践活动小组针对超市每千克孟津梨的销售价格与日销售量开展项目式学习活动。请你参与活动，并与他们共同完成该项目任务。

【项目主题】商品销售策略的制定

【项目问题】某超市负责人欲购进一批进价为 8 元/千克的孟津梨，请你运用所学数学知识，根据市场情况和该超市负责人的要求，帮助他制定孟津梨的销售策略。

【项目任务】

任务一：市场调查

调查附近 A, B, C, D, E 五家超市近期孟津梨的销售价格 x （元/千克）和日销售量 y （千克）的情况，记录如下表：

五家超市	A	B	C	D	E
销售价格 x /（元/千克）	12	11.5	11	10.5	10
日销售量 y /千克	80	85	90	95	100



任务二：模型建立

（1）试求孟津梨的日销售量 y 与销售价格 x 之间的函数关系式。

任务三：问题解决

（2）如果该超市想要每天获得 350 元的利润，同时希望尽快减少库存，那么该超市孟津梨的销售价格应定为多少？



23. (11 分) 综合与实践

问题情境：学校计划利用长和宽分别为 $24dm$ 和 $12dm$ 的长方形铁片裁剪焊接成两个无盖的长方体铁箱用于存储备用实验材料，明明和亮亮设计了两种不同的裁剪焊接方案.

明明的方案：如图 1，先将铁片分为左右两个全等的正方形，并在分得的每一块正方形的四个直角处剪掉四个小正方形，再分别沿虚线折起来，得到两个同样大小，且底面为正方形的无盖长方体铁箱.

亮亮的方案：如图 2，先将铁片的中间剪掉一块正方形②，再在四个直角处剪掉四个小正方形，最后分别沿着虚线折起来，得到两个同样大小，且底面为长方形的无盖长方体铁箱.

(1) 若明明的方案中剪掉的小正方形的边长为 $\sqrt{3}dm$ ，求裁剪焊接成的铁箱的底面正方形①的面积.

(2) 若亮亮的方案中正方形②的边长为 $6\sqrt{2}dm$ ，求裁剪焊接成的一个无盖长方体铁箱的体积.

(3) 若按这两种方案所制作的无盖长方体铁箱的高都是 $\sqrt{2}dm$ ，请直接写出按谁的方案制作的无盖长方体铁箱的体积更大.

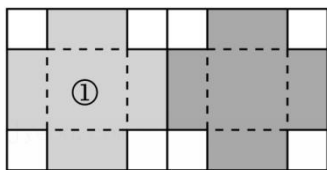


图1

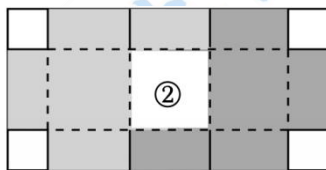


图2



华师版九上数学月考卷（四）

参考答案与试题解析

一、选择题

1. **【分析】** 根据二次根式的意义，被开方数是非负数.

【解答】 解：根据题意得： $x+2 \geq 0$,

解得 $x \geq -2$.

故选：C.

【点评】 本题考查二次根式有意义的条件，比较简单，注意掌握二次根式的意义，被开方数是非负数.

2. **【分析】** 最简二次根式应满足：①被开方数不含有分母，②被开方数中不含能开得尽方的因数或因式，根据最简二次根式的定义逐一判断即可.

【解答】 A、 $\sqrt{\frac{1}{2}}$ 的被开方数含有分母，不是最简二次根式，不符合题意；

B、 $\sqrt{4} = 2$ 不是最简二次根式，不符合题意；

C、 $\sqrt{m^2} = |m|$ ，不是最简二次根式，不符合题意；

D、 $\sqrt{a^2+b^2}$ 符合最简二次根式的定义，是最简二次根式，正确符合题意.

故选：D.

【点评】 本题主要考查最简二次根式的识别，理解最简二次根式的定义是解题关键.

