



华师版九上数学月考卷（二）

一、选择题

1. 下列二次根式中，为最简二次根式的是（ ）

- A. $\sqrt{0.3}$ B. $\sqrt{12}$ C. $\sqrt{\frac{1}{5}}$ D. $\frac{\sqrt{7}}{2}$

2. 下列运算正确的是（ ）

- A. $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{5}$ B. $3\sqrt{3} - \sqrt{3} = 3$ C. $\sqrt{24} \div \sqrt{6} = 4$ D. $\sqrt{3} \times \sqrt{5} = \sqrt{15}$

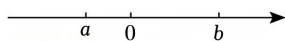
3. 在二次根式① $\sqrt{12}$ ，② $\sqrt{2^3}$ ，③ $\sqrt{\frac{3}{2}}$ ，④ $\sqrt{27}$ 中，是同类二次根式的是（ ）

- A. ①和③ B. ②和③ C. ①和④ D. ③和④

4. 用配方法解方程 $x^2 + 8x + 7 = 0$ ，则配方正确的是（ ）

- A. $(x+4)^2 = 9$ B. $(x-4)^2 = 9$ C. $(x-8)^2 = 16$ D. $(x+8)^2 = 57$

5. 实数 a 、 b 在数轴上所对应的点如图所示，化简 $|b-a| + \sqrt{(2a-b)^2}$ 的结果是（ ）



- A. a B. $-a$ C. $3a-2b$ D. $-3a+2b$

6. 若 $x = \frac{2 \pm \sqrt{4-4 \times 3 \times (-1)}}{2 \times 3}$ 是一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的根，则 $a+b+c =$ （ ）

- A. -2 B. 4 C. 2 D. 0

7. 甲、乙、丙三人解方程 $x(x-3) = 2(x-3)$ 的过程如图所示，则下列判断正确的是（ ）

甲	乙	丙
两边同时除以 $(x-3)$ 得 $x=2$, $\therefore$ 方程的解为 $x=2$.	整理得 $x^2 - 5x = -6$. $\therefore a=1, b=-5, c=-6$, $\therefore \Delta = b^2 - 4ac = 49 > 0$. 方程有两个不相等的实数根 $x = \frac{5 \pm 7}{2}$, 即 $x_1 = -1, x_2 = 6$.	移项得 $x(x-3) - 2(x-3) = 0$, 因式分解得 $(x-3)(x-2) = 0$, 于是得 $x-3=0$, 或 $x-2=0$, $\therefore x_1=3, x_2=2$.

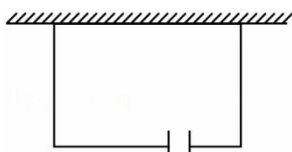
- A. 只有甲的解法正确 B. 只有乙的解法正确 C. 只有丙的解法正确 D. 三人的解法均不对



8. 若关于 x 的一元二次方程 $kx^2+x-2=0$ 有两个实数根, 则实数 k 的取值范围是 ()

- A. $k \leq -\frac{1}{8}$ B. $k > -\frac{1}{8}$ 且 $k \neq 0$
C. $k \geq -\frac{1}{8}$ 且 $k \neq 0$ D. $k \geq -\frac{1}{4}$ 且 $k \neq 0$

9. 某校从本学期开始实施劳动教育, 在学校靠墙(墙长 22 米)的一块空地上, 开辟出一块矩形菜地, 如图所示, 矩形菜地的另外三边用一根长 49 米的绳子围成, 并留 1 米宽的门, 若想开辟成面积为 300 平方米的菜地, 则菜地垂直于墙的一边的长为 ()



- A. 10 米 B. 12 米 C. 15 米 D. 不存在

10. 一个等腰三角形的三边长分别为 $m, n, 3$, 且 m, n 是关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 8x + t - 1 = 0$ 的两根, 则 t 的值为 ()

- A. 16 B. 18 C. 16 或 17 D. 18 或 19

二、填空题

11. 式子 $\sqrt{2x-4}$ 在实数范围内有意义, 则 x 的取值范围是 _____.

12. 若关于 x 的一元二次方程 $(a-1)x^2 + a^2x - a = 0$ 有一个根是 $x=1$, 则 a 的值为 _____.

