



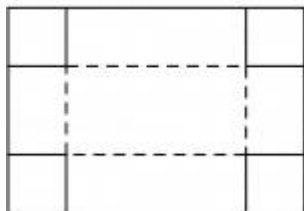
华师版九上数学月考卷（三）

一、选择题

1. 下列方程中，一定是关于 x 的一元二次方程的是（ ）
- A. $x^2 - x(x - 1) = 0$ B. $x^2 + x - 2 = 0$
- C. $x^2 - 2y + 1 = 0$ D. $x^2 - \frac{1}{x} = 1$
2. 一元二次方程 $2x^2 - x - 1 = 0$ 的根的情况是（ ）
- A. 有两个不相等的实数根
- B. 有两个相等的实数根
- C. 没有实数根
- D. 只有一个实数根
3. 下列命题中，真命题是（ ）
- A. 两对角线相等的四边形是矩形
- B. 两对角线互相垂直的四边形是菱形
- C. 两对角线互相垂直平分且相等的四边形是正方形
- D. 一组对边相等另一组对边平行的四边形是平行四边形
4. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 5x - m = 0$ 的一个根是 2，则另一个根是（ ）
- A. -7 B. 7 C. 3 D. -3
5. 用配方法解一元二次方程 $2x^2 - 3x - 1 = 0$ ，配方正确的是（ ）
- A. $(x - \frac{3}{4})^2 = \frac{17}{16}$ B. $(x - \frac{3}{4})^2 = \frac{1}{2}$
- C. $(x - \frac{3}{4})^2 = \frac{13}{4}$ D. $(x - \frac{3}{4})^2 = \frac{11}{4}$

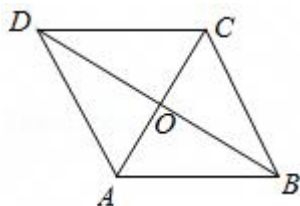


6. 如图，把一块长为 40cm ，宽为 30cm 的矩形硬纸板的四角剪去四个相同小正方形，然后把纸板的四边沿虚线折起，并用胶带粘好，即可做成一个无盖纸盒。若该无盖纸盒的底面积为 600cm^2 ，设剪去小正方形的边长为 $x\text{cm}$ ，则可列方程为（ ）



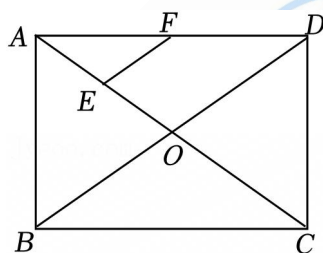
- A. $(30 - 2x)(40 - x) = 600$ B. $(30 - x)(40 - x) = 600$
C. $(30 - x)(40 - 2x) = 600$ D. $(30 - 2x)(40 - 2x) = 600$

7. 如图，菱形 $ABCD$ 的边长为 $\sqrt{5}$ ，对角线 AC ， BD 交于点 O ， $OA=1$ ，则菱形 $ABCD$ 的面积为（ ）



- A. $\sqrt{5}$ B. $2\sqrt{5}$ C. 2 D. 4

8. 如图，在矩形 $ABCD$ 中，对角线 AC 、 BD 相交于点 O ，点 E 、 F 分别是 AO 、 AD 的中点，连接 EF ，若 $AB=6$ ， $BC=8$ ，则 EF 的长是（ ）



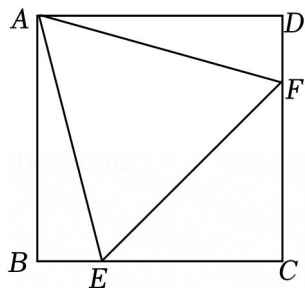
- A. 5 B. 2 C. 2.5 D. 3

9. 菱形的一条对角线长为 8，另一条对角线长是方程 $x^2 - 4x - 12 = 0$ 的一个根，则菱形的边长是（ ）

- A. 10 B. 8 C. 6 D. 5



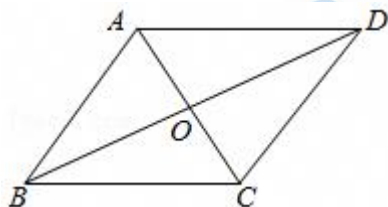
10. 如图，在正方形 $ABCD$ 中，边长为 2 的等边三角形 AEF 的顶点 E 、 F 分别在 BC 和 CD 上，下列结论：① $CE=CF$ ；② $\angle AEB=75^\circ$ ；③ $BE+DF=EF$ ；④ 正方形对角线 $AC=1+\sqrt{3}$ ，其中正确的序号是（ ）



