

备考

期末冲刺营

八年级

主讲人 龙哥



例1

若一个一元二次方程有两个不相等的实数根，且其中一个根是另一个的2倍，则称这个方程为“倍根方程”，关于 x 的一元二次方程 $x^2-3mx+4n=0$ （其中 $m \neq 0, n \neq 0$ ）是“倍根方程”，则 m 与 n 应满足的关系式为(D)

- A. $n^2=2m$ B. $m=2n^2$ C. $n=2m^2$ D. $m^2=2n$

设 $x^2-3mx+4n=0$ 的两根为 x_1, x_2

$$\begin{cases} x_1+x_2=3m & \text{①} \rightarrow 3x_2=3m \rightarrow x_2=m \\ x_1x_2=4n & \text{②} \rightarrow 2x_2^2=4n \rightarrow x_2^2=2n \\ x_1=2x_2 & \text{③} \end{cases} \rightarrow m^2=2n$$

消去 x_1, x_2

将③代入①②

例2

定义：如果 x_1, x_2 是一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 的两个根，且 $|x_1-x_2|=1$ ，那么称这样的方程为“邻根方程”。例如：一元二次方程 $x^2-3x+2=0$ 的两个根是 $x_1=1, x_2=2$ ，此时 $|x_1-x_2|=|1-2|=1$ ，则方程 $x^2-3x+2=0$ 是“邻根方程”。

(1) 已知方程 $(x-m)(x+3)=0$ 是“邻根方程”，求 m 的值。

$(x-m)(x+3)=0$ 的两根分别为 $x_1=m, x_2=-3$

$$|m-(-3)|=1$$

$$\therefore m=-2 \text{ 或 } -4$$

例2

定义：如果 x_1, x_2 是一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 的两个根，且 $|x_1-x_2|=1$ ，那么称这样的方程为“邻根方程”。

(2) 若方程 $x^2-bx+c=0$ 是“邻根方程”，求证： $b+2c+1 \geq 0$

问题：当不等式 $b+2c+1 \geq 0$ 取到等号时， $b = \underline{-1}$

$$x^2-bx+c=0 \text{ 的两根为 } x = \frac{b \pm \sqrt{b^2-4c}}{2}$$

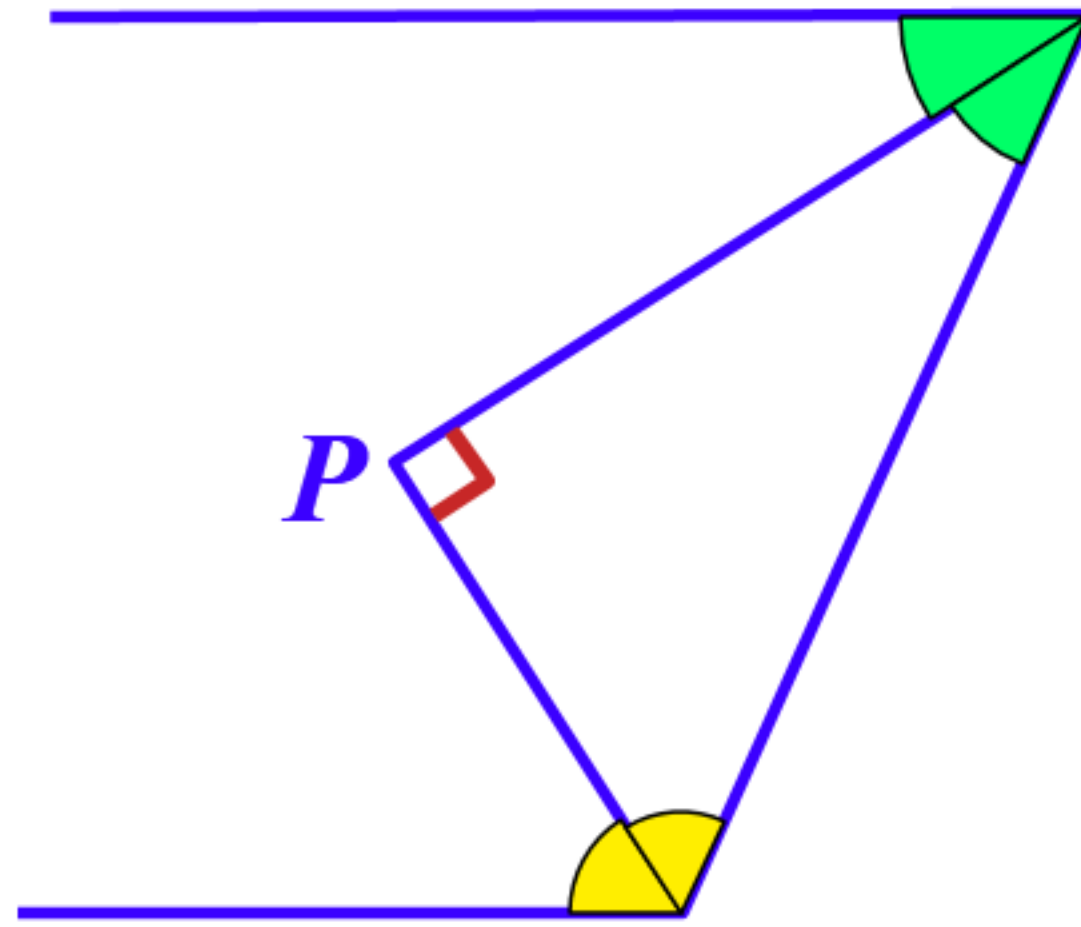
