



华师版九上数学月考卷（五）

一、选择题

1. $\sqrt{12}$ 化为最简二次根式的结果为（ ）

- A. $2\sqrt{6}$ B. $2\sqrt{3}$ C. $3\sqrt{2}$ D. $6\sqrt{2}$

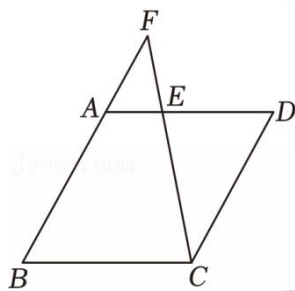
2. 若 $2m=3n$ ($mn \neq 0$), 则下列比例式成立的是（ ）

- A. $\frac{m}{n} = \frac{2}{3}$ B. $\frac{m}{2} = \frac{3}{n}$ C. $\frac{m}{2} = \frac{n}{3}$ D. $\frac{m}{3} = \frac{n}{2}$

3. 一元二次方程 $x^2 - 3x = 0$ 的根的情况是（ ）

- A. 有两个不相等的实数根
B. 有两个相等的实数根
C. 只有一个实数根
D. 没有实数根

4. 如图, 在 $\square ABCD$ 中, E 为 AD 上一点, 连接 CE 并延长, 交 BA 的延长线于点 F , 若 $\frac{AE}{BC} = \frac{1}{3}$, $CD=9$, 则 AF 的长为（ ）



- A. 3 B. 4 C. 4.5 D. 6

5. 若 a 、 b 是方程 $x^2+x-2025=0$ 的两个实数根, 则 a^2+2a+b 的值是（ ）

- A. 2023 B. 2024 C. 2025 D. 2026



6. 如图是添加了便签的台历，正方形 $ABFE$ 为日历区，正方形 $EGHD$ 为备忘录区，长方形 $GFCH$ 为便签区，已知日历区的面积为 250cm^2 ，备忘录区的面积为 90cm^2 。则便签区的面积为（ ）

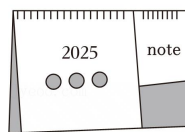


图1

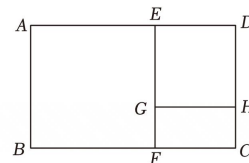


图2

- A. 40cm^2 B. 50cm^2
C. 60cm^2 D. $(90 - 2\sqrt{10})\text{cm}^2$

7. 已知矩形 $ABCD$ 的对角线 AC 、 BD 的长度是关于 x 的方程 $x^2 - 2mx + 1 = 0$ 的两个实数根，则 m 的值为（ ）

- A. 1 B. -1 C. ± 1 D. 无法确定

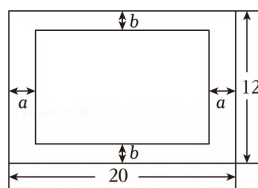
8. 已知一元二次方程 $(x+3)(x-2) - 3(x-2) = 0$ 的两个根分别是点 P 的横坐标，纵坐标，则当点 P 的横坐标为 2 时，点 P 的位置在（ ）

- A. 第一象限 B. 第四象限 C. x 轴上 D. y 轴上

9. 观察下列等式：① $\sqrt{1 + \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2}} = 1 + \frac{1}{1} - \frac{1}{1+1} = 1\frac{1}{2}$ ；② $\sqrt{1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2}} = 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2+1} = 1\frac{1}{6}$ ；③ $\sqrt{1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2}} = 1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{3+1} = 1\frac{1}{12}$ 。根据上面三个等式提供的信息，请猜想 $\sqrt{1 + \frac{1}{6^2} + \frac{1}{7^2}}$ 的结果为（ ）

- A. $1\frac{1}{13}$ B. $1\frac{1}{42}$ C. $1\frac{1}{252}$ D. $1\frac{1}{294}$

10. 如图，小明准备制作一个木头相框用来摆放相片，相框外框的长为 20cm ，宽为 12cm ，若图中 b 的长度为 3cm ，为了保证美观，需使相框外框所在的矩形与内框所在的矩形相似，则图中 a 的长度应为（ ）