13. 若 $(x^2+y^2)(x^2+y^2-2)=3$, 则 $x^2+y^2=$ _____.

14. 九(2)班元旦晚会上, 某活动小组每两位同学间互赠一张贺卡、共赠贺卡 132 张, 如果设活动小组有 x 名学生, 则列出的方程化为一般式为_____.

15. 若 2 是关于 x 的方程 $x^2 - (m-1)x + m+2 = 0$ 的一个实数根, 并且这个方程的两个实数根恰好是 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的两条边的长, 则第三边的长为_____.



三、解答题

16. 计算：(1) $\sqrt{48} \div \sqrt{3} - \sqrt{\frac{1}{2}} \times \sqrt{12} + \sqrt{54} - \sqrt{(-4)^2}$;

(2) 已知： $x = \sqrt{3} + 1$, $y = \sqrt{3} - 1$, 求 $x^2 - xy + y^2$ 的值.

17. 按要求解下列方程：

(1) $x(x - 2) + x - 2 = 0$ (因式分解法)

(2) $2x^2 - 3x + 1 = 0$ (配方法)



18. 高空抛物是一种不文明的危险行为，据研究，从高处坠落的物品，其下落的时间 t (s) 和高度 h (m) 近似满足公式 $t = \sqrt{\frac{h}{5}}$ (不考虑阻力的影响)。

(1) 求物体从 $40m$ 的高空落到地面的时间。

(2) 小明说物体从 $80m$ 的高空落到地面的时间是 (1) 中所求时间的 2 倍，他的说法正确吗？请说明理由。

(3) 已知从高空坠落的物体所带能量 (单位: J) $= 10 \times$ 物体质量 (kg) $\times$ 高度 (m)，某质量为 $0.05kg$ 的鸡蛋经过 $6s$ 落在地上，这个鸡蛋在下落过程中所带能量有多大？你能得到什么启示？ (注：杀伤无防护人体只需要 $65J$ 的能量)

19. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - (k+2)x + 2k - 1 = 0$ (k 为常数)。

(1) 求证：不论 k 为何值，该方程总有两个不相等的实数根；

(2) 若方程的一个根为 3，求 k 的值和方程的另一个根。



20. 小明在解决问题：已知 $a = \frac{1}{2+\sqrt{3}}$ ，求 $2a^2 - 8a + 1$ 的值。他是这样分析与解的：

$$\because a = \frac{1}{2+\sqrt{3}} = \frac{2-\sqrt{3}}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})} = 2 - \sqrt{3},$$

$$\therefore a - 2 = -\sqrt{3}, \therefore (a - 2)^2 = 3, a^2 - 4a + 4 = 3,$$

$$\therefore a^2 - 4a = -1, \therefore 2a^2 - 8a + 1 = 2(a^2 - 4a) + 1 = 2 \times (-1) + 1 = -1.$$

请你根据小明的分析过程，解决如下问题：

(1) 观察上面解答过程，请写出 $\frac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}} =$ _____ ；

(2) 化简 $\frac{1}{\sqrt{2}+1} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \frac{1}{2+\sqrt{3}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{2024}+\sqrt{2023}}$ ；

(3) 若 $a = \frac{1}{\sqrt{26}-5}$ ，请按照小明的方法求出 $a^3 - 11a^2 + 9a + 1$ 的值.

21. 2020 年 4 月，“一盔一带”安全守护行动在全国各地开展. 某品牌头盔的销量逐月攀升，已知 4 月份销售 150 个，6 月份销售 216 个，且从 4 月份到 6 月份销售量的月增长率相同.

