



华师版九上数学月考卷（一）

一. 选择题

1. 下列根式一定是二次根式的是（ ）

- A. $\sqrt{-3}$ B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{a}$ D. $\sqrt[3]{5}$

2. 下列计算正确的是（ ）

- A. $1 + \sqrt{2} = \sqrt{3}$ B. $5\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 3$ C. $2 \times 3\sqrt{5} = 6\sqrt{5}$ D. $\sqrt{2} \div \sqrt{6} = \frac{\sqrt{2}}{3}$

3. 下列方程一定是一元二次方程的是（ ）

- A. $3x^2 + \frac{1}{x} - 1 = 0$ B. $5x^2 - 6y - 3 = 0$
C. $ax^2 + bx + c = 0$ D. $3x^2 - 2x - 1 = 0$

4. 把一元二次方程 $(x+1)(x-1) = x+2$ 化成一般形式得（ ）

- A. $x^2 - x - 3 = 0$ B. $x^2 + x - 3 = 0$ C. $x^2 + x - 1 = 0$ D. $x^2 - x + 1 = 0$

5. 如果关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + bx - 1 = 0$ 的一个解是 $x = -1$, 则代数式 $2024 - a + b$ 的值为（ ）

- A. -2023 B. -2025 C. 2023 D. 2025

6. 关于 x 的一元二次方程 $kx^2 + 3x - 1 = 0$ 有实数根, 则 k 的取值范围是（ ）

- A. $k \leq -\frac{9}{4}$ B. $k \leq -\frac{9}{4}$ 且 $k \neq 0$
C. $k \geq -\frac{9}{4}$ D. $k \geq -\frac{9}{4}$ 且 $k \neq 0$

7. 设 $\triangle ABC$ 的三条边为 a, b, c , 且 a, b, c , 满足关系式: $\sqrt{(a-3)^2} + |4-b| + (c-5)^2 = 0$, 则 $\triangle ABC$ 的形状为（ ）

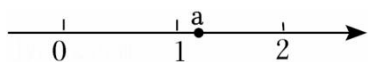
- A. 等腰三角形 B. 等边三角形
C. 等腰直角三角形 D. 直角三角形



8. 已知 $x=2$ 是关于 x 的方程 $x^2 - (m+4)x + 4m = 0$ 的一个实数根，并且这个方程的两个实数根恰好是等腰三角形 ABC 的两条边长，则 $\triangle ABC$ 的周长为 ()

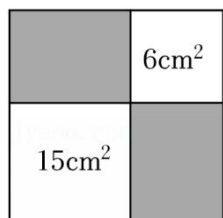
- A. 6 B. 8 C. 10 D. 8 或 10

9. 已知实数 a 在数轴上的对应点位置如图，则化简 $|a-1| - \sqrt{(a-2)^2}$ 的结果是 ()



- A. $2a-3$ B. -1 C. 1 D. $3-2a$

10. 如图，从一个大正方形中裁去面积为 6cm^2 和 15cm^2 的两个小正方形，则留下阴影部分的面积为 ()



- A. $6\sqrt{10}\text{cm}^2$ B. 21cm^2 C. $2\sqrt{15}\text{cm}^2$ D. $4\sqrt{6}\text{cm}^2$

二、填空题

11. 若 $\sqrt{m-1}$ 有意义，则 m 能取的最小整数值是 _____ .

12. 已知 n 是正整数， $\sqrt{54n}$ 是整数，则 n 的最小值为 _____ .

13. 有一只鸡患了某种传染病，如果不加以控制，则经过两轮传染后将有 81 只鸡患上该种传染病，按此传播速度，经过 3 轮传染后共有 _____ 只鸡受到传染.

14. 九 (2) 班元旦晚会上，某活动小组每两位同学间互赠一张贺卡、共赠贺卡 132 张，如果设活动小组有 x 名学生，则列出的方程化为一般式为 _____ .

15. 已知 a 满足 $|2024-a| + \sqrt{a-2025} = a$ ，则 $a-2024^2$ 的值为 _____ .



三、解答题

16. 计算:

(1) $\sqrt{27} - \sqrt{12} + \sqrt{45}$;

(2) $\sqrt{32} \times \sqrt{\frac{2}{5}} - \sqrt{48} \div \sqrt{3}$.