3. **【分析】** 根据一元二次方程解的定义，将 $x=1$ 代入已知方程，求得 m 值；

【解答】 $\because$ 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 4x + m = 0$ 的一个根为 $x=1$,

$$\therefore 1 - 4 + m = 0,$$

解得， $m=3$ ；

故选：B.

【点评】 本题考查了一元二次方程的解：能使一元二次方程左右两边相等的未知数的值是一元二次方程的解. 又因为只含有一个未知数的方程的解也叫做这个方程的根，所以，一元二次方程的解也称为一元二次方程的根.

4. **【分析】** 根据二次根式的加法，减法，乘法，除法法则进行计算，逐一判断即可解答.

【解答】 解：A、 $\sqrt{2}$ 与 $\sqrt{3}$ 不能合并，故 A 不符合题意；

B、 $\sqrt{2} - \sqrt{8} = \sqrt{2} - 2\sqrt{2} = -\sqrt{2}$ ，故 B 符合题意；



C、 $(\sqrt{3}+2)(\sqrt{3}-2)=3-4=-1$ ，故 C 不符合题意；

D、 $(\sqrt{6}+\sqrt{2})\div\sqrt{2}=\sqrt{3}+1$ ，故 D 不符合题意；

故选：B.

【点评】本题考查了二次根式的混合运算，平方差公式，准确熟练地进行计算是解题的关键.

5. 【分析】根据方程有实数根，得到 $\Delta \geq 0$ ，进而求出 m 的取值范围进行判断即可.

【解答】解：由条件可知 $\Delta = (-2)^2 - 4m \geq 0$ ，

$\therefore m \leq 1$ ，

$\therefore m$ 的值可能是 -2；

故选：C.

【点评】本题考查根的判别式，熟练掌握该知识点是关键.

6. 【分析】 $\sqrt{24a} = 2\sqrt{6a}$ ，被开方数为完全平方数时，其值为整数，则 $6a$ 是完全平方数，由此可解.

【解答】解：被开方数为完全平方数时，其值为整数，则 $6a$ 是完全平方数，

$\therefore \sqrt{24a} = 2\sqrt{6a}$ 是正整数，

$\therefore 6a$ 是完全平方数，

A. 当 $a = \frac{1}{2}$ 时， $6a = 6 \times \frac{1}{2} = 3$ ，不是完全平方数，不合题意；

B. 当 $a = \frac{1}{3}$ 时， $6a = 6 \times \frac{1}{3} = 2$ ，不是完全平方数，不合题意；

C. 当 $a = 6$ 时， $6a = 6 \times 6 = 36$ ，是完全平方数，符合题意；

D. 当 $a = 8$ 时， $6a = 6 \times 8 = 48$ ，不是完全平方数，不合题意.

故选：C.

【点评】本题考查二次根式的性质，正确记忆相关知识点是解题关键.

7. 【分析】理解题意，正确列方程即可.

【解答】解：根据题意可得：

$$16(1+x)^2 = 25,$$

故选：B.

【点评】本题考查一元二次方程的应用，理解题意，正确列方程是关键.

8. 【分析】根据二次根式有意义的条件是被开方数大于等于 0 得到 $\begin{cases} a-2 \geq 0 \\ 2-a \geq 0 \end{cases}$ ，则 $a=2$ ， $b=5$ ，



再分腰长为 2 和腰长为 5 两种情况，根据构成三角形的条件和三角形周长计算公式求解即可.

【解答】解：由条件可知 $\begin{cases} a-2 \geq 0 \\ 2-a \geq 0 \end{cases}$,

$$\therefore a=2,$$

$$\therefore b = \sqrt{a-2} + \sqrt{2-a} + 5 = 5,$$

当腰长为 2 时，则等腰三角形的三边长为 2, 2, 5,

$$\because 2+2 < 5,$$

$\therefore$ 此时不能构成三角形，不符合题意；

当腰长为 5 时，则等腰三角形的三边长为 2, 5, 5,

$$\because 2+5 > 5,$$

$\therefore$ 此时能构成三角形，符合题意

$\therefore$ 此等腰三角形的周长为 $2+5+5=12$;

故选：A.