(1) 求该品牌头盔销售量的月平均增长率；

(2) 若此头盔的进价为 30 元/个，经测算当售价为 40 元/个时，月销售量为 300 个；售价每上涨 1 元，则月销售量减少 10 个，为使月销售利润达到 3960 元，并尽可能让顾客得到实惠，则该品牌头盔的售价应定为多少元/个？



22. 探索一个问题：任意给定一个矩形 A ，是否存在另一个矩形 B ，它的周长和面积分别是已知矩形周长和面积的一半（完成下列空格）。

（1）当已知矩形 A 的边长分别是 6 和 1 时，小亮同学是这样研究的：设所求矩形的两边分别是 x, y ，由题意得方程组 $\begin{cases} x+y=\frac{7}{2} \\ xy=3 \end{cases}$ ，消去 y 化简得 $2x^2 - 7x + 6 = 0$ ；

$\because \Delta = 49 - 48 > 0$ ， $x_1 = \underline{\hspace{2cm}}$ ； $x_2 = \underline{\hspace{2cm}}$ ；所以满足要求的 B 存在；

（2）如果已知矩形 A 的边长分别是 2 和 1，请你仿照小亮方法研究是否存在满足要求的矩形 B ；

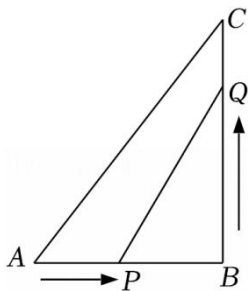
（3）如果矩形 A 的边长为 m, n ，请你研究满足什么条件时，矩形 B 存在？



23. 如图所示, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B=90^\circ$, $AB=5\text{cm}$, $BC=7\text{cm}$, 点 P 从点 A 开始沿 AB 边向点 B 以 1cm/s 的速度运动, 点 Q 从点 B 开始沿 BC 边向点 C 以 2cm/s 的速度运动.

- (1) 如果 P 、 Q 分别从 A 、 B 同时出发, 那么几秒后, $\triangle PBQ$ 的面积为 6cm^2 ?
- (2) 如果 P 、 Q 分别从 A 、 B 同时出发, 那么几秒后, PQ 的长度为 $2\sqrt{10}\text{cm}$?
- (3) 如果 P 、 Q 分别从 A 、 B 同时出发, 线段 PQ 能把 $\triangle ABC$ 分成面积相等的两部分吗? 如果能, 请求出 P 、 Q 的运动时间, 如果不能请说明理由.

(4) 若用 S 表示四边形 $APQC$ 的面积, 请直接写出经过_____秒 S 取得最小值, 最小值是_____ cm^2 .





华师版九上数学月考卷（二）

参考答案与试题解析

一、选择题

1. 【分析】分别化简二次根式，即可求解.

【解答】解： $A. \sqrt{0.3} = \frac{\sqrt{30}}{10}$ ，故 A 不符合题意；

$B. \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ ，故 B 不符合题意；

$C. \sqrt{\frac{1}{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$ ，故 C 不符合题意；

$D. \frac{\sqrt{7}}{2}$ ，是最简二次根式，故 D 符合题意；

故选： D .

【点评】本题考查最简二次根式，熟练掌握最简二次根式的概念：（1）被开方数不含分母；（2）被开方数中不含能开得尽方的因数或因式是解题的关键.

2. 【分析】根据二次根式的加减法对 A 、 B 进行判断；根据二次根式的除法法则对 C 进行判断；根据二次根式的乘法法则对 D 进行判断.

【解答】解： $A. \sqrt{2}$ 与 $\sqrt{3}$ 不能合并，所以 A 选项不符合题意；

$B. \text{原式} = 2\sqrt{3}$ ，所以 B 选项不符合题意；

$C. \text{原式} = \sqrt{24 \div 6} = \sqrt{4} = 2$ ，所以 C 选项不符合题意；

$D. \text{原式} = \sqrt{3 \times 5} = \sqrt{15}$ ，所以 D 选项符合题意；

故选： D .

【点评】本题考查了二次根式的混合运算，熟练掌握二次根式的性质、二次根式的乘法和除法法则是解决问题的关键.

3. 【分析】先把各根式化为最简二次根式，再根据同类二次根式的定义解答即可.

【解答】解：① $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ ，② $\sqrt{2^3} = 2\sqrt{2}$ ，③ $\sqrt{\frac{3}{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$ ，④ $\sqrt{27} = 3\sqrt{3}$ ，

是同类二次根式的是①和④.

故选： C .

【点评】本题考查了同类二次根式，要判断几个根式是不是同类二次根式，须先把二次根式化成最简二次根式，然后判断.

4. 【分析】本题可以用配方法解一元二次方程，首先将常数项移到等号的右侧，将等号左右两



边同时加上一次项系数一半的平方，即可将等号左边的代数式写成完全平方形式.