17. 解下列一元二次方程:

(1) $2x^2 - 3x - 1 = 0$ (配方法);

(2) $(x - 1)^2 = 3x - 3$.

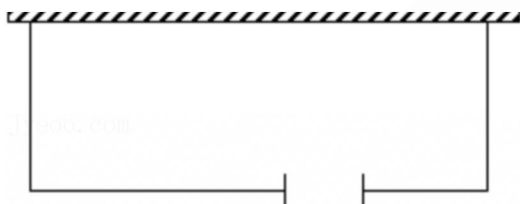


18. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - (m+3)x + 3m = 0$.

(1) 求证：无论 m 取任何实数，方程总有实数根；

(2) 若方程有两个实数根 x_1, x_2 ，且 $x_1 + x_2 + 3x_1x_2 = -1$ ，求 m 的值.

19. 如图，某小区建一长方形电动车充电棚，一边靠墙（墙长 15 米），另三边用总长 25 米的栏杆围成，留 1 米宽的门，若想要建成面积为 80 平方米的电动车充电棚，则车棚垂直于墙的一边的长为多少米？





20. 先观察下列的计算，再完成：

$$\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})} = \sqrt{3} - \sqrt{2};$$

$$\frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{4}-\sqrt{3})}{(\sqrt{4}+\sqrt{3})(\sqrt{4}-\sqrt{3})} = \sqrt{4} - \sqrt{3} = 2 - \sqrt{3};$$

请你直接写出下面的结果：

(1) $\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{4}} =$ _____ ; $\frac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{5}} =$ _____ ;

(2) 根据你的猜想、归纳，运用规律计算： $\frac{1}{\sqrt{2}+1} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{2023}+\sqrt{2022}}$.

21. 已知： $a = 2 + \sqrt{5}$, $b = \sqrt{5} - 2$

(1) $a+b =$ _____ ; $ab =$ _____ ;

(2) 求 $a^2+b^2 - ab$ 的值；

(3) 若 m 为 a 整数部分， n 为 b 小数部分，求 $\frac{m}{n}$ 的值.



22. 解决问题：邓州公安交警部门提醒市民，骑车出行必须严格遵守“一盔一带”的规定．某头盔经销商统计了某品牌头盔 7 月份到 9 月份的销量，该品牌头盔 7 月份销售 500 个，9 月份销售 720 个，且从 7 月份到 9 月份销售量的月增长率相同．

(1) 求该品牌头盔销售量的月增长率；

(2) 若此种头盔的进价为 30 元/个，经市场预测，当售价为 40 元/个时，月销售量为 600 个，若在此基础上售价每上涨 1 元/个，则月销售量将减少 10 个，为使月销售利润达到 10000 元，而且尽可能让顾客得到实惠，该品牌头盔的实际售价应定为多少元？





23. 阅读材料：小明在学习二次根式后，发现一些含根号的式子可以写成另一个式子的平方，如 $3 + 2\sqrt{2} = (1 + \sqrt{2})^2$ ，善于思考的小明进行了以下探索：若设 $a + b\sqrt{20} = (m + n\sqrt{2})^2 = m^2 + 2n^2 + 2mn\sqrt{2}$ （其中 a, b, m, n 均为整数），则有 $a = m^2 + 2n^2$ ， $b = 2mn$ ．这样小明就找到了一种把类似 $a + b\sqrt{2}$ 的式子化为平方式的方法，请你仿照小明的方法探索并解决下列问题：

（1）若 $a + b\sqrt{7} = (m + n\sqrt{7})^2$ ，当 a, b, m, n 均为整数时，用含 m, n 的式子分别表示 a, b ，得： $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $b = \underline{\hspace{2cm}}$

（2）化简下列各式：

① $\sqrt{5 + 2\sqrt{6}}$ ； ② $\sqrt{7 - 2\sqrt{10}}$ ．

（3）若 $a + 6\sqrt{3} = (m + n\sqrt{3})^2$ ，且 a, m, n 均为正整数，则 a 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$



华师版九上数学月考卷（一）

参考答案与试题解析

一. 选择题

1. 【分析】根据二次根式的定义进行判断即可.

【解答】解： A . $\sqrt{-3}$ 中被开方数为 $-3 < 0$ 无意义，不符合题意；

B . $\sqrt{2}$ 是二次根式，符合题意；

C . 当 $a \geq 0$ 时， $\sqrt{a}$ 是二次根式，不符合题意；

D . $\sqrt[3]{5}$ 是 5 的立方根，不是二次根式，不符合题意.