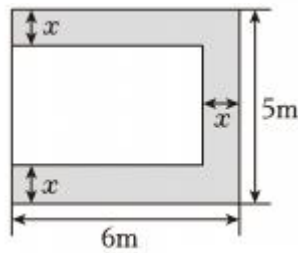


- A. 3cm B. 3.5cm C. 4cm D. 5cm

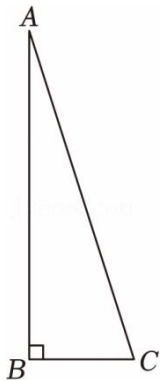


二、填空题

11. 若一元二次方程 $kx^2=1$ 没有实数根，则 k 的值可以是_____。（写出一个即可）
12. 一个矩形的面积为 $\sqrt{24}cm^2$ ，长为 $\sqrt{6}cm$ ，则这个矩形的宽为_____。
13. 一个等腰三角形的两条不相等的边长分别是方程 $x^2 - 7x + 12 = 0$ 的两根，则该等腰三角形的周长是_____。
14. 如图，某茶园计划在观赏茶园路上搭建的矩形平台上建一个休息亭，其余三面留有等宽的区域供游客活动（阴影部分）。已知矩形平台的长为 $6m$ ，宽为 $5m$ ，建成后休息亭的面积需达到 $15m^2$ ，若设等宽区域的宽为 xm ，则可列方程为_____。



15. 定义：顶角为 36° 的等腰三角形叫做“黄金三角形”，它的一个底角的平分线与腰的交点即为这条腰的黄金分割点。如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle B=90^\circ$ ， $\angle A=18^\circ$ ， $AC=2$ ，点 M 是边 AC 上一点，若 $\triangle MBC$ 是“黄金三角形”，则 BM 的长为_____。





三、解答题

16. 计算：

(1) $\sqrt{2} \times \sqrt{8} - (\sqrt{5} - 1)^0$;

(2) $(\sqrt{2} - 1)^2 - (1 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{2})$.

17. 解方程：

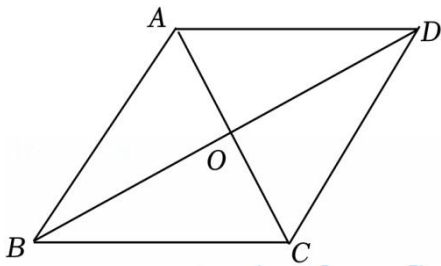
(1) 用配方法解方程： $x^2 + 4x - 2 = 0$;

(2) 用公式法解方程： $2x^2 - x = 6$.



18. 已知关于 x 的方程 $x^2 - 8x + p^2 - 4p = 0$ 的一个根是 2, 求它的另一个根和 p 的值.

19. 如图, 菱形 $ABCD$ 的两条对角线 AC 与 BD ($AC < BD$) 相交于点 O , 若 AC, BD 是一元二次方程 $x^2 - 14x + 48 = 0$ 的两个根, 求菱形 $ABCD$ 的周长.





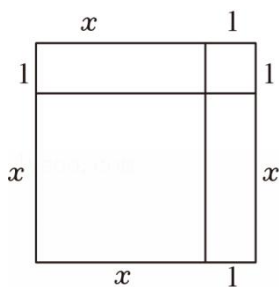
20. 在数学课上，李老师在黑板上写出关于一元二次方程的几何解法：

一元二次方程的几何解法

下面是公元 9 世纪的阿拉伯数学家阿尔·花拉子米利用几何解法求解一元二次方程 $x^2+2x-35=0$ 的过程.

解：如图，将边长为 x 的正方形和边长为 1 的正方形，外加两个长为 x 、宽为 1 的矩形拼成一个大正方形，面积就是 $x^2+2x\cdot 1+1\times 1$ ，同时面积也是 $(x+1)^2$ ，故 $x^2+2x+1=(x+1)^2$ ，而 $x^2+2x-35=0$ 可变形为 $x^2+2x+1=35+1$ ，即 $(x+1)^2=36$ ， $x+1=\pm 6$ ， $x_1=5$ ， $x_2=-7$.

请你用上述的几何解法求方程 $x^2+6x-55=0$ 的解.

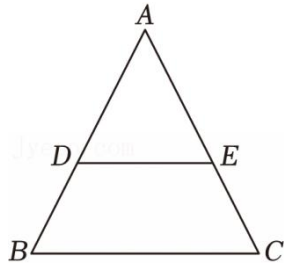




21. 我们已经知道“平行线分线段成比例”这个基本事实，请尝试应用这个基本事实，并结合角的关系，证明相似三角形的预备定理.

已知：如图， $DE \parallel BC$ ，并分别交 AB 、 AC 于点 D 、 E .

求证： $\triangle ADE \sim \triangle ABC$.