- A. ①②④ B. ①② C. ②③④ D. ①③④

二、填空题

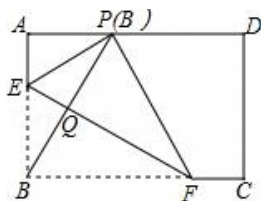
11. 若实数 x 满足方程 $(x+2)(x-5)=0$ ，则 x 的值为_____。
12. 已知关于 x 的方程 $x^2 - (2m+5)x + 3 = 0$ 的一个解为 $x = -1$ ，则该方程的另一根为_____。
13. 如图， $\square ABCD$ 的对角线 AC 、 BD 相交于点 O ，则添加一个适当的条件：_____，可使其成为菱形（只填一个即可）。



14. 已知关于 x 的一元二次方程 $(k-1)x^2 - (k-1)x + \frac{1}{4} = 0$ 有两个相等的实数根，则 k 的值是_____。
15. 对实数 a ， b ，定义运算“ $*$ ”如下： $a*b = a^2 - ab$ 。例如： $4*3 = 4^2 - 4 \times 3 = 4$ 。若 $(x+1)*(3x-2) = 0$ ，则 x 的值为_____。



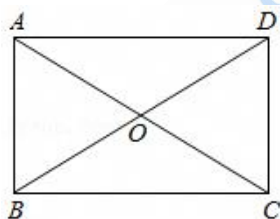
16. 如图，在矩形 $ABCD$ 中，点 E, F 分别在边 AB, BC 上，且 $AE = \frac{1}{3}AB$ ，将矩形沿直线 EF 折叠，点 B 恰好落在 AD 边上的点 P 处，连接 BP 交 EF 于点 Q ，对于下列结论：① $EF = 2BE$ ；② $PF = 2PE$ ；③ $FQ = 4EQ$ ；④ $\triangle PBF$ 是等边三角形．其中正确的是_____（填序号）



三、解答题

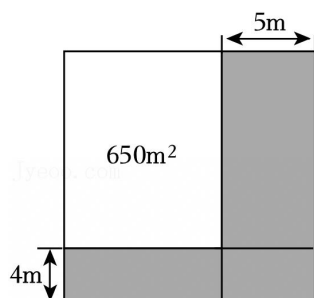
17. 解方程： $x(x+2) = 3x+6$.

18. 如图，矩形 $ABCD$ 的对角线 $AC = 8\text{cm}$ ， $\angle AOB = 60^\circ$ ，求 BC 的长.

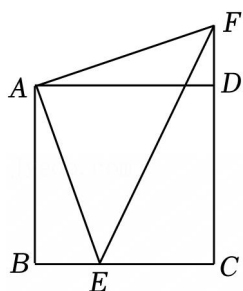




19. 如图，某校进行校园改造，准备将一块正方形空地划出部分区域栽种鲜花，原空地一边减少了 $4m$ ，另一边减少了 $5m$ ，剩余部分面积为 $650m^2$ ，求原正方形空地的边长.



20. 如图，在正方形 $ABCD$ 中，点 E 是 BC 上一点，点 F 是 CD 的延长线上的一点，且 $BE = DF$ ，判断 $\triangle AEF$ 的形状，并说明理由.





21. 已知关于 x 的一元二次方程: $x^2 - 2x - k - 2 = 0$ 有两个不相等的实数根.

- (1) 求 k 的取值范围;
- (2) 给 k 取一个负整数值, 解这个方程.

22. 运城临猗苹果是山西省名优特产, 其果色鲜艳, 果肉脆甜, 汁水丰富, 富含人体所必需的各类营养成分. 2022 年临猗某果园苹果年产 8000 吨, 2024 年实现了年产 15680 吨的目标.

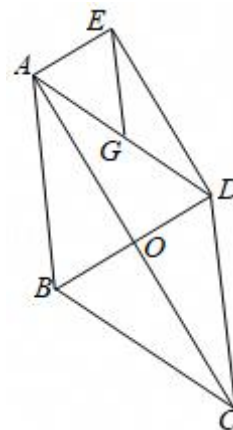
- (1) 求该果园 2022 年至 2024 年苹果年产量的年平均增长率;
- (2) 某果库以 640000 元的成本采购了苹果 80 吨, 目前可以以 12000 元/吨的价格售出. 如果储藏起来, 每星期会损失 2 吨, 且每星期需要支付各种费用 16000 元, 但同时每星期每吨的价格会上涨 2000 元, 那么储藏多少个星期后, 出售这批苹果可获利 1220000 元?



23. 如图，已知菱形 $ABCD$ 的对角线 AC , BD 交于点 O ，分别过点 A , D 作 AO , DO 的垂线，两垂线交于点 E .

(1) 请判断四边形 $AODE$ 的形状并给出证明；

(2) 若四边形 $AODE$ 的面积为 12，点 G 是四边形 $AODE$ 对角线 AD 的中点，且 $EG = \frac{5}{2}$ ，请计算四边形 $AODE$ 的周长.