【解答】解： $\because x^2+8x+7=0$,

$$\therefore x^2+8x = -7,$$

$$\Rightarrow x^2+8x+16 = -7+16,$$

$$\therefore (x+4)^2 = 9.$$

$\therefore$ 故选：A.

【点评】此题考查配方法的一般步骤：

①把常数项移到等号的右边；

②把二次项的系数化为1；

③等式两边同时加上一次项系数一半的平方.

选择用配方法解一元二次方程时，最好使方程的二次项的系数为1，一次项的系数是2的倍数.

5. **【分析】**先根据数轴上点的位置得到 $a < 0 < b$, $|a| < |b|$. 进而判断出 $b - a > 0$, $2a - b < 0$, 据此化简绝对值和求算术平方根，再化简即可得到答案.

【解答】解：由题意得， $a < 0 < b$, $|a| < |b|$,

$$\therefore b - a > 0, 2a - b < 0,$$

$$\therefore |b - a| + \sqrt{(2a - b)^2} = b - a - (2a - b) = b - a - 2a + b = 2b - 3a,$$

故选：D.

【点评】本题主要考查了化简绝对值和求算术平方公式，实数与数轴，熟知二次根式的性质是解题的关键.

6. **【分析】**利用求根公式判断即可.

【解答】解：由题意， $a=3$, $b=-2$, $c=-1$,

$$\therefore a+c+c=3-2-1=0,$$

故选：D.

【点评】本题考查解一元二次方程 - 公式法，解题的关键是理解题意，判断出 a , b , c 的值.

7. **【分析】**根据一元二次方程的解法解题即可.

【解答】解：甲的解法错误不能同时除以 $(x-3)$ ，会出现漏解忽略 $x-3=0$ 的情况；

乙的解法错误，没有将一元二次函数整理成一般式，故 c 的值错误， $c=6$ ；

丙利用因式分解法，解法正确.



故选：C.

【点评】本题主要考查一元二次方程的解法，熟练掌握因式分解法是解题的关键.

8. 【分析】根据一元二次方程 $kx^2+x-2=0$ 有两个实数根，构建不等式求解.

【解答】解：由题意， $\Delta \geq 0$ 且 $k \neq 0$,

$$\therefore 1+8k \geq 0,$$

$$\therefore k \geq -\frac{1}{8},$$

$$\therefore k \geq -\frac{1}{8} \text{ 且 } k \neq 0.$$

故选：C.

【点评】考查根的判别式，解题的关键是掌握一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 的根与 $\Delta = b^2 - 4ac$ 有如下关系：

①当 $\Delta > 0$ 时，方程有两个不相等的两个实数根；

②当 $\Delta = 0$ 时，方程有两个相等的两个实数根；

③当 $\Delta < 0$ 时，方程无实数根.

9. 【分析】根据题意设菜地垂直于墙的一边的长为 x 米，则平行于墙的一边的长为 $(49+1-2x)$ 米，则根据图并利用长 $\times$ 宽 = 面积，建立方程并求解即可.

【解答】解：设菜地垂直于墙的一边的长为 x 米，

由题意列方程可得： $x(49+1-2x)=300$,

解得 $x_1=10$, $x_2=15$,

当 $x=10$ 时， $49+1-2x=30$ (米)，不符合题意，舍去，

当 $x=15$ 时， $49+1-2x=20$ (米)，符合题意，

所以菜地垂直于墙的一边的长为 15 米.

故选：C.

【点评】本题考查的是一元二次方程的应用，关键是根据题意找到等量关系式.

10. 【分析】由三角形是等腰三角形，得到① $m=3$ ，或 $n=3$ ，② $m=n$ ；①当 $m=3$ ，或 $n=3$ 时，得到方程的根 $x=3$ ，把 $x=3$ 代入 $x^2-8x+t-1=0$ 即可得到结果；②当 $m=n$ 时，方程 $x^2-8x+t-1=0$ 有两个相等的实数根，由 $\Delta = (-8)^2 - 4(n-1) = 0$ 可得结果.