22. 随着生鲜电商平台日益火爆，其背后的数学逻辑也愈发引人深思．据统计：某生鲜电商平台今年 2 月份的销售额是 200 万元，4 月份的销售额是 242 万元．

(1) 若该平台今年 2 月份到 4 月份的月平均增长率都相同，求月平均增长率是多少？

(2) 经调查发现，某水果在“盒马鲜生”平台上的售价为 24 元/千克时，每天能销售 300 千克，售价每降低 1 元，每天可多售出 100 千克，为了推广宣传，商家决定降价促销，同时尽量减少库存．已知该水果的成本价为 12 元/千克，若使销售该水果每天获利 5600 元，则售价应降低多少元？



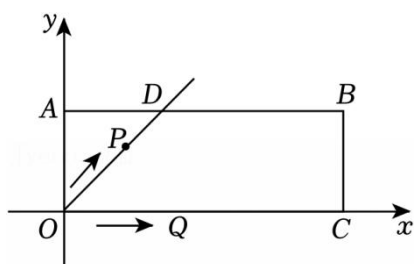


23. 矩形 $OABC$ 在平面直角坐标系中的位置如图, $A(0, 2)$, $C(6, 0)$, $\angle AOC$ 的平分线交 AB 于点 D . 点 P 从点 O 出发, 以每秒 $\sqrt{2}$ 个单位长度的速度沿射线 OD 方向移动; 同时点 Q 从点 O 出发, 以每秒 2 个单位长度的速度沿 x 轴正方向移动. 设移动时间为 t 秒.

(1) 填空, $OP =$ _____, $OQ =$ _____, 点 P 到 x 轴的距离是 _____;
(用含 t 的代数式表示)

(2) 设 $\triangle OAD$ 的面积为 S_1 , $\triangle OPQ$ 的面积为 S_2 , 求当 t 为何值时, $S_1 + S_2$ 的值为 18.

(3) 作 $CM \perp OD$ 于点 M , 是否存在 t 的值, 使 $\triangle POQ \sim \triangle MOC$, 且 $S_{\triangle POQ} = \frac{1}{2} S_{\triangle MOC}$. 若存在, 请直接写出 t 的值, 若不存在, 请说明理由.





华师版九上数学月考卷（五）

参考答案与试题解析

一、选择题

1. 【分析】根据二次根式的乘法，可化简二次根式.

【解答】解： $\sqrt{12}=2\sqrt{3}$,

故选：B.

【点评】本题考查了最简二次根式，利用了二次根式的乘法化简二次根式.

2. 【分析】从选项判断，把每一个比例式化成等积式即可解答.

【解答】解：A. $\because \frac{m}{n} = \frac{2}{3}$,

$\therefore 3m=2n$ ，故本选项不符合题意；

B. $\because \frac{m}{2} = \frac{3}{n}$,

$\therefore mn=6$ ，故本选项不符合题意；

C. $\because \frac{m}{2} = \frac{n}{3}$,

$\therefore 3m=2n$ ，故本选项不符合题意；

D. 由已知可得 $2m=3n$ ，故本选项不符合题意.

故选：D.

【点评】本题考查了比例的性质，把比例式化成等积式是解题的关键.

3. 【分析】当 $\Delta = b^2 - 4ac > 0$ 时，方程有两个不相等的实数根；当 $\Delta = b^2 - 4ac = 0$ 时，方程有两个相等的实数根；当 $\Delta = b^2 - 4ac < 0$ 时，方程没有实数根，据此解答即可.

【解答】解： $\because a=1, b=-3, c=0$,

$\therefore \Delta = (-3)^2 - 4 \times 1 \times 0 = 9 > 0$,

$\therefore$ 方程有两个不相等的实数根，

故选：A.

【点评】此题考查一元二次方程根的判别式，熟记根的判别式是解题的关键.

4. 【分析】根据平行四边形，可知 $AB=CD=9$ ， $AD \parallel BC$ ，然后根据平行线分线段成比例，可知 $\frac{AF}{AF+AB} = \frac{AE}{BC}$ ，即可得出答案.

【解答】解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形， $CD=9$,



$$\therefore AB=CD=9, AD \parallel BC,$$

$$\therefore \frac{AF}{FB} = \frac{AE}{BC},$$

$$\therefore \frac{AE}{BC} = \frac{1}{3},$$

$$\therefore \frac{AF}{AF+AB} = \frac{AE}{BC} = \frac{1}{3}, \text{ 即 } \frac{AF}{AF+9} = \frac{1}{3},$$

$$3AF=AF+9,$$

$$\therefore AF=4.5,$$

故选：C.

【点评】 本题考查了平行四边形的性质，平行线分线段成比例定理，熟练掌握以上知识点是解题的关键.