24. 阅读下列材料，完成文后任务：

我们知道， $a^2+2ab+b^2$ 或 $a^2-2ab+b^2$ 都称为完全平方式，通常把一个二项式加上某一项后使之成为完全平方式的方法称为配方法，利用配方法不仅可以解一元二次方程，还有其他方面的应用。

例如：若 $m^2+2m+n^2-4n+5=0$ ，求 m 和 n 的值。

解：由已知得， $m^2+2m+1+n^2-4n+4=0$ ， $\therefore (m+1)^2+(n-2)^2=0$ ，

$\therefore m+1=0$ ， $n-2=0$ ， $\therefore m=-1$ ， $n=2$ 。

又如：求代数式 y^2+6y+1 的最小值。

解： $y^2+6y+1=y^2+6y+9-8=(y+3)^2-8$ ，

$\because (y+3)^2 \geq 0$ ， $\therefore (y+3)^2-8 \geq -8$ ，

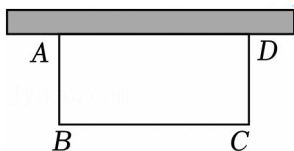
$\therefore$ 代数式 y^2+6y+1 的最小值为 -8 。

任务：

(1) 已知 $x^2+5y^2-4xy+2y+1=0$ ，求 x 和 y 的值。

(2) 求代数式 m^2+m+2 的最小值。

(3) 某居民小区要在一块一边靠墙（墙长 15 米）的空地上建一个矩形花园 $ABCD$ ，花园一边靠墙，另三边用总长为 20 米的栅栏围成，如图所示。设 $AB=x$ 米，请问，当 x 取何值时，花园的面积最大？最大面积是多少平方米？





25. 某数学兴趣小组在数学课外活动中, 研究三角形和正方形的性质时, 做了如下探究: 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC=90^\circ$, $AB=AC$, 点 D 为直线 BC 上一动点 (点 D 不与 B, C 重合), 以 AD 为边在 AD 右侧作正方形 $ADEF$, 连接 CF .

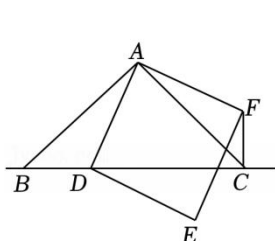


图1

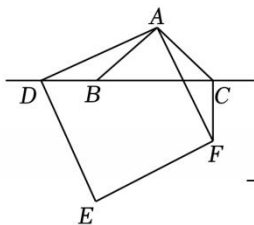


图2

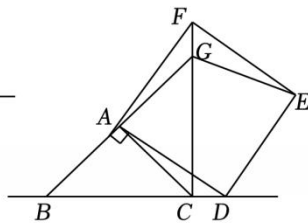


图3

(1) 观察猜想

如图1, 当点 D 在线段 BC 上时,

① BC 与 CF 的位置关系为_____;

② BC, CD, CF 之间的数量关系为_____. (将结论直接写在横线上)

(2) 数学思考

如图2, 当点 D 在线段 CB 的延长线上时, 结论①, ②是否仍然成立? 若成立, 请给予证明; 若不成立, 请你写出正确结论再给予证明.

(3) 拓展延伸

如图3, 当点 D 在线段 BC 的延长线上时, 延长 BA 交 CF 于点 G , 连接 GE . 若已知 $AB = 2\sqrt{2}$, $CD = \frac{1}{4}BC$, 请求出 GE 的长.



华师版九上数学月考卷（三）

参考答案与试题解析

一、选择题

1. **【分析】**只含有一个未知数，且未知数的最高次数为2的整式方程叫做一元二次方程，据此求解即可.

【解答】解：根据一元二次方程的定义逐项分析判断如下：

A、方程 $x^2 - x(x - 1) = 0$ 化简得 $x = 0$ ，未知数的最高次不是2，故原方程不是一元二次方程，不符合题意；

B、方程 $x^2 + x - 2 = 0$ 是一元二次方程，符合题意；

C、方程 $x^2 - 2y + 1 = 0$ 中含有两个未知数，故原方程不是一元二次方程，不符合题意；

D、方程 $x^2 - \frac{1}{x} = 1$ 不是整式方程，故原方程不是一元二次方程，不符合题意；

故选：B.

【点评】本题主要考查了一元二次方程的定义，熟练掌握该知识点是关键.

2. **【分析】**根据根的判别式的值进行判断即可.

【解答】解：依题意，因为一元二次方程 $2x^2 - x - 1 = 0$ ，

所以 $\Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4 \times 2 \times (-1) = 1 + 8 = 9 > 0$ ，

$\therefore$ 方程有两个不相等的实数根，

故选：A.

【点评】本题考查了一元二次方程根的判别式，牢记“当 $\Delta > 0$ 时，方程有两个不相等的实数根；当 $\Delta = 0$ 时，方程有两个相等的实数根；当 $\Delta < 0$ 时，方程无实数根”是解题的关键.