【点评】 本题主要考查了二次根式有意义的条件，等腰三角形的定义，构成三角形的条件，熟练掌握以上知识点是关键.

9. **【分析】** 求出两个正方形的边长，进而求出空白矩形的长和宽，利用矩形的面积公式进行计算即可.

【解答】 解：求出两个正方形的边长，进而求出空白矩形的长和宽可知：

两个正方形的边长分别为 $\sqrt{16}cm = 4cm$, $\sqrt{12}cm = 2\sqrt{3}cm$,

$\therefore$ 空白矩形的长为 $2\sqrt{3}cm$, 宽为 $(4 - 2\sqrt{3})cm$,

$\therefore$ 空白部分的面积为 $2\sqrt{3} \times (4 - 2\sqrt{3}) = (8\sqrt{3} - 12)cm^2$;

故选：A.

【点评】 本题考查二次根式的应用，理解题意是关键.

10. **【分析】** 由题意得 $a^2 - 2025a + 1 = 0$ ，则有 $a^2 - 2025a = -1$, $a^2 + 1 = 2025a$ ，再整体代入即可求解.

【解答】 解：由条件可知 $a^2 - 2025a + 1 = 0$,

$$\therefore a^2 - 2025a = -1, a^2 + 1 = 2025a,$$

$$\therefore \text{原式} = a^2 - 2024a + \frac{2025}{2025a}$$

$$= a^2 - 2025a + a + \frac{1}{a}$$



$$= -1 + a + \frac{1}{a}$$

$$= -1 + \frac{a^2 + 1}{a}$$

$$= -1 + \frac{2025a}{a}$$

$$= -1 + 2025$$

$$= 2024.$$

故选：D.

【点评】本题考查了一元二次方程根的定义，整体代入法求代数式的值，掌握一元二次方程根的概念是关键.

二、填空题

11. 【分析】根据二次根式的性质即可得解.

【解答】解：∵ $a < 1$,

$$\therefore a - 1 < 0,$$

$$\therefore \sqrt{(a-1)^2} = |a-1| = 1-a.$$

故答案为：1 - a.

【点评】本题考查了二次根式的性质与化简，掌握二次根式的性质与化简的方法是关键.

12. 【分析】将 $x^2 + 4x + n = 0$ 配方可得 $(x+2)^2 = 4 - n$ ，结合已知条件可得出 $4 - n = 1$ ，即可求出 n 的值.

【解答】解：原方程配方可得 $(x+2)^2 = 4 - n$,

又方程 $x^2 + 4x + n = 0$ 可以配方成 $(x+2)^2 = 1$,

$$\therefore n = 3.$$

故答案为：3.

【点评】本题考查的知识点是配方法解一元二次方程，解题关键是熟练掌握配方法.

13. 【分析】根据一元二次方程的定义可得 $m^2 + 1 = 2$ ，且 $m - 1 \neq 0$ ，由此即可得.

【解答】解：由题意可得： $m^2 + 1 = 2$.

解得 $m = \pm 1$.

$$\therefore m - 1 \neq 0,$$

$$\therefore m \neq 1.$$

$$\therefore m = -1.$$



故答案为：-1.

【点评】 本题考查了一元二次方程“只含有一个未知数，并且未知数的最高次数为2的整式方程，叫做一元二次方程”，熟练掌握一元二次方程的定义是解题关键.

14. **【分析】** 设圈出的四个数中最小数为 x ，则最大的数为 $(x+8)$ ，根据圈出的四个数中最小数与最大数的乘积为84，即可得出关于 x 的一元二次方程，求解即可.

【解答】 解：设这个最小数为 x ，则最大数为 $(x+8)$ ，

依题意列一元二次方程得， $x(x+8)=84$ ，

解得， $x_1=6$ ， $x_2=-14$ （不合题意，舍去），

故答案为：6.