5. **【分析】** 根据题意，可知 $a+b=-\frac{1}{1}=-1$, $a^2+a-2025=0$ ，然后将式子 a^2+2a+b 转变为 $a^2+a+(a+b)$ ，然后代入求值即可.

【解答】 解： $\because a, b$ 是方程 $x^2+x-2025=0$ 的两根，

$$\therefore a^2+a-2025=0, a+b=-\frac{1}{1}=-1,$$

$$\therefore a^2+a=2025,$$

$$\therefore \text{原式} = a^2+a+(a+b) = 2025-1=2024,$$

故选：B.

【点评】 本题考查了一元二次方程根与系数的关系，一元二次方程的根，掌握以上知识点是解题的关键.

6. **【分析】** 根据题意分别求得两个正方形的边长，进而求得长方形的长和宽，即可求解.

【解答】 解：根据题意分别求得两个正方形的边长可得：

$$EF = \sqrt{250} = 5\sqrt{10} \text{ cm}, EG = GH = \sqrt{90} = 3\sqrt{10} \text{ (cm)},$$

$$\therefore GF = EF - EG = 5\sqrt{10} - 3\sqrt{10} = 2\sqrt{10} \text{ (cm)},$$

$$\therefore \text{长方形 } GFCH \text{ 的面积} = GF \cdot GH = 2\sqrt{10} \times 3\sqrt{10} = 60 \text{ (cm}^2\text{)},$$

即便签区的面积为 60 cm^2 ,

故选：C.

【点评】 本题主要考查了二次根式的应用，准确计算是解题的关键.

7. **【分析】** 先根据矩形的性质可得 $AC=BD$ ，再利用一元二次方程根的判别式求得 m 值，结合 $AC=BD>0$ 即可得答案.



【解答】解：由矩形性质可知： $AC=BD$ ，

$\because AC、BD$ 的长度是关于 x 的方程的两个实数根，

$\therefore$ 方程 $x^2 - 2mx + 1 = 0$ 有两个相等的实数根，

$\therefore \Delta = (-2m)^2 - 4 \times 1 \times 1 = 0$ ，即 $4m^2 - 4 = 0$ ，

解得 $m = \pm 1$ ，

$\because AC=BD>0$ ，即 $AC+BD=2m>0$ ，

$\therefore m>0$ ，

$\therefore m=1$ ，

故选： A 。

【点评】本题考查了矩形的性质，一元二次方程根的判别式以及根与系数的关系，熟练掌握一元二次方程根的判别式是解题关键。

8. 【分析】先利用因式分解法求解方程，得到方程的两个根，确定点 P 的坐标，即可确定其所在象限。

【解答】解：原方程分解因式可得：

$$(x-2)(x+3-3)=0,$$

$$x(x-2)=0,$$

$$\therefore x_1=0, x_2=2,$$

$\because$ 方程 $(x+3)(x-2)-3(x-2)=0$ 的两个根分别是点 P 的横坐标，纵坐标，且点 P 的横坐标为 2，

$\therefore$ 点 P 的纵坐标为 0，

$\therefore$ 点 P 的位置在 x 轴上，

故选： C 。

【点评】本题考查了解一元二次方程、判断点所在象限，熟练掌握一元二次方程的常见解法是解题的关键。

9. 【分析】根据题中等式的规律即可解答。

【解答】解：① $\sqrt{1 + \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2}} = 1 + \frac{1}{1} - \frac{1}{1+1} = 1\frac{1}{2}$ ；

② $\sqrt{1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2}} = 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2+1} = 1\frac{1}{6}$ ；

③ $\sqrt{1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2}} = 1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{3+1} = 1\frac{1}{12}$ 。



根据题中等式的规律可得：

$$\sqrt{1 + \frac{1}{6^2} + \frac{1}{7^2}} = 1 + \frac{1}{6} - \frac{1}{6+1} = 1\frac{1}{42},$$

故选：B.

【点评】本题考查了探索规律，根据观察总结出等式的规律是解题的关键.

10. 【分析】根据相似图形的性质，即可求解.

【解答】解：∵相框外框所在的矩形与内框所在的矩形相似，相框外框的长为 20cm，宽为 12cm，图中 b 的长度为 3cm，

$$\therefore \frac{20-2a}{20} = \frac{12-2 \times 3}{12},$$

解得： $a=5$ ，

∴图中 a 的长度应为 5cm.

故选：D.

【点评】本题主要考查了相似三角形的应用，熟练掌握相似图形的性质是解题的关键.