3. **【分析】**根据矩形的判定方法对A进行判断；根据菱形的判定方法对B进行判断；根据正方形的判定方法对C进行判断；根据平行四边形的判定方法对D进行判断.

【解答】解：A、两对角线相等的平行四边形是矩形，所以A选项为假命题；

B、两对角线互相垂直平分的四边形是菱形，所以B选项为假命题；

C、两对角线互相垂直平分且相等的四边形是正方形，所以C选项为真命题；

D、一组对边相等另一组对边也相等的四边形是平行四边形，所以D选项为假命题；

故选：C.

【点评】本题考查了命题与定理：命题的“真”“假”是就命题的内容而言. 任何一个命题



非真即假. 要说明一个命题的正确性, 一般需要推理、论证, 而判断一个命题是假命题, 只需举出一个反例即可.

4. 【分析】根据根与系数的关系即可求出答案.

【解答】解: 设另一个根为 x , 则

$$x+2=-5,$$

$$\text{解得 } x=-7.$$

故选: A.

【点评】本题考查根与系数的关系, 解题的关键是熟练运用根与系数的关系, 本题属于基础题型.

5. 【分析】将常数项移到方程的右边, 再将二次项系数化为 1, 继而两边都加上一次项系数一半的平方配成完全平方式后即可.

【解答】解: $\because 2x^2 - 3x - 1 = 0$,

$$\therefore 2x^2 - 3x = 1,$$

$$\therefore x^2 - \frac{3}{2}x = \frac{1}{2},$$

$$\text{则 } x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{9}{16} = \frac{1}{2} + \frac{9}{16}, \text{ 即 } (x - \frac{3}{4})^2 = \frac{17}{16},$$

故选: A.

【点评】本题主要考查解一元二次方程的能力, 熟练掌握解一元二次方程的几种常用方法: 直接开平方法、因式分解法、公式法、配方法, 结合方程的特点选择合适、简便的方法是解题的关键.

6. 【分析】设剪去小正方形的边长是 x cm, 则纸盒底面的长为 $(40 - 2x)$ cm, 宽为 $(30 - 2x)$ cm, 根据长方形的面积公式结合纸盒的底面积是 600cm^2 , 即可得出关于 x 的一元二次方程, 此题得解.

【解答】解: 设剪去小正方形的边长是 x cm, 则纸盒底面的长为 $(40 - 2x)$ cm, 宽为 $(30 - 2x)$ cm,

$$\text{根据题意得: } (30 - 2x)(40 - 2x) = 600.$$

故选: D.

【点评】本题考查由实际问题抽象出一元二次方程, 找准等量关系, 正确列出一元二次方程是解题的关键.

7. 【分析】根据菱形的对角线互相垂直且互相平分, 可得出对角线 AC 的长度, 依据勾股定理



即可得到另一条对角线的长度，进而根据公式可得出菱形的面积.

【解答】解：∵ 对角线 AC , BD 交于点 O , $OA=1$,

$$\therefore AC=2AO=2,$$

∵ 菱形 $ABCD$ 的边长为 $\sqrt{5}$,

$$\therefore AB=\sqrt{5},$$

$$\therefore BO=\sqrt{AB^2-AO^2}=\sqrt{4}=2,$$

$$\therefore BD=2BO=4,$$

$$\therefore \text{菱形 } ABCD \text{ 的面积}=\frac{1}{2}BD \times AC=\frac{1}{2} \times 4 \times 2=4,$$

故选：D.

【点评】 本题考查了菱形面积的计算以及勾股定理在直角三角形中的运用，菱形的面积等于两条对角线长乘积的一半.

8. **【分析】** 先根据四边形 $ABCD$ 是矩形可知 $\angle BCD=90^\circ$, $CD=AB=6$; $OD=\frac{1}{2}BD$; 然后在 $\text{Rt}\triangle BCD$ 中由勾股定理求出 BD 的长度，再得到 OD 的长度，最后在 $\triangle AOD$ 中运用三角形中位线定理得出 EF 的长度即可.

【解答】解：∵ 四边形 $ABCD$ 是矩形，

$$\therefore \angle BCD=90^\circ, CD=AB=6, OD=\frac{1}{2}BD.$$

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle BCD \text{ 中, } BD=\sqrt{CD^2+BC^2}=\sqrt{6^2+8^2}=10.$$

$$\therefore OD=\frac{1}{2}BD=5.$$

又∵ 点 E 、 F 分别是 AO 、 AD 的中点，

∴ EF 是 $\triangle AOD$ 的中位线，

$$\therefore EF=\frac{1}{2}OD=2.5.$$

故选：C.