【点评】 本题主要考查了一元二次方程的应用，掌握日历的特征，根据已知得出最大数与最小数的差值是解题的关键.

15. **【分析】** 分 $x \leq 0$ 和 $x > 0$ 两种情况列方程求解即可.

【解答】 解：因为 x 的符号不能确定，故分两种情况：

当 $x \leq 0$ 时， $x^2 - 1 = -\frac{8}{9}$ ，则 $x^2 = \frac{1}{9}$ ；

解得 $x_1 = \frac{1}{3} > 0$ （舍去）， $x_2 = -\frac{1}{3}$ ，

当 $x > 0$ 时， $-x + 1^2 = -\frac{8}{9}$ ，解得 $x = \frac{17}{9}$ ；

综上， x 的值为 $-\frac{1}{3}$ 或 $\frac{17}{9}$.

故答案为： $-\frac{1}{3}$ 或 $\frac{17}{9}$.

【点评】 本题考查解一元二次方程、解一元一次方程，理解新运算，分类讨论是解答的关键.

三、解答题

16. **【分析】** (1) 先根据二次根式的性质以及平方差公式化简，再合并同类项即可；

(2) 利用因式分解的方法求解方程的解即可.

【解答】 解：(1) 原式 $= 2\sqrt{3} - \sqrt{3} + (2 - 3)$

$= \sqrt{3} - 1$ ；

(2) $(x+1)^2 = 3(x+1)$ ，

$(x+1)^2 - 3(x+1) = 0$ ，

$\therefore (x+1)[(x+1) - 3] = 0$ ，



$$\therefore x+1=0 \text{ 或 } x-2=0,$$

$$\text{解得: } x_1 = -1, x_2 = 2.$$

【点评】本题考查了一元二次方程的求解，二次根式的混合运算，熟练掌握相关运算方法以及运算顺序为解题关键.

17. 【分析】先通分，计算括号内，除法变乘法，进行约分化简，再解一元二次方程，求出 a 的值，然后代入化简后的式子中进行计算即可.

$$\begin{aligned} \text{【解答】解: } & \left(\frac{3}{a-2} + 1\right) \div \frac{a+1}{a^2-4} \\ &= \left(\frac{3}{a-2} + \frac{a-2}{a-2}\right) \div \frac{a+1}{(a+2)(a-2)} \\ &= \frac{a+1}{a-2} \cdot \frac{(a+2)(a-2)}{a+1} \\ &= a+2. \end{aligned}$$

$\because a$ 是方程 $x^2+4x-1=0$ 的一个正数解，

解 $x^2+4x-1=0$ 得 $x_1 = -2 + \sqrt{5}$, $x_2 = -2 - \sqrt{5}$ (不合题意，舍去)，

$$\therefore a = -2 + \sqrt{5}.$$

当 $a = -2 + \sqrt{5}$ 时，原式 $= -2 + \sqrt{5} + 2 = \sqrt{5}$.

【点评】本题考查分式的化简求值，解一元二次方程，熟练掌握以上知识点是关键.

18. 【分析】(1) 根据方程解的定义把 $x = -1$ 代入方程得到 $(a+c) \times (-1)^2 - 2b + (a-c) = 0$ ，整理得 $a-b=0$ ，即 $a=b$ ，于是根据等腰三角形的判定即可得到 $\triangle ABC$ 是等腰三角形；
(2) 根据判别式的意义得到 $\Delta = (2b)^2 - 4(a+c)(a-c) = 0$ ，整理得 $a^2 = b^2 + c^2$ ，然后根据勾股定理的逆定理得到 $\triangle ABC$ 是直角三角形.