故选： B .

【点评】本题主要考查了二次根式的定义，解题的关键是熟练掌握二次根式的定义和有意义的条件，一般地，形如 $\sqrt{a}$ ($a \geq 0$) 的代数式叫作二次根式，其中 a 叫作被开方数.

2. 【分析】根据二次根式的加减法对 A 、 B 进行判断；根据二次根式的乘法法则对 C 进行判断；根据二次根式的除法法则对 D 进行判断.

【解答】解： A 、 $\sqrt{2}$ 与 1 不能合并，故不符合题意；

B 、原式 $= 3\sqrt{2}$ ，故不符合题意；

C 、原式 $= 6\sqrt{5}$ ，故符合题意；

D 、原式 $= \frac{\sqrt{3}}{3}$ ，故不符合题意.

故选： C .

【点评】本题考查了二次根式的混合运算，熟练掌握二次根式的运算法则是解题关键.

3. 【分析】根据一元二次方程的定义即可解答.

【解答】解： A 、不是整式方程，不合题意；

B 、不是一元二次方程，不合题意；

C 、当 $a=0$ 时， $ax^2+bx+c=0$ 不是一元二次方程，故本选项不合题意；

D 、 $3x^2 - 2x - 1 = 0$ 是一元二次方程，故本选项符合题意.

故选： D .

【点评】本题考查了一元二次方程的定义，注意：只含有一个未知数，并且所含未知数的项的最高次数是 2 的整式方程叫一元二次方程.

4. 【分析】利用平方差公式展开、移项化成 $ax^2+bx+c=0$ 的形式即可.



【解答】解：由 $(x+1)(x-1)=x+2$ 得： $x^2-1=x+2$ ，

即： $x^2-x-3=0$ ，

故选：A.

【点评】本题考查一元二次方程的一般形式、平方差公式，熟知一元二次方程的一般形式是解答的关键.

5. 【分析】利用一元二次方程解的定义得到 $a-b=1$ ，然后把 $2024-a+b$ 变形为 $2024-(a-b)$ ，再利用整体代入的方法计算.

【解答】解：把 $x=-1$ 代入方程 $ax^2+bx-1=0$ 得 $a-b-1=0$ ，

所以 $a-b=1$ ，

所以 $2024-a+b=2024-(a-b)=2024-1=2023$.

故选：C.

【点评】本题主要考查了一元二次方程的解：能使一元二次方程左右两边相等的未知数的值是一元二次方程的解.

6. 【分析】根据方程根的情况可以判定其根的判别式的取值范围，进而可以得到关于 k 的不等式，解得即可，同时还应注意二次项系数不能为 0.

【解答】解： $\because$ 关于 x 的一元二次方程 $kx^2+3x-1=0$ 有实数根，

$\therefore \Delta=b^2-4ac \geq 0$ ，

即： $9+4k \geq 0$ ，

解得： $k \geq -\frac{9}{4}$ ，

$\because$ 关于 x 的一元二次方程 $kx^2+3x-1=0$ 中 $k \neq 0$ ，

则 k 的取值范围是 $k \geq -\frac{9}{4}$ 且 $k \neq 0$.

故选：D.

【点评】本题考查了根的判别式，解题的关键是了解根的判别式如何决定一元二次方程根的情况.

7. 【分析】利用非负数的性质，勾股定理的逆定理解答即可.

【解答】解： $\because \sqrt{(a-3)^2} + |4-b| + (c-5)^2 = 0$ ， $\sqrt{(a-3)^2} \geq 0$ ， $|4-b| \geq 0$ ， $(c-5)^2 \geq 0$ ，

$\therefore a-3=0$ ， $4-b=0$ ， $c-5=0$ ，

$\therefore a=3$ ， $b=4$ ， $c=5$.



$\because a^2 + b^2 = 25 = c^2$, $\triangle ABC$ 的三条边为 a, b, c ,

$\therefore \triangle ABC$ 是直角三角形.

故选: D.

【点评】 本题主要考查了二次根式的性质, 绝对值的意义, 非负数的意义, 勾股定理的逆定理, 利用非负数的意义求得三角形的三边长度是解题的关键.