【解答】解： $\because$ 三角形是等腰三角形，

$\therefore$ ① $m=3$ ，或 $n=3$ ，② $m=n$ 两种情况，

①当 $m=3$ ，或 $n=3$ 时，



$\because m, n$ 是关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 8x + t - 1 = 0$ 的两根,

$\therefore x = 3$,

把 $x = 3$ 代入 $x^2 - 8x + t - 1 = 0$ 得, $3^2 - 8 \times 3 + t - 1 = 0$,

解得: $t = 16$,

当 $t = 16$, 方程的两根是 3 和 5, 3, 3, 5 能组成三角形,

故 $t = 16$;

②当 $m = n$ 时, 方程 $x^2 - 8x + t - 1 = 0$ 有两个相等的实数根,

$\therefore \Delta = (-8)^2 - 4(t - 1) = 0$,

解得: $t = 17$,

当 $t = 17$, 方程的两根都是 4, 4, 4, 3, 能组成三角形,

故 $t = 16$ 或 17.

故选: C.

【点评】 本题考查了等腰三角形的性质, 一元二次方程的根, 一元二次方程根的判别式, 注意分类讨论思想的应用.

二、填空题

11. **【分析】** 根据二次根式的被开方数是非负数列出不等式, 解不等式得到答案.

【解答】 解: 由题意得: $2x - 4 \geq 0$,

解得: $x \geq 2$,

故答案为: $x \geq 2$.

【点评】 本题考查的是二次根式有意义的条件, 掌握二次根式的被开方数是非负数是解题的关键.

12. **【分析】** 把 $x = 1$ 代入已知方程, 列出关于 a 的新方程, 通过解新方程求得 a 的值即可.

【解答】 解: 把 $x = 1$ 代入 $(a - 1)x^2 + a^2x - a = 0$, 得

$a - 1 + a^2 - a = 0$,

解得: $a_1 = 1$, $a_2 = -1$,

$\because a - 1 \neq 0$,

$\therefore a = -1$.

故答案为: -1 .

【点评】 本题考查了一元二次方程的解. 一元二次方程的根一定满足该方程的解析式.



13. 【分析】先设 $x^2+y^2=t$ ，则方程即可变形为 $t(t-2)=3$ ，解方程即可求得 t 即 x^2+y^2 的值.

【解答】解：设 $x^2+y^2=t$ ($t \geq 0$). 则原方程可化为： $t(t-2)=3$ ，即 $(t-3)(t+2)=0$ ，
 $\therefore t-3=0$ 或 $t+2=0$ ，

解得 $t=3$ ，或 $t=-2$ (不合题意，舍去)；

故答案为：3.

【点评】考查了换元法解一元二次方程. 换元的实质是转化，关键是构造元和设元，理论依据是等量代换，目的是变换研究对象，将问题移至新对象的知识背景中去研究，从而使非标准型问题标准化、复杂问题简单化，变得容易处理.

14. 【分析】设全班有 x 人. 根据互赠卡片一张，则 x 人共赠卡片 $x(x-1)$ 张，列方程即可.

【解答】解：根据题意得，

$$x(x-1)=132, \text{ 即 } x^2-x-132=0,$$

故答案为： $x^2-x-132=0$.

【点评】本题考查由实际问题抽象出一元二次方程. 理解题意列出方程是关键.

15. 【分析】将 $x=2$ 代入方程求得 m 的值，继而可还原方程，因式分解法求解得出 x 的值，根据直角三角形的性质分类讨论即可得出答案.

【解答】解：将 $x=2$ 代入方程得： $4-2(m-1)+m+2=0$ ，

解得： $m=8$ ，

则方程为 $x^2-7x+10=0$ ，

即 $(x-5)(x-2)=0$ ，

解得： $x=5$ 或 $x=2$ ，

当 5 是直角三角形的直角边长时，第三边的长为 $\sqrt{5^2+2^2}=\sqrt{29}$ ；

当 5 是直角三角形的斜边长时，第三边的长为 $\sqrt{5^2-2^2}=\sqrt{21}$.

综上所述，第三边的长为 $\sqrt{29}$ 或 $\sqrt{21}$.

故答案为： $\sqrt{29}$ 或 $\sqrt{21}$.

【点评】本题主要考查一元二次方程的解、解方程的能力、直角三角形的性质及勾股定理，熟练掌握方程的解的定义及解方程的能力是解题的关键.