【解答】解：(1) $\triangle ABC$ 是等腰三角形. 理由如下：

$\because x = -1$ 是方程的根，

$$\therefore (a+c) \times (-1)^2 - 2b + (a-c) = 0,$$

$$\therefore a+c-2b+a-c=0,$$

$$\therefore a-b=0,$$

$$\therefore a=b,$$

$\therefore \triangle ABC$ 是等腰三角形；

(2) $\triangle ABC$ 是直角三角形. 理由如下：

$\because$ 方程有两个相等的实数根，



$$\therefore \Delta = (2b)^2 - 4(a+c)(a-c) = 0,$$

$$\therefore 4b^2 - 4a^2 + 4c^2 = 0,$$

$$\therefore a^2 = b^2 + c^2,$$

$\therefore \triangle ABC$ 是直角三角形.

【点评】 本题考查了根的判别式：一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 的根与 $\Delta = b^2 - 4ac$ 有如下关系：当 $\Delta > 0$ 时，方程有两个不相等的两个实数根；当 $\Delta = 0$ 时，方程有两个相等的两个实数根；当 $\Delta < 0$ 时，方程无实数根. 也考查了勾股定理的逆定理.

19. **【分析】** (1) 设小路的宽为 xm ，则种植花卉部分的长为 $(100 - 2x)m$ ，宽为 $(50 - 2x)m$ ，根据面积为 $3600m^2$ 列一元二次方程，解方程即可；

(2) 求出小路宽为 $2m$ 时种植花卉部分的面积，与 $4500m^2$ 比较大小即可.

【解答】 解：(1) 设小路的宽为 xm ，

依题意列一元二次方程得， $(100 - 2x)(50 - 2x) = 3600$ ，

解得 $x_1 = 5$ ， $x_2 = 70$ (不合题意，舍去)，

$\therefore$ 小路的宽为 $5m$.

(2) 不能，理由如下：

设小路的宽为 ym ，则种植花卉部分的长为 $(100 - 2y)m$ ，宽为 $(50 - 2y)m$.

当 $y = 2$ 时，根据题意列式得， $(100 - 2 \times 2) \times (50 - 2 \times 2) = 4416 < 4500$ ，

故种植花卉的面积不能增加到 $4500m^2$.

【点评】 本题考查一元二次方程的应用，正确理解题意是解题的关键.

20. **【分析】** (1) 根据完美平方根的定义，即可得出答案；

(2) 设这个根式为 x ，根据完美根式的定义，可求得 x 的值.

【解答】 解：(1) 由题意可得： $a - 6\sqrt{3} = (3\sqrt{3} - 1)^2 = 28 - 6\sqrt{3}$ ，

$\therefore a = 28$.

(2) 设这个根式为 x ，则 $4 - 5\sqrt{2}$ 是 x 的完美平方根，

$$\therefore x = (4 - 5\sqrt{2})^2 = 16 - 40\sqrt{2} + 50 = 66 - 40\sqrt{2},$$

$\therefore$ 这个根式为 $66 - 40\sqrt{2}$.

【点评】 本题主要考查了新定义“完美根式”与“完美平方根”，正确理解新定义是解题关键.

21. **【分析】** (1) 分子和分母同时乘各个分母的有理化因式，进行计算即可；



(2) 先把 $a = \frac{1}{\sqrt{2}+1}$ 化简变形得 $a^2+2a=1$, 再把 $3a^2+6a+2$ 写成 $3(a^2+2a)+2$, 然后把化简的值代入进行计算即可.

【解答】解: (1) 分子和分母同时乘各个分母的有理化因式进行计算可知:

$$\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})} = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{2},$$

故答案为: $\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{2}$;

$$(2) \because a = \frac{1}{\sqrt{2}+1} = \frac{\sqrt{2}-1}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} = \sqrt{2}-1,$$

$$\therefore a+1 = \sqrt{2},$$

$$\therefore a^2+2a+1=2,$$

$$\therefore a^2+2a=1,$$

$$\therefore 3a^2+6a+2=3(a^2+2a)+2=3 \times 1+2=5.$$

【点评】本题考查了二次根式的化简求值, 熟练掌握运算法则是关键.