8. **【分析】** 先利用一元二次方程解的定义把 $x=2$ 代入方程 $x^2 - (m+4)x + 4m = 0$ 得 $m=2$, 则方程化为 $x^2 - 6x + 8 = 0$, 然后解方程后利用三角形三边的关系确定三角形的三边, 最后就是三角形的周长.

【解答】 解: 把 $x=2$ 代入方程 $x^2 - (m+4)x + 4m = 0$ 得 $4 - 2(m+4) + 4m = 0$, 解得 $m=2$, 方程化为 $x^2 - 6x + 8 = 0$, 解得 $x_1=4, x_2=2$,

因为 $2+2=4$,

所以三角形三边为 4、4、2,

所以 $\triangle ABC$ 的周长为 10.

故选: C.

【点评】 本题考查了一元二次方程的解: 能使一元二次方程左右两边相等的未知数的值是一元二次方程的解. 也考查了三角形三边的关系.

9. **【分析】** 根据数轴上 a 点的位置, 判断出 $(a-1)$ 和 $(a-2)$ 的符号, 再根据非负数的性质进行化简.

【解答】 解: 由图知: $1 < a < 2$,

$\therefore a-1 > 0, a-2 < 0$,

原式 $= a-1 - [- (a-2)] = a-1 + (a-2) = 2a-3$.

故选: A.

【点评】 此题主要考查了二次根式的性质与化简, 正确得出 $a-1 > 0, a-2 < 0$ 是解题关键.

10. **【分析】** 根据小正方形的面积得到边长即可得到大正方形的边长, 根据阴影部分的面积 = 大正方形的面积 - 两个小正方形的面积即可得出答案.

【解答】 解: $\because$ 两个小正方形的面积为 15 和 6,

$\therefore$ 两个小正方形的边长为 $\sqrt{15}, \sqrt{6}$,

$\therefore$ 大正方形的边长为: $\sqrt{15} + \sqrt{6}$,

$\therefore$ 阴影部分的面积 $= (\sqrt{15} + \sqrt{6})^2 - 6 - 15$



$$=15+2\times\sqrt{15}\times\sqrt{6}+6-6-15$$

$$=6\sqrt{10} \text{ (cm}^2\text{)},$$

故选：A.

【点评】 本题考查了二次根式的应用，根据小正方形的面积得到边长，进而得到大正方形的边长是解题的关键.

二、填空题

11. **【分析】** 根据二次根式有意义的条件列出不等式，根据题意解答即可.

【解答】 解：由题意得， $m-1\geq 0$,

解得， $m\geq 1$,

则 m 能取的最小整数值是 1，

故答案为：1.

【点评】 本题考查的是二次根式有意义的条件，掌握二次根式的被开方数是非负数是解题的关键.

12. **【分析】** 先求出 $54=3^2\times 6n$ ，再根据已知条件得出答案即可.

【解答】 解： $\because \sqrt{54n}=\sqrt{3^2\times 6n}$,

又 $\because n$ 是正整数， $\sqrt{54n}$ 是整数，

$\therefore n$ 的最小值是 6.

故答案为：6.

【点评】 本题考查了二次根式的定义，掌握二次根式的定义是解此题的关键.

13. **【分析】** 设每轮传染中 1 只鸡传染 x 只鸡，则第一轮传染中有 x 只鸡被传染，第二轮传染中有 $x(1+x)$ 只鸡被传染，根据“有一只鸡患了某种传染病，如果不加以控制，则经过两轮传染后将有 81 只鸡患上该种传染病”，即可得出关于 x 的一元二次方程，解之即可得出 x 的值，再将其正值代入 $81+81x$ 中即可求出结论.

【解答】 解：设每轮传染中 1 只鸡传染 x 只鸡，则第一轮传染中有 x 只鸡被传染，第二轮传染中有 $x(1+x)$ 只鸡被传染，

依题意得： $1+x+x(1+x)=81$,

整理得： $(1+x)^2=81$,

解得： $x_1=8$, $x_2=-10$ (不符合题意，舍去)，

$\therefore 81+81x=81+81\times 8=729$,



∴经过3轮传染后共有729只鸡受到传染.

故答案为: 729.

【点评】 本题考查了一元二次方程的应用, 找准等量关系, 正确列出一元二次方程是解题的关键.