【点评】 本题主要考查了矩形的性质、勾股定理、三角形中位线等知识点，灵活运用相关性质、定理是解答本题的关键.

9. **【分析】** 先解一元二次方程求出菱形的对角线，再根据菱形对角线垂直且互相平分及勾股定理求解即可.

【解答】解：解方程 $x^2-4x-12=0$ 得，

$$x=6 \text{ 或 } x=-2 \text{ (舍去),}$$



即另一条对角线长是 6,

∵ 菱形的一条对角线长为 8,

∴ 菱形的边长 $= \sqrt{(\frac{8}{2})^2 + (\frac{6}{2})^2} = 5$.

故选: D.

【点评】 本题考查了解一元二次方程, 菱形的性质, 勾股定理, 求出一元二次方程的解是解题的关键.

10. **【分析】** 根据三角形全等的知识可以判断①的正误; 根据角角之间的数量关系, 以及三角形内角和为 180° 判断②的正误; 根据线段垂直平分线的知识可以判断③的正误, 根据三线合一的性质, 可判定 $AC \perp EF$, 然后分别求得 AG 与 CG 的长, 继而求得答案.

【解答】 解: ∵ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

∴ $AB = AD$,

∵ $\triangle AEF$ 是等边三角形,

∴ $AE = AF$,

在 $\text{Rt}\triangle ABE$ 和 $\text{Rt}\triangle ADF$ 中,

$$\begin{cases} AB = AD \\ AE = AF \end{cases}$$

∴ $\text{Rt}\triangle ABE \cong \text{Rt}\triangle ADF$ (HL),

∴ $BE = DF$,

∵ $BC = DC$,

∴ $BC - BE = CD - DF$,

∴ $CE = CF$, 故①正确;

∵ $CE = CF$,

∴ $\triangle ECF$ 是等腰直角三角形,

∴ $\angle CEF = 45^\circ$,

∵ $\angle AEF = 60^\circ$,

∴ $\angle AEB = 75^\circ$, 故②正确;

如图, 连接 AC , 交 EF 于 G 点,

∴ $AC \perp EF$, 且 AC 平分 EF ,

∵ $\angle CAF \neq \angle DAF$,

∴ $DF \neq FG$,



第 14 页 共 23 页



形.

故答案为: $AC \perp BD$ 或 $AB = BC$ (答案不唯一).

【点评】此题考查了菱形的判定, 以及平行四边形的性质, 熟练掌握菱形的判定方法是解本题的关键.

14. **【分析】**若一元二次方程有两个相等的实数根, 则根的判别式 $\Delta = b^2 - 4ac = 0$, 建立关于 k 的等式, 求出 k 的值.

【解答】解: 由题意知方程有两相等的实根,

$$\therefore \Delta = b^2 - 4ac = (k-1)^2 - 4(k-1) \times \frac{1}{4} = 0,$$

解得 $k=1$, $k=2$,

$$\because k-1 \neq 0,$$

$$\therefore k=2,$$

故答案为: 2.

【点评】本题考查了根的判别式: 一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 的根与 $\Delta = b^2 - 4ac$ 有如下关系: 当 $\Delta > 0$ 时, 方程有两个不相等的两个实数根; 当 $\Delta = 0$ 时, 方程有两个相等的两个实数根; 当 $\Delta < 0$ 时, 方程无实数根.

15. **【分析】**根据新定义, 转化为一元二次方程, 先化为一般形式, 再利用公式法求解.

【解答】解: $\because a*b = a^2 - ab$,

$$\therefore (x+1) * (3x-2) = 0,$$

$$(x+1)^2 - (x+1)(3x-2) = 0,$$

$$x^2+2x+1 - 3x^2+2x - 3x+2 = 0,$$

$$-2x^2+x+3 = 0,$$

$$\therefore a = -2, b = 1, c = 3,$$

$$b^2 - 4ac = 1^2 - 4 \times (-2) \times 3 = 25 > 0,$$

$$\therefore x = \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{2 \times (-2)},$$

$$\text{即 } x_1 = -1, x_2 = \frac{3}{2}.$$

故答案为: -1 或 $\frac{3}{2}$.

【点评】本题考查了实数的运算, 解一元二次方程, 掌握相应的运算法则是关键.

16. **【分析】**由条件可得 $\angle APE = 30^\circ$, 则 $\angle PEF = \angle BEF = 60^\circ$, 可得 $EF = 2BE$, $PF = \sqrt{3}PE$,



$EF=2BE=4EQ$ ，从而可判断出正确的结论.