二、填空题

11. 【分析】根据根的判别式得出 $\Delta = 0^2 - 4k \times (-1) < 0$ ，然后解不等式，并在解集中选取一个符合条件的值即可.

【解答】解：由条件可知 $\Delta = 0^2 - 4k \times (-1) < 0$ ，

∴ $k < 0$ ，

∴ k 的值可以是 -1，

故答案为：-1（答案不唯一，任一负数均可）.

【点评】本题考查了判断一元二次方程根的情况，熟练掌握该知识点是关键.

12. 【分析】直接根据题意列式，然后再运用二次根式的除法运算法则计算即可.

【解答】解：运用二次根式的除法运算法则计算可得：

$$\sqrt{24} \div \sqrt{6} = \sqrt{24 \div 6} = \sqrt{4} = 2(\text{cm}).$$

故答案为：2cm.

【点评】本题主要考查了二次根式除法的应用，掌握二次根式的除法法则是解题的关键.

13. 【分析】求出方程的解，即可得出三角形的边长，再求出即可.

【解答】解： $x^2 - 7x + 12 = 0$ ，

$$(x - 3)(x - 4) = 0,$$

$$x - 3 = 0, x - 4 = 0,$$



$$x_1=3, x_2=4,$$

①等腰三角形的三边是 3, 3, 4, 符合三角形三边关系定理, 此时三角形的周长是 $3+3+4=10$;

②等腰三角形的三边是 3, 4, 4, 此时符合三角形三边关系定理, 三角形的周长是 $3+4+4=11$;

即等腰三角形的周长是 10 或 11.

故答案为 10 或 11.

【点评】 本题考查了等腰三角形性质、解一元二次方程、三角形三边关系定理的应用等知识, 关键是求出三角形的三边长.

14. **【分析】** 分别表示休息亭长为 $(6-x)m$, 宽为 $(5-2x)m$, 根据矩形面积公式列方程即可.

【解答】 解: 已知矩形平台的长为 $6m$, 宽为 $5m$, 建成后休息亭的面积需达到 $15m^2$, 若设等宽区域的宽为 xm ,

根据题意得: 休息亭长为 $(6-x)m$, 宽为 $(5-2x)m$,

所以, $(6-x)(5-2x)=15$,

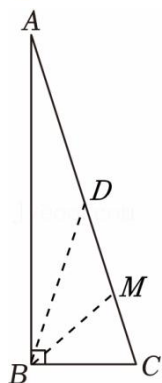
故答案为: $(6-x)(5-2x)=15$.

【点评】 本题主要考查一元二次方程的应用, 正确进行计算是解题关键.

15. **【分析】** 可求出 $\angle C=72^\circ$, 当 $\angle MBC$ 为 $\triangle MBC$ 的顶角时, 取 AC 的中点 D , 连接 BD , 则 $BD=AD=CD=1$, 可证明 $\triangle DBC$ 是“黄金三角形”, 再证明 $\angle CBM=36^\circ=\frac{1}{2}\angle DBC$ 得到 $\frac{DM}{CD}=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$, 进一步证明 $\angle MDB=\angle MBD$, 可得 $BM=DM=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$; 当点 M 与点 D 重合时, $\triangle MBC$ 也是“黄金三角形”, 此时 $BM=1$.

【解答】 解: 由条件可知 $\angle C=90^\circ-\angle A=72^\circ$;

如图所示, 当 $\angle MBC$ 为 $\triangle MBC$ 的顶角时, 取 AC 的中点 D , 连接 BD ,



$$\therefore \angle CBM = 36^\circ;$$

由条件可知 $BD = AD = CD = 1$,

$$\therefore \angle DBC = \angle DCB = 72^\circ, \angle A = \angle DBA = 18^\circ,$$

$$\therefore \angle BDC = 180^\circ - \angle DBC - \angle DCB = 36^\circ, \angle DBM = \angle DBC - \angle CBM = 36^\circ,$$

$\therefore \triangle DBC$ 是“黄金三角形”;

$$\because \angle CBM = 36^\circ = \frac{1}{2} \angle DBC,$$

$\therefore$ 点 M 是线段 CD 的黄金分割点,

$$\therefore \frac{DM}{CD} = \frac{\sqrt{5}-1}{2},$$

$$\therefore DM = \frac{\sqrt{5}-1}{2},$$

$$\because \angle MDB = 36^\circ = \angle MBD,$$

$$\therefore BM = DM = \frac{\sqrt{5}-1}{2};$$

当点 M 与点 D 重合时, $\triangle MBC$ 也是“黄金三角形”,

$$\therefore \text{此时 } BM = 1;$$

综上所述, BM 的长为 1 或 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$,

故答案为: 1 或 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$.