14. **【分析】** 设全班有 x 人. 根据互赠卡片一张, 则 x 人共赠卡片 $x(x-1)$ 张, 列方程即可.

【解答】 解: 根据题意得,

$$x(x-1)=132, \text{ 即 } x^2-x-132=0,$$

故答案为: $x^2-x-132=0$.

【点评】 本题考查由实际问题抽象出一元二次方程. 理解题意列出方程是关键.

15. **【分析】** 根据实数的性质可得 $a-2025 \geq 0$, 进而得到 $a-2024+\sqrt{a-2025}=a$, 则可求出 $a-2024^2=2025$.

【解答】 解: ∵ $|2024-a|+\sqrt{a-2025}=a$ 有意义,

$$\therefore a-2025 \geq 0,$$

$$\therefore a \geq 2025,$$

$$\therefore 2024-a < 0,$$

$$\therefore |2024-a|+\sqrt{a-2025}=a,$$

$$\therefore a-2024+\sqrt{a-2025}=a,$$

$$\therefore \sqrt{a-2025}=2024,$$

$$\therefore a-2025=2024^2,$$

$$\therefore a-2024^2=2025.$$

故答案为: 2025.

【点评】 本题考查二次根式有意义的条件, 熟练掌握相关的知识点是解题的关键.

三、解答题

16. **【分析】** (1) 先把各根式化为最简二次根式, 再合并同类二次根式即可;

(2) 先算乘除, 再算加减即可.

【解答】 解: (1) $\sqrt{27}-\sqrt{12}+\sqrt{45}$

$$=3\sqrt{3}-2\sqrt{3}+3\sqrt{5}$$

$$=\sqrt{3}+3\sqrt{5};$$

$$(2) \sqrt{32} \times \sqrt{\frac{2}{5}} - \sqrt{48} \div \sqrt{3}$$



$$\begin{aligned}
 &= \sqrt{32 \times \frac{2}{5}} - \sqrt{\frac{48}{3}} \\
 &= \sqrt{\frac{64}{5}} - \sqrt{16} \\
 &= \frac{8\sqrt{5}}{5} - 4.
 \end{aligned}$$

【点评】 本题考查的是二次根式的混合运算，熟知二次根式混合运算的法则是解题的关键.

17. **【分析】** (1) 用配方法求解即可;

(2) 移项后用因式分解法求解即可.

【解答】 解: (1) 原方程移项得: $2x^2 - 3x = 1$,

$$\therefore x^2 - \frac{3}{2}x = \frac{1}{2},$$

$$\therefore x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{9}{16} = \frac{1}{2} + \frac{9}{16},$$

$$\therefore (x - \frac{3}{4})^2 = \frac{17}{16},$$

$$\therefore x - \frac{3}{4} = \pm \frac{\sqrt{17}}{4},$$

$$\therefore x = \frac{3}{4} \pm \frac{\sqrt{17}}{4},$$

$$\therefore x_1 = \frac{3}{4} + \frac{\sqrt{17}}{4}, x_2 = \frac{3}{4} - \frac{\sqrt{17}}{4};$$

(2) 原方程移项得: $(x - 1)^2 - 3(x - 1) = 0$,

$$\therefore (x - 1)(x - 1 - 3) = 0,$$

$$\therefore x - 1 = 0 \text{ 或 } x - 1 - 3 = 0,$$

$$\therefore x_1 = 1, x_2 = 4.$$

【点评】 本题考查了一元二次方程的解法，常用的方法有直接开平方法、配方法、因式分解法、求根公式法，熟练掌握各种方法是解答本题的关键.

18. **【分析】** (1) 计算根的判别式的值得到 $\Delta = m^2 - 6m + 9$ ，则 $\Delta \geq 0$ ，然后根据根的判别式的意义得到结论;

(2) 先利用根与系数的关系得 $x_1 + x_2 = m + 3$ ， $x_1 x_2 = 3m$ ，由于 $x_1 + x_2 + 3x_1 x_2 = -1$ ，所以 $10m + 3 = -1$ ，然后解关于 m 的方程即可.