【解答】解：由折叠可得 $PE=BE$ ， $PF=BF$ ， $\angle PEF=\angle BEF$ ， $\angle EFB=\angle EFP$ ，

$$\because AE=\frac{1}{3}AB,$$

$$\therefore BE=PE=2AE,$$

$$\therefore \angle APE=30^\circ,$$

$$\therefore \angle PEF=\angle BEF=60^\circ,$$

$$\therefore \angle EFB=\angle EFP=30^\circ,$$

$$\therefore EF=2BE, PF=\sqrt{3}PE,$$

$\therefore$ ①正确，②不正确；

又 $\because EF \perp BP$ ，

$$\therefore EF=2BE=4EQ,$$

$\therefore$ ③不正确；

又 $\because PF=BF$ ， $\angle BFP=2\angle EFP=60^\circ$ ，

$\therefore \triangle PBF$ 为等边三角形，

$\therefore$ ④正确；

所以正确的为①④，

故答案为：①④.

【点评】本题主要考查矩形的性质和轴对称的性质、等边三角形的判定、直角三角形的性质等知识，综合性较强，掌握直角三角形中 30° 角所对的直角边是斜边的一半是解题的关键.

三、解答题

17. **【分析】**先变形得到 $x(x+2) - 3(x+2) = 0$ ，然后利用因式分解法解方程.

【解答】解： $x(x+2) - 3(x+2) = 0$ ，

$$(x+2)(x-3) = 0,$$

$$x+2=0 \text{ 或 } x-3=0,$$

所以 $x_1 = -2$ ， $x_2 = 3$.

【点评】本题考查了解一元二次方程 - 因式分解法：就是先把方程的右边化为 0，再把左边通过因式分解化为两个一次因式的积的形式，那么这两个因式的值就都有可能为 0，这就能得到两个一元一次方程的解，这样也就把原方程进行了降次，把解一元二次方程转化为解



一元一次方程的问题了（数学转化思想）.

18. **【分析】**由矩形的性质得出 $OA=OB=4cm$ ，再证明 $\triangle AOB$ 是等边三角形，得出 $OA=AB=4cm$ ，由勾股定理可得 BC 的长.

【解答】解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形，

$$\therefore OA = \frac{1}{2}AC = 4cm, OB = \frac{1}{2}BD, AC = BD,$$

$$\therefore OA = OB = 4cm,$$

$$\therefore \angle AOB = 60^\circ,$$

$\therefore \triangle AOB$ 是等边三角形，

$$\therefore OA = AB = 4cm,$$

$$\therefore BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{64 - 16} = 4\sqrt{3} (cm).$$

【点评】本题考查了矩形的性质、等边三角形的判定与性质；熟练掌握矩形的性质，证明 $\triangle AOB$ 是等边三角形是解决问题的关键.

19. **【分析】**设原正方形空地的边长为 xm ，则剩余部分长 $(x-4)m$ ，宽 $(x-5)m$ ，根据剩余部分面积为 $650m^2$ ，即可得出关于 x 的一元二次方程，解之取其正值即可得出结论.

【解答】解：设原正方形空地的边长为 xm ，则剩余部分长 $(x-4)m$ ，宽 $(x-5)m$ ，

$$\text{依题意得：} (x-4)(x-5) = 650$$

$$\text{整理得：} x^2 - 9x - 630 = 0,$$

$$\text{解得：} x_1 = 30, x_2 = -21 \text{ (不合题意，舍去).}$$

答：原正方形空地的边长为 $30m$.

【点评】本题考查了一元二次方程的应用，找准等量关系，正确列出一元二次方程是解题的关键.

20. **【分析】**先根据正方形的性质得到 $AB=AD$ ， $\angle B = \angle ADC = 90^\circ$ ，再根据 $BE=DF$ ，可判断 $\triangle ABE \cong \triangle ADF$ (SAS)，由全等三角形的性质可得 $\angle BAE = \angle DAF$ ， $AE=AF$ ，可得 $\angle EAF = 90^\circ$ ，于是可判断 $\triangle AEF$ 是等腰直角三角形.

【解答】解： $\triangle AEF$ 是等腰直角三角形.

理由如下：

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$$\therefore AB = AD, \angle B = \angle ADC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ADF = 90^\circ,$$



$$\therefore \angle B = \angle ADF = \angle BAD = 90^\circ,$$

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle ADF$ 中,

$$\begin{cases} AB = AD \\ \angle B = \angle ADF, \\ BE = DF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle ADF \text{ (SAS)},$$

$$\therefore \angle BAE = \angle DAF, AE = AF.$$

$$\because \angle BAD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle EAF = \angle EAD + \angle DAF = \angle EAD + \angle BAE = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle EAF = 90^\circ,$$

故 $\triangle AEF$ 是等腰直角三角形.

【点评】 本题主要考查了正方形的性质, 全等三角形的判定及性质, 熟悉掌握各性质是解题的关键.

21. **【分析】** (1) 利用判别式的意义得到 $\Delta = (-2)^2 - 4(-k-2) > 0$, 然后解不等式即可;
(2) 在 (1) 中的 k 的范围内取 -2 , 方程变形为 $x^2 - 2x = 0$, 然后利用因式分法解方程即可.