【点评】 本题主要考查了等腰三角形的性质与判定, 直角三角形的性质, 黄金分割, 熟练掌握以上知识点是关键.

三、解答题

16. **【分析】** (1) 先计算二次根式的乘法和零指数幂, 再进行减法计算;

(2) 先利用完全平方公式和平方差公式计算, 再进行加减计算.

【解答】 解: (1) 原式 $= \sqrt{16} - 1$



$$=4-1$$

$$=3;$$

$$(2) \text{ 原式} = 2 - 2\sqrt{2} + 1 - (1 - 2)$$

$$=4-2\sqrt{2}.$$

【点评】 本题考查了二次根式的混合运算，解题的关键是熟练掌握运算法则和运算顺序.

17. **【分析】** (1) 方程移项、配方、开方即可得到两个一元一次方程，求出方程的解即可；

(2) 将方程变形为一般形式，求出 $b^2 - 4ac$ 的值，再代入公式求解即可.

【解答】 解：(1) $x^2 + 4x - 2 = 0$,

$$x^2 + 4x = 2,$$

$$x^2 + 4x + 2^2 = 2 + 2^2,$$

$$(x+2)^2 = 6,$$

$$x+2 = \pm\sqrt{6},$$

$$x = -2 \pm \sqrt{6},$$

$$\therefore x_1 = -2 + \sqrt{6}, x_2 = -2 - \sqrt{6};$$

$$(2) 2x^2 - x = 6,$$

$$2x^2 - x - 6 = 0,$$

$$a=2, b=-1, c=-6,$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4 \times 2 \times (-6) = 49 > 0,$$

$$\therefore x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{49}}{2 \times 2} = \frac{1 \pm 7}{4},$$

$$\therefore x_1 = 2, x_2 = -\frac{3}{2}.$$

【点评】 本题主要考查解一元二次方程，熟练掌握指定解法是解答本题的关键.

18. **【分析】** 根据根与系数的关系直接求解即可得到答案.

【解答】 解：设方程的另一个根为 $x=t$,

$$\text{由根与系数的关系得, } 2+t=8,$$

$$\therefore t=6,$$

$$\text{把 } x=2 \text{ 代入 } x^2 - 8x + p^2 - 4p = 0 \text{ 得 } 4 - 16 + p^2 - 4p = 0,$$

$$\text{即 } p^2 - 4p = 12,$$

$$\text{解得 } p_1 = -2, p_2 = 6.$$

答：方程的另一个根是 6, p 的值为 -2 或 6.



【点评】本题考查根与系数的关系，解题的关键是熟练掌握根与系数的关系.

19. 【分析】先解方程，得到 $AC=6$ ， $BD=8$ ，然后结合菱形对角线互相平分且垂直，结合勾股定理，即可求得 AB ，从而得出菱形 $ABCD$ 的周长.

【解答】解：∵ $x^2 - 14x + 48 = 0$,

∴ $x_1 = 6$, $x_2 = 8$.

由条件可知 $AC=6$, $BD=8$,

∴ 四边形 $ABCD$ 是菱形,

∴ $AC \perp BD$, $AB=BC=CD=DA$, $OA = \frac{1}{2}AC = 3$, $OB = \frac{1}{2}BD = 4$,

在 $Rt\triangle AOB$ 中, $\angle AOB = 90^\circ$, $OA=3$, $OB=4$,

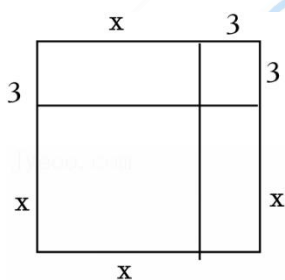
根据勾股定理得: $AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$.

∴ 菱形 $ABCD$ 的周长是 $=4AB=4 \times 5=20$.

【点评】本题考查了解一元二次方程，菱形的性质，勾股定理，熟练掌握以上知识点是解题的关键.

20. 【分析】将边长为 x 的正方形和边长为 3 的正方形，外加两个长为 x 、宽为 3 的矩形拼成一个大正方形，根据那么大正方形的面积就是 $x^2 + 2x \cdot 3 + 3 \times 3$ ，同时面积也是 $(x+3)^2$ ，得到 $x^2 + 6x + 9 = (x+3)^2$ ，然后将 $x^2 + 6x - 55 = 0$ 整理为 $x^2 + 6x + 9 = 55 + 9$ ，那么可知 $(x+3)^2 = 64$ ，然后解方程即可得出答案.