三、解答题

16. 【分析】(1) 先计算乘除，再计算加减即可；

(2) 求出 $x-y$ ， xy ，利用整体代入的思想解决问题.



【解答】解：(1) 原式 $= \sqrt{48 \div 3} - \sqrt{\frac{1}{2} \times 12} + 3\sqrt{6} - 4$

$$= 4 - \sqrt{6} + 3\sqrt{6} - 4$$

$$= 2\sqrt{6};$$

(2) $\because x = \sqrt{3} + 1, y = \sqrt{3} - 1,$

$$\therefore x - y = 2, xy = 3 - 1 = 2,$$

$$\therefore x^2 - xy + y^2 = (x - y)^2 + xy = 4 + 2 = 6.$$

【点评】 本题考查二次根式的化简求值，解题的关键是掌握二次根式的混合运算法则。

17. **【分析】** (1) 分解因式得到 $(x - 2)(x + 1) = 0$ ，推出方程 $x - 2 = 0, x + 1 = 0$ ，求出方程的解即可。

(2) 变形后得到 $x^2 - \frac{3}{2}x = -\frac{1}{2}$ ，配方推出 $(x - \frac{3}{4})^2 = \frac{1}{16}$ ，开方得到方程 $x - \frac{3}{4} = \pm \frac{1}{4}$ ，求出方程的解即可。

【解答】解：(1) $x(x - 2) + x - 2 = 0$

分解因式得： $(x - 2)(x + 1) = 0,$

$$\therefore x - 2 = 0, x + 1 = 0,$$

解方程得： $x_1 = 2, x_2 = -1.$

(2) $2x^2 - 3x + 1 = 0,$

变形得： $x^2 - \frac{3}{2}x = -\frac{1}{2},$

配方得： $x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{9}{16} = \frac{1}{16},$

即 $(x - \frac{3}{4})^2 = \frac{1}{16},$

开方得： $x - \frac{3}{4} = \pm \frac{1}{4},$

解得： $x_1 = 1, x_2 = \frac{1}{2}.$

【点评】 本题主要考查对解一元二次方程，解一元一次方程等知识点的理解和掌握，能选择适当的方法解一元二次方程是解此题的关键。

18. **【分析】** (1) 把 $40m$ 代入公式即可，

(2) 把 $80m$ 代入公式求出时间，与 (1) 中时间相比较即可得到结论。

(3) 求出 h ，代入动能计算公式即可求出。

【解答】解：(1) 由题意知 $h = 40m, t = \sqrt{\frac{h}{5}} = \sqrt{\frac{40}{5}} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}(s),$



(2) 不正确,

理由如下: 当 $h_2=80m$ 时, $t_2 = \sqrt{\frac{80}{5}} = \sqrt{16} = 4 (s)$,

$$\because 4 \neq 2 \times 2\sqrt{2},$$

$\therefore$ 不正确;

(3) 当 $t=6s$ 时, $6 = \sqrt{\frac{h}{5}}$, $h = 180m$,

鸡蛋产生的动能 $= 10 \times 0.05 \times 180 = 90 (J)$.

严禁高空抛物, 一个鸡蛋都能砸伤人.

【点评】 本题考查二次根式的应用, 通过具体情境考查二次根式, 理解公式, 正确运算代入求值是解决本题的关键.

19. **【分析】** (1) 证明 $\Delta > 0$, 可得结论;

(2) 根据方程解的定义求出 k 的值, 再求出方程的根可得结论.

【解答】 (1) 证明: $\because \Delta = [- (k+2)]^2 - 4(2k-1)$

$$= k^2 + 4k + 4 - 8k + 4$$

$$= k^2 - 4k + 4 + 4$$

$$= (k-2)^2 + 4,$$

$$\because (k-2)^2 \geq 0,$$

$$\therefore \Delta > 0,$$

$\therefore$ 该方程总有两个不相等的实数根;

(2) 解: $\because$ 方程的一个根为 3,

$$\therefore 9 - 3(k+2) + 2k - 1 = 0,$$

$$\therefore k = 2,$$

$$\therefore \text{方程为 } x^2 - 4x + 3 = 0,$$

$$\therefore x_1 = 3, x_2 = 1,$$

$\therefore$ 另一个根为 1, $k = 2$.