【解答】 解: (1) 根据题意得 $\Delta = (-2)^2 - 4(-k-2) > 0$,

解得 $k > -3$;

(2) 取 $k = -2$, 则方程变形为 $x^2 - 2x = 0$, 解得 $x_1 = 0, x_2 = 2$.

【点评】 本题考查了根的判别式: 一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的根与 $\Delta = b^2 - 4ac$ 有如下关系: 当 $\Delta > 0$ 时, 方程有两个不相等的实数根; 当 $\Delta = 0$ 时, 方程有两个相等的实数根; 当 $\Delta < 0$ 时, 方程无实数根.

22. **【分析】** (1) 设该果园 2022 年至 2024 年苹果年产量的年平均增长率为 x , 根据 2022 年临猗某果园苹果年产 8000 吨, 2024 年实现了年产 15680 吨的目标, 列出一元二次方程, 解之取符合题意的值即可;

(2) 设储藏 m 个星期后, 出售这批苹果获利 1220000 元, 根据获利 122000 元, 列出一元二次方程, 解之取符合题意的值即可.

【解答】 解: (1) 设该果园 2022 年至 2024 年苹果年产量的年平均增长率为 x ,
根据题意得: $8000(1+x)^2 = 15680$,

解得: $x_1 = 0.4 = 40\%, x_2 = -2.4$ (不合题意, 舍去),

答: 该果园 2022 年至 2024 年苹果年产量的年平均增长率为 40%;



(2) 设储藏 m 个星期后, 出售这批苹果获利 1220000 元,
根据题意得 $(1200+200m) \times (80-2m) - 1600m - 64000 = 122000$,
整理得: $m^2 - 30m + 225 = 0$,
解得: $m_1 = m_2 = 15$.

答: 储藏 15 个星期后, 出售这批苹果可获利 1220000 元.

【点评】 本题考查了一元二次方程的应用, 找准等量关系, 正确列出一元二次方程是解题的关键.

23. **【分析】** (1) 根据菱形的性质可得对角线互相垂直, 再根据已知条件即可得四边形 $AODE$ 是矩形;

(2) 由 (1) 知, 四边形 $AODE$ 是矩形, 根据直角三角形斜边中线等于斜边一半可得 AD 长, 由四边形 $AODE$ 的面积为 12, 可得 $AO \cdot OD = 12$, 根据勾股定理可得 $AO + OD = 7$, 进而可得四边形 $AODE$ 的周长.

【解答】 解: (1) 四边形 $AODE$ 是矩形, 理由如下:

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形,

$\therefore AC \perp BD$,

$\therefore \angle AOD = 90^\circ$,

$\because EA \perp AO, DO \perp AO$,

$\therefore \angle EAO = \angle DOA = 90^\circ$,

$\therefore$ 四边形 $AODE$ 是矩形;

(2) 由 (1) 知, 四边形 $AODE$ 是矩形,

$\therefore \angle AED = 90^\circ$,

$\because$ 点 G 是矩形 $AODE$ 对角线 AD 的中点,

$\therefore EG = \frac{1}{2}AD = \frac{5}{2}$,

$\therefore AD = 5$,

$\because$ 四边形 $AODE$ 的面积为 12,

$\therefore AO \cdot OD = 12$,

在 $Rt\triangle AOD$ 中, 根据勾股定理, 得

$AO^2 + OD^2 = AD^2 = 25$,

$\therefore (AO + OD)^2 = AO^2 + 2AO \cdot OD + OD^2 = 25 + 24 = 49$,



$$\therefore AO+OD=7,$$

$\therefore$ 四边形 $AODE$ 的周长为 14.

【点评】 本题考查的是矩形的判定与性质，平行四边形的判定和性质，勾股定理的应用，能综合运用知识点进行推理是解此题的关键，注意：菱形的对角线互相平分且垂直.

24. **【分析】** (1) 根据题意可利用配方法得 $(x-2y)^2 + (y+1)^2 = 0$ ，再根据完全平方公式的非负性即可求得 x 和 y 的值.

(2) 根据题意可利用配方法得 $m^2 + m + 2 = (m + \frac{1}{2})^2 + \frac{7}{4}$ ，再根据完全平方公式的非负性即可得 $(m + \frac{1}{2})^2 + \frac{7}{4} \geq \frac{7}{4}$ ，进而求解.

(3) 根据题意可得 $AB=x$ 米， $CD=x$ 米， $BC=(20-2x)$ 米，代入 $S=AB \cdot BC$ 中，进行配方可得 $S=-2(x-5)^2+50$ ，再利用完全平方公式的非负性即可求解.