【解答】 (1) 证明: $\Delta = (m + 3)^2 - 12m$

$$= m^2 + 6m + 9 - 12m$$

$$= m^2 - 6m + 9,$$



$$\because m^2 - 6m + 9 = (m - 3)^2 \geq 0$$

$$\therefore \Delta \geq 0$$

$\therefore$ 无论 m 取任何实数，方程总有实数根；

(2) 解：根据根与系数的关系得 $x_1 + x_2 = m + 3$, $x_1 x_2 = 3m$,

$$\because x_1 + x_2 + 3x_1 x_2 = m + 3 + 9m = 10m + 3,$$

$$\therefore 10m + 3 = -1,$$

$$\text{解得 } m = -\frac{2}{5},$$

即 m 的值为 $-\frac{2}{5}$.

【点评】 本题考查了根与系数的关系：若 x_1, x_2 是一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的两根，则 $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$, $x_1 x_2 = \frac{c}{a}$.

19. **【分析】** 设垂直于墙的一边的长为 x 米，则平行于墙的一边的长为 $(25 + 1 - 2x)$ 米，根据电动车充电棚的面积为 80 平方米，列出一元二次方程，解之即可得出 x 的值，再结合墙长 15 米，即可得出结论.

【解答】 解：设垂直于墙的一边的长为 x 米，则平行于墙的一边的长为 $(25 + 1 - 2x)$ 米，依题意得： $x(25 + 1 - 2x) = 80$,

$$\text{整理得：} x^2 - 13x + 40 = 0,$$

$$\text{解得：} x_1 = 5, x_2 = 8.$$

当 $x = 5$ 时， $25 + 1 - 2x = 25 + 1 - 2 \times 5 = 16 > 15$ ，不符合题意，舍去；

当 $x = 8$ 时， $25 + 1 - 2x = 25 + 1 - 2 \times 8 = 10 < 15$ ，符合题意.

答：车棚垂直于墙的一边的长为 8 米.

【点评】 本题考查一元二次方程的应用，找准等量关系，正确列出一元二次方程是解题的关键.

20. **【分析】** (1) 原式各项仿照题中分母有理化的方法计算即可得到结果；

(2) 先把原式各项进行分母有理化，再计算，即可得到结果.

$$\text{【解答】解：(1) } \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{4}} = \frac{1 \times (\sqrt{5} - \sqrt{4})}{(\sqrt{5} + \sqrt{4})(\sqrt{5} - \sqrt{4})} = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{4}}{5 - 4} = \sqrt{5} - \sqrt{4} = \sqrt{5} - 2,$$

$$\frac{1}{\sqrt{6} + \sqrt{5}} = \frac{1 \times (\sqrt{6} - \sqrt{5})}{(\sqrt{6} + \sqrt{5})(\sqrt{6} - \sqrt{5})} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{5}}{6 - 5} = \sqrt{6} - \sqrt{5};$$

故答案为： $\sqrt{5} - 2$, $\sqrt{6} - \sqrt{5}$;



$$\begin{aligned}
 (2) & \frac{1}{\sqrt{2}+1} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{2023}+\sqrt{2022}} \\
 &= \frac{\sqrt{2}-1}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})} + \frac{\sqrt{4}-\sqrt{3}}{(\sqrt{4}+\sqrt{3})(\sqrt{4}-\sqrt{3})} + \cdots + \frac{\sqrt{2023}-\sqrt{2022}}{(\sqrt{2023}+\sqrt{2022})(\sqrt{2023}-\sqrt{2022})} \\
 &= \frac{\sqrt{2}-1}{2-1} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{3-2} + \frac{\sqrt{4}-\sqrt{3}}{4-3} + \cdots + \frac{\sqrt{2023}-\sqrt{2022}}{2023-2022} \\
 &= \sqrt{2}-1 + \sqrt{3}-\sqrt{2} + \sqrt{4}-\sqrt{3} + \cdots + \sqrt{2023}-\sqrt{2022} \\
 &= \sqrt{2023}-1
 \end{aligned}$$

【点评】此题考查了分母有理化，涉及平方差公式的运用，熟练掌握分母有理化的方法是解本题的关键。

21. 【分析】(1) 根据二次根式的运算法则，进行计算即可；

(2) 将代数式转化为： $(a+b)^2 - 3ab$ ，再将(1)中结果代入求值即可；

(3) 求出 m, n 的值，再求出代数式的值即可。

【解答】解：(1) 由条件可知： $a+b=2+\sqrt{5}+\sqrt{5}-2=2\sqrt{5}$ ， $ab=(2+\sqrt{5})(\sqrt{5}-2)=(\sqrt{5})^2-2^2=5-4=1$ ；