【点评】 本题考查根与系数关系, 根的判别式, 解题的关键是掌握根与系数关系, 属于中考常考题型.

20. **【分析】** (1) 利用平方差公式将题目中的式子分母有理化即可;

(2) 将式子中的每一个式子进行分母有理化, 然后计算加减即可;

(3) 根据小明的解答过程, 将 $a = \frac{1}{\sqrt{26}-5}$ 变形, 将变形后的式子代入所求的代数式, 然后



求出代数式的值即可.

【解答】解: (1) $\frac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}$

$$= \frac{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}}{(\sqrt{n+1}+\sqrt{n})(\sqrt{n+1}-\sqrt{n})}$$

$$= \frac{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}}{n+1-n}$$

$$= \sqrt{n+1}-\sqrt{n},$$

故答案为: $\sqrt{n+1}-\sqrt{n}$;

(2) $\frac{1}{\sqrt{2}+1} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \frac{1}{2+\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2024}+\sqrt{2023}}$

$$= \sqrt{2}-1 + \sqrt{3}-\sqrt{2} + 2-\sqrt{3} + \dots + \sqrt{2024}-\sqrt{2023}$$

$$= -1 + \sqrt{2024}$$

$$= -1 + 2\sqrt{506};$$

(3) $\because a = \frac{1}{\sqrt{26}-5},$

$$\therefore a = \frac{1}{\sqrt{26}-5} = \frac{\sqrt{26}+5}{(\sqrt{26}-5)(\sqrt{26}+5)} = \sqrt{26}+5,$$

$$\therefore a-5 = \sqrt{26}, \text{ 即 } (a-5)^2 = 26,$$

$$\therefore a^2 - 10a = 1, \quad a^3 = a + 10a^2,$$

$$\therefore a^3 - 11a^2 + 9a + 1$$

$$= a + 10a^2 - 11a^2 + 9a + 1$$

$$= -a^2 + 10a + 1$$

$$= -(a^2 - 10a) + 1$$

$$= -1 + 1$$

$$= 0.$$

【点评】 本题考查了二次根式的化简求值, 分母有理化, 熟练掌握运算法则是解答本题的关键.

21. **【分析】** (1) 设该品牌头盔销售量的月平均增长率为 x , 利用 6 月份的销售量 = 4 月份的销售量 $\times (1 + \text{该品牌头盔销售量的月平均增长率})^2$, 可列出关于 x 的一元二次方程, 解之取其符合题意的值, 即可得出结论;
- (2) 设该品牌头盔的售价定为 y 元/个, 则每个头盔的销售利润为 $(y - 30)$ 元, 月销售量为 $(700 - 10y)$ 个, 利用月销售利润 = 每个头盔的销售利润 $\times$ 月销售量, 可列出关于 y 的一



元二次方程，解之可得出 y 值，再结合要尽可能让顾客得到实惠，即可确定结论.

【解答】解：（1）设该品牌头盔销售量的月平均增长率为 x ，

根据题意得： $150(1+x)^2=216$ ，

解得： $x_1=0.2=20\%$ ， $x_2=-2.2$ （不符合题意，舍去）.

答：该品牌头盔销售量的月平均增长率为 20% ；

（2）设该品牌头盔的售价定为 y 元/个，则每个头盔的销售利润为 $(y-30)$ 元，月销售量为 $300-10(y-40)=(700-10y)$ 个，

根据题意得： $(y-30)(700-10y)=3960$ ，

整理得： $y^2-100y+2496=0$ ，

解得： $y_1=48$ ， $y_2=52$ ，

又 $\because$ 要尽可能让顾客得到实惠，

$\therefore y=48$.

答：该品牌头盔的售价应定为 48 元/个.

【点评】 本题考查了一元二次方程的应用，找准等量关系，正确列出一元二次方程是解题的关键.

22. **【分析】**（1）直接利用求根公式计算即可；

（2）参照（1）中的解法解题即可；

（3）解法同上，利用根的判别式列不等关系可求 m ， n 满足的条件.