【解答】 解：(1) $\because x^2+5y^2-4xy+2y+1=0$,

$$\therefore x^2-4xy+4y^2+y^2+2y+1=0,$$

$$\therefore (x-2y)^2 + (y+1)^2 = 0,$$

$$\therefore x-2y=0, y+1=0,$$

$$\therefore x=-2, y=-1.$$

$$(2) m^2 + m + 2 = m^2 + m + \frac{1}{4} + \frac{7}{4} = (m + \frac{1}{2})^2 + \frac{7}{4},$$

$$\because (m + \frac{1}{2})^2 \geq 0,$$

$$\therefore (m + \frac{1}{2})^2 + \frac{7}{4} \geq \frac{7}{4},$$

$$\therefore m^2+m+2 \text{ 的最小值为 } \frac{7}{4}.$$

(3) 某居民小区要在—块—边靠墙（墙长 15 米）的空地上建一个矩形花园 $ABCD$ ，花园—边靠墙，另三边用总长为 20 米的栅栏围成，

$$\because AB=x \text{ 米},$$

$$\therefore CD=x \text{ 米},$$

$$\because AB+BC+DC=20,$$

$$\therefore BC=(20-2x) \text{ 米},$$

$$\therefore \text{花园的面积 } S=AB \cdot BC=x(20-2x)=-2x^2+20x=-2(x^2-10x+25)+50=-2(x-5)^2+50,$$



$$\therefore -2(x-5)^2 \leq 0,$$

$$\therefore -2(x-5)^2 + 50 \leq 50,$$

$\therefore$ 当 $x=5$ 时, 花园的面积最大, 最大面积是 50 平方米.

【点评】 本题主要考查了配方法, 完全平方公式的非负性, 熟练掌握以上知识是解题的关键.

25. **【分析】** (1) ①先证明 $\triangle ACF \cong \triangle ABD$, 得到 $\angle ACF = \angle ABD = 45^\circ$, 利用角的和差即可得出结论; ②根据全等三角形的性质得到 $CF = BD$, 再利用线段的和差即可得出结论;

(2) 先证明 $\triangle ACF \cong \triangle ABD$, $\angle ACF = \angle ABD = 135^\circ$, $CF = BD$, 再利用角的和差以及线段的和差即可得出结论;

(3) 过点 A 作 $AM \perp BC$ 于点 M , 过点 E 作 $EN \perp BC$ 于点 N , $EP \perp CF$ 于点 P , 先证明 $\triangle DNE \cong \triangle AMD$ 得到 $EN = MD = 3$, $DN = AM = 2$, 再通过证明四边形 $PCNE$ 是矩形, 得到 $PC = EN = 3$, $PE = CN = 3$, 最后在 $\text{Rt}\triangle GEP$ 利用勾股定理即可求解.

【解答】 解: (1) ① $\because \angle BAC = 90^\circ$, $AB = AC$,

$$\therefore \angle ABC = \angle ACB = 45^\circ,$$

$\therefore$ 正方形 $ADEF$,

$$\therefore AD = AF, \angle DAF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DAF = \angle BAC,$$

$$\therefore \angle DAF - \angle DAC = \angle BAC - \angle DAC, \text{ 即 } \angle FAC = \angle DAB,$$

$$\therefore \triangle ACF \cong \triangle ABD \text{ (SAS)},$$

$$\therefore \angle ACF = \angle ABD = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle BCF = \angle ACB + \angle ACF = 45^\circ + 45^\circ = 90^\circ,$$

$$\therefore BC \perp CF.$$

故答案为: $BC \perp CF$;

$$\textcircled{2} \because \triangle ACF \cong \triangle ABD,$$

$$\therefore CF = BD,$$

$$\therefore BC = CD + BD = CD + CF.$$

故答案为: $BC = CD + CF$;

(2) ①成立,

②不成立, 正确结论是 $BC = CD - CF$, 证明如下:



又 $\because \angle DNE = \angle AMD = 90^\circ$,

$\therefore \triangle DNE \cong \triangle AMD$ (AAS),

$\therefore EN = MD = 3, DN = AM = 2,$

$\therefore CN = DN + CD = 3,$

$\because \angle EPC = \angle FCN = \angle DNE = 90^\circ$,

$\therefore$ 四边形 $PCNE$ 是矩形,

$\therefore PC = EN = 3, PE = CN = 3,$

同理 (2) 得, $\angle BCF = 90^\circ$,

又 $\because \angle ABC = 45^\circ$,

$\therefore \triangle BCG$ 是等腰直角三角形, $CG = BC = 4,$

$\therefore GP = CG - PC = 4 - 3 = 1,$

$\therefore GE = \sqrt{GP^2 + PE^2} = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}.$

【点评】 本题考查了四边形综合题, 涉及全等三角形的判定和性质, 正方形的性质, 勾股定理, 等腰直角三角形的判定和性质, 矩形的判定和性质, 正确作出辅助线构造全等三角形是解题的关键.