【解答】解：将边长为 x 的正方形和边长为 3 的正方形，外加两个长为 x 、宽为 3 的矩形拼成一个大正方形，如图所示：



由图可知大正方形的面积就是 $x^2 + 2x \cdot 3 + 3 \times 3$ ，同时面积也是 $(x+3)^2$ ，

故 $x^2 + 6x + 9 = (x+3)^2$ ，

∴ $(x+3)^2 = 64$ ，

∴ $x+3 = \pm 8$ ，

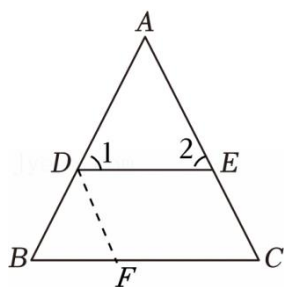
∴ $x_1 = 5$, $x_2 = -11$.



【点评】本题考查了几何解法求解一元二次方程，读懂题意，构造出边长为 $(x+3)$ 的正方形是解题的关键。

21. 【分析】作 $DF \parallel AC$ 交 BC 于点 F ，得到 $\frac{FC}{BF} = \frac{DA}{BD}$ ，得到 $\frac{FC}{BC} = \frac{AD}{AB}$ ，根据 $DE \parallel BC$ ，推出 $\angle 1 = \angle B$ ， $\angle 2 = \angle C$ ， $\frac{AE}{EC} = \frac{AD}{DB}$ ，得到 $\frac{AE}{AC} = \frac{AD}{AB}$ ，接着证明 $\frac{FC}{BC} = \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$ ，通过四边形 $DFCE$ 是平行四边形， $DE = FC$ ，得到 $\frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$ ，加上 $\angle 1 = \angle B$ ， $\angle 2 = \angle C$ ， $\angle A = \angle A$ ，从而得证。

【解答】证明：作 $DF \parallel AC$ 交 BC 于点 F 。



$$\therefore \frac{FC}{BF} = \frac{DA}{BD},$$

$$\therefore \frac{FC}{BC} = \frac{AD}{AB}.$$

$$\because DE \parallel BC,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle B, \frac{AE}{EC} = \frac{AD}{DB}, \angle 2 = \angle C,$$

$$\therefore \frac{AE}{AC} = \frac{AD}{AB}.$$

$$\therefore \frac{FC}{BC} = \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}.$$

$$\because DE \parallel BC, DF \parallel AC,$$

$$\therefore \text{四边形 } DFCE \text{ 是平行四边形},$$

$$\therefore DE = FC,$$

$$\therefore \frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}.$$

$$\text{又} \because \angle A = \angle A, \angle 1 = \angle B, \angle 2 = \angle C,$$

$$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC.$$

【点评】本题考查了平行线分线段成比例，平行四边形的判定与性质，平行线的性质，相似三角形的判定，熟练掌握以上知识点是解题的关键。

22. 【分析】(1) 设月平均增长率为 x ，那么 3 月份销售额为 $200(1+x)$ ，4 月份销售额为 200



$(1+x)^2$ ，根据题意可列出关于 x 的一元二次方程，解出 x ，再舍去不合题意的解即可；

(2) 设售价应降低 y 元，那么每天可以卖出 $(300+100y)$ 千克，每千克的利润为 $(24 - y - 12)$ 元，然后根据题意可列出关于 y 的一元二次方程，解出 y ，再舍去不合题意的解即可。

【解答】解：(1) 设月平均增长率为 x ，

根据题意列一元二次方程得， $200(1+x)^2=242$ 。

整理得， $200x^2+400x-42=0$ ，

解得： $x_1=0.1=10\%$ ， $x_2=-2.1$ （不合题意，舍去）。

答：月平均增长率为 10% 。

(2) 设售价应降低 y 元，

根据题意列一元二次方程得， $(24 - y - 12)(300+100y)=5600$ 。

整理得 $y^2 - 9y + 20 = 0$ ，

解得： $y_1=4$ ， $y_2=5$ 。

∵要尽量减少库存，

∴ $y=4$ 不合题意，舍去，

∴ $y=5$ ，

答：售价应降低 5 元。

【点评】 本题考查一元二次方程的应用。读懂题意，找出数量关系，列出等式是解题关键。

23. **【分析】** (1) 根据路程等于速度乘以时间，即可表达 OP ， OQ ，根据等腰三角形的判定与性质可求出点 P 到 x 轴的距离；

(2) 连接 PQ ，证明 $\triangle OAD$ 是等腰直角三角形求出 $OA=AD=2$ ，可得 $S_1 = \frac{1}{2}OA \cdot AD = 2$ ，