【解答】解：（1） $2x^2-7x+6=0$ ，

$\therefore \Delta=49-48=1>0$ ，

$\therefore x=\frac{7\pm1}{4}$ ，

$\therefore x_1=2$ ， $x_2=\frac{3}{2}$ ，

$\therefore$ 满足要求的矩形 B 存在.

故答案为 2 ， $\frac{3}{2}$ ；

（2）设所求矩形的两边分别是 x 和 y ，由题意，得

$$\begin{cases} x+y=\frac{3}{2}, \\ xy=1 \end{cases}$$



消去 y 化简, 得

$$2x^2 - 3x + 2 = 0,$$

$$\because \Delta = 9 - 16 < 0,$$

$\therefore$ 不存在矩形 B .

$$(3) \begin{cases} x + y = \frac{m+n}{2}, \\ xy = \frac{mn}{2}, \end{cases}$$

$$\therefore 2x^2 - (m+n)x + mn = 0,$$

$$\therefore \Delta = (-m-n)^2 - 8mn = (m+n)^2 - 8mn \geq 0$$

$\therefore$ 当 $(m+n)^2 - 8mn \geq 0$ 时, 矩形 B 存在.

【点评】 此类题目考查了一元二次方程的应用, 要读懂题意, 准确地找到等量关系列方程组, 要会灵活运用根的判别式在不解方程的情况下判断一元二次方程的解的情况.

23. **【分析】** (1) 设 x 秒后, $\triangle PBQ$ 的面积为 6cm^2 , 根据题意列出关于 x 的方程, 求出方程的解即可得到结果;

(2) 设 x 秒后, PQ 的长度为 $2\sqrt{10}\text{cm}$, 根据题意列出关于 x 的方程, 求出方程的解即可得到结果;

(3) 先算出 $\triangle ABC$ 面积, 假设能平分, 得出 $\triangle PBQ$ 需有的面积, 设时间 t , 列 $\triangle PBQ$ 面积方程, 通过根的判别式判断方程无实根, 故不能;

(4) 根据题意列出 S 关于 x 的函数关系式, 利用函数的性质来求最值.

【解答】 解: (1) 设 x 秒后, $\triangle PBQ$ 的面积为 6cm^2 ,

根据题意得 $x(5-x) = 6$,

解得: $x_1 = 2, x_2 = 3$.

故 2 或 3 秒后, $\triangle PBQ$ 的面积为 6cm^2 ;

(2) 设 x 秒后, PQ 的长度为 $2\sqrt{10}\text{cm}$

根据题意得 $(5-x)^2 + (2x)^2 = 40$,

解得: $x_1 = -1$ (舍去), $x_2 = 3$.

故 3 秒后, PQ 的长度为 $2\sqrt{10}\text{cm}$;

(3) 不能,

设 t 秒后, 线段 PQ 能把 $\triangle ABC$ 分成面积相等的两部分,

$$\triangle ABC \text{ 的面积} = \frac{1}{2} \times 5 \times 7 = \frac{35}{2}\text{cm}^2,$$



则 $\triangle PBQ$ 的面积 $= \frac{1}{2} \triangle ABC$ 的面积 $= \frac{35}{4} = \frac{1}{2}(5-t) \times 2t$,

化简, 得 $t^2 - 5t + \frac{35}{4} = 0$,

$$\Delta = -10 < 0,$$

$\therefore$ 方程无实数解,

$\therefore$ 不能;

(4) 依题意得 $S_{\text{四边形}APQC} = S_{\triangle ABC} - S_{\triangle BPQ}$,

$$\text{即 } S = \frac{1}{2}AB \cdot BC - \frac{1}{2}BP \cdot BQ = \frac{1}{2} \times 5 \times 7 - \frac{1}{2}(5-x) \cdot 2x = (x-2.5)^2 + 11.25 \quad (0 < x < 3.5),$$

当 $x - 2.5 = 0$, 即 $x = 2.5$ 时, $S_{\text{最小}} = 11.25$.

故经过 2.5s 长时间 S 取得最小值, 最小值为 11.25.

【点评】 此题考查了一元二次方程的应用、二次函数的性质, 解题关键是要读懂题目的意思, 根据题目给出的条件, 找出合适的等量关系, 列出方程, 再求解.