故答案为： $2\sqrt{5}$ ，1；

(2) $\because a+b=2\sqrt{5}$ ， $ab=1$ ，

$\therefore$ 原式 $= (a+b)^2 - 3ab$

$= (2\sqrt{5})^2 - 3 \times 1$

$= 20 - 3$

$= 17$ ；

(3) $\because \sqrt{4} < \sqrt{5} < \sqrt{9}$ ，

$\therefore 2 < \sqrt{5} < 3$ ，

$\therefore 4 < 2 + \sqrt{5} < 5$ ， $0 < \sqrt{5} - 2 < 1$ ，

$\therefore m$ 为 a 整数部分， n 为 b 小数部分，

$\therefore m=4$ ， $n=\sqrt{5}-2$ ，

$\therefore \frac{m}{n} = \frac{4}{\sqrt{5}-2} = \frac{4(\sqrt{5}+2)}{(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)} = 4\sqrt{5} + 8$ 。

【点评】本题考查已知字母的值，化简求值。掌握二次根式的运算法则，正确的计算是解题的关键。

22. 【分析】(1) 设该品牌头盔销售量的月增长率为 x ，根据该品牌头盔 7 月份及 9 月份的月销售量，即可得出关于 x 的一元二次方程，解之取其正值即可；



(2) 根据月销售利润=每个头盔的利润×月销售量, 即可得出关于 y 的一元二次方程, 解方程即可.

【解答】解: (1) 设该品牌头盔销售量的月增长率为 x ,

依题意, 得: $500(1+x)^2=720$,

解得: $x_1=0.2=20\%$, $x_2=-2.2$ (不合题意, 舍去).

答: 该品牌头盔销售量的月增长率为 20% .

(2) 设该品牌头盔的实际售价为 y 元,

依题意, 得: $(y-30)[600-10(y-40)]=10000$,

整理, 得: $y^2-130y+4000=0$,

解得: $y_1=80$ (不合题意, 舍去), $y_2=50$,

答: 该品牌头盔的实际售价应定为 50 元.

【点评】 本题考查了一元二次方程的应用, 找准等量关系, 正确列出一元二次方程是解题的关键.

23. **【分析】** (1) 把 $(m+n\sqrt{7})^2$ 根据完全平方公式展开合并后与 $a+b\sqrt{7}$ 比较可得 a, b 的值;

(2) ①把 $5+2\sqrt{6}$ 变形为 $(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2$, 然后化简即可;

②把 $7-2\sqrt{10}$ 变形为 $5-2\sqrt{10}+2$, 然后化简即可;

(3) 把 $(m+n\sqrt{3})^2$ 根据完全平方公式展开合并后与 $a+6\sqrt{3}$ 比较, 结合 a, m, n 均为正整数可得 a, m, n 的值.

【解答】解: (1) $\because a+b\sqrt{7}=(m+n\sqrt{7})^2=m^2+2mn\sqrt{7}+7n^2$,

$\therefore a=m^2+7n^2, b=2mn$.

故答案为: $m^2+7n^2, 2mn$;

(2) ①原式 $=\sqrt{3+2\sqrt{6}+2}$

$$=\sqrt{(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2}$$

$$=\sqrt{3}+\sqrt{2};$$

②原式 $=\sqrt{5-2\sqrt{10}+2}$

$$=\sqrt{(\sqrt{5}-\sqrt{2})^2}$$

$$=\sqrt{5}-\sqrt{2};$$

(3) $\because a+6\sqrt{3}=(m+n\sqrt{3})^2=m^2+2mn\sqrt{3}+3n^2$,



$$\therefore a = m^2 + 3n^2, 2mn = 6,$$

$$\therefore mn = 3,$$

$\because m, n$ 均为正整数,

$$\therefore m = 1, n = 3 \text{ 或 } m = 3, n = 1,$$

$$\text{即 } a = 1^2 + 3 \times 3^2 = 28 \text{ 或 } a = 3^2 + 3 \times 1^2 = 12.$$

综上所述, a 的值为 28 或 12.

故答案为: 28 或 12.

【点评】本题考查了完全平方公式, 二次根式的性质与化简, 掌握相应的定义是关键.