结合 (1) 的结论求出 $S_2 = \frac{1}{2} \times OQ \times PM = t^2$ ，然后根据 S_1+S_2 的值为 18 求解即可；

(3) 根据 $\triangle POQ \sim \triangle MOC$ ，且 $S_{\triangle POQ} = \frac{1}{2}S_{\triangle MOC}$ 求出 $OQ = \frac{\sqrt{2}}{2}OC = 3\sqrt{2}$ ，进而可求出 t 的值。

【解答】解：(1) ∵点 P 从点 O 出发，以每秒 $\sqrt{2}$ 个单位长度的速度沿射线 OD 方向移动；同时点 Q 从点 O 出发，以每秒 2 个单位长度的速度沿 x 轴正方向移动，设移动时间为 t 秒，

∴ $OP = \sqrt{2}t$ ， $OQ = 2t$ ，

∵四边形 $OABC$ 是矩形， $\angle AOC$ 的平分线交 AB 于点 D ，

∴ $\angle OAB = \angle AOC = 90^\circ$ ，

∴ $\angle AOD = \angle DOC = 45^\circ$ 。



如图 1, 作 $PM \perp OC$ 于点 M ,

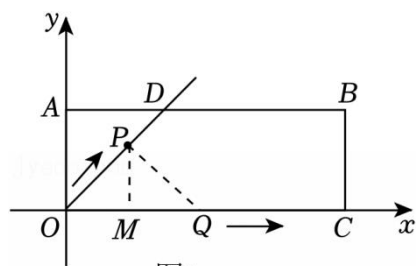


图1

$$\therefore \angle OPM = \angle DOC = 45^\circ,$$

$$\therefore OM = PM = \frac{\sqrt{2}}{2} OP = t,$$

故答案为: $\sqrt{2}t, 2t, t$;

(2) 如图 2, 四边形 $OACB$ 是矩形, 点 $A(0, 2)$, 点 $C(6, 0)$, 连接 PQ , 过点 P 作 $PM \perp OQ$ 于点 M ,

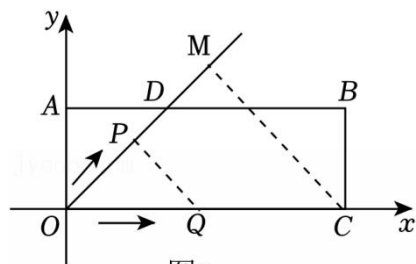


图2

$$\therefore OA = BC = 2, AB = OC = 6,$$

$$\because \angle AOD = 45^\circ, \angle OAB = 90^\circ,$$

$\therefore \triangle OAD$ 是等腰直角三角形,

$$\therefore OA = AD = 2,$$

$$\therefore S_1 = \frac{1}{2} OA \cdot AD = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2,$$

$$\therefore \text{在直角三角形 } PMO \text{ 中, 由勾股定理得: } OM^2 + PM^2 = OP^2,$$

由 (1) 知, $OQ = 2t, PM = t$,

$$\therefore S_2 = \frac{1}{2} \times OQ \times PM = \frac{1}{2} \times 2t \times t = t^2.$$

$$\therefore S_1 + S_2 \text{ 的值为 } 18,$$

$$\therefore 2 + t^2 = 18,$$

解得: $t = 4$ (负值已舍去);

(3) 存在 t 的值, 使 $\triangle POQ \sim \triangle MOC$, 且 $S_{\triangle POQ} = \frac{1}{2} S_{\triangle MOC}$; t 的值为 $\frac{3}{2}\sqrt{2}$. 理由如下:

$$\because \triangle POQ \sim \triangle MOC, \text{ 且 } S_{\triangle POQ} = \frac{1}{2} S_{\triangle MOC},$$



$$\therefore OQ = \frac{\sqrt{2}}{2} OC = 3\sqrt{2}.$$

$\because$ 点 Q 从点 O 出发，以每秒 2 个单位长度的速度沿 x 轴正方向移动，

$$\therefore t = \frac{3}{2}\sqrt{2}.$$

【点评】 本题属于相似形综合题，主要考查动点问题，勾股定理，矩形的性质和相似三角形的性质，解题的关键是掌握动点的运动轨迹，勾股定理和相似三角形的性质.