22. **【分析】**(1) 由待定系数法求出一函数关系式即可;

(2) 根据该超市想要每天获得 350 元的利润, 列出一元二次方程, 解之取符合题意的值即可.

【解答】解: (1) 设孟津梨的日销售量 y 与销售价格 x 之间的函数关系式为 $y=kx+b$ ($k \neq 0$).

$$\text{由题意, 得} \begin{cases} 12k+b=80 \\ 10k+b=100 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k=-10 \\ b=200 \end{cases},$$

$\therefore$ 孟津梨的日销售量 y 与销售价格 x 之间的函数关系式为 $y=-10x+200$.

$$(2) \text{由题意得 } (x-8)y=350,$$

$$\text{即 } (-10x+200)(x-8)=350,$$

$$\text{整理, 得 } x^2-28x+195=0,$$

$$\text{解得 } x_1=13, x_2=15.$$

$$\text{当 } x=13 \text{ 时, } y=70;$$

$$\text{当 } x=15 \text{ 时, } y=50.$$

$\because 50 < 70$, 且该超市希望尽快减少库存,

$$\therefore x=13.$$

答: 该超市孟津梨的销售价格应定为 13 元/千克.



【点评】 本题考查了一元二次方程的应用以及一次函数的应用，解题的关键是：（1）由待定系数法求出一元二次函数关系式；（2）找准等量关系，正确列出一元二次方程。

23. **【分析】**（1）根据图 1，根据正方形的面积公式进行计算即可求解；
（2）根据图 2，得出无盖长方体铁箱的长，宽，高，进而求得体积；
（3）分别求得两个方案中长方体铁箱的体积，比较大小，即可求解。

【解答】 解：（1）根据图 1，根据正方形的面积公式进行计算可得：

$$\left(\frac{24}{2} - 2\sqrt{3}\right)(12 - 2\sqrt{3}) = 144 - 48\sqrt{3} + 12 = 156 - 48\sqrt{3},$$

∴裁剪焊接成的铁箱的底面正方形①的面积为 $(156 - 48\sqrt{3})dm^2$ 。

（2）根据图 2，得出无盖长方体铁箱的长，宽，高为：

四个直角处的小正方形的边长为 $\frac{1}{2} \times (12 - 6\sqrt{2}) = (6 - 3\sqrt{2})dm$ ，无盖长方体铁箱的长为 $6\sqrt{2}dm$ ，

∴无盖长方体铁箱的宽为 $\frac{1}{2} \times [24 - 6\sqrt{2} - 2 \times (6 - 3\sqrt{2})] = 6(dm)$ ，高为 $(6 - 3\sqrt{2})dm$ ，

∴无盖长方体铁箱的体积为 $(6 - 3\sqrt{2}) \times 6 \times 6\sqrt{2} = (216\sqrt{2} - 216)dm^3$ 。

（3）按这两种方案所制作的无盖长方体铁箱的高都是 $\sqrt{2}dm$ ，

按明明的方案制作的无盖长方体铁箱的体积为 $(12 - 2\sqrt{2})^2 \times \sqrt{2} = (152\sqrt{2} - 96)dm^3$ ；

按亮亮的方案制作的无盖长方体铁箱的宽为 $\frac{1}{2} \times [24 - 2\sqrt{2} - (12 - 2\sqrt{2})] = 6(dm)$ ，

底面积为 $(12 - 2\sqrt{2}) \times 6 = (72 - 12\sqrt{2})dm^2$ ，

体积为 $(72 - 12\sqrt{2}) \times \sqrt{2} = (72\sqrt{2} - 24)dm^3$ ，

∴ $152\sqrt{2} - 96 - (72\sqrt{2} - 24) = 80\sqrt{2} - 72 > 0$ ，

∴按明明的方案制作的无盖长方体铁箱的体积更大。

【点评】 本题考查了二次根式的应用，几何体的展开图，数形结合是解题的关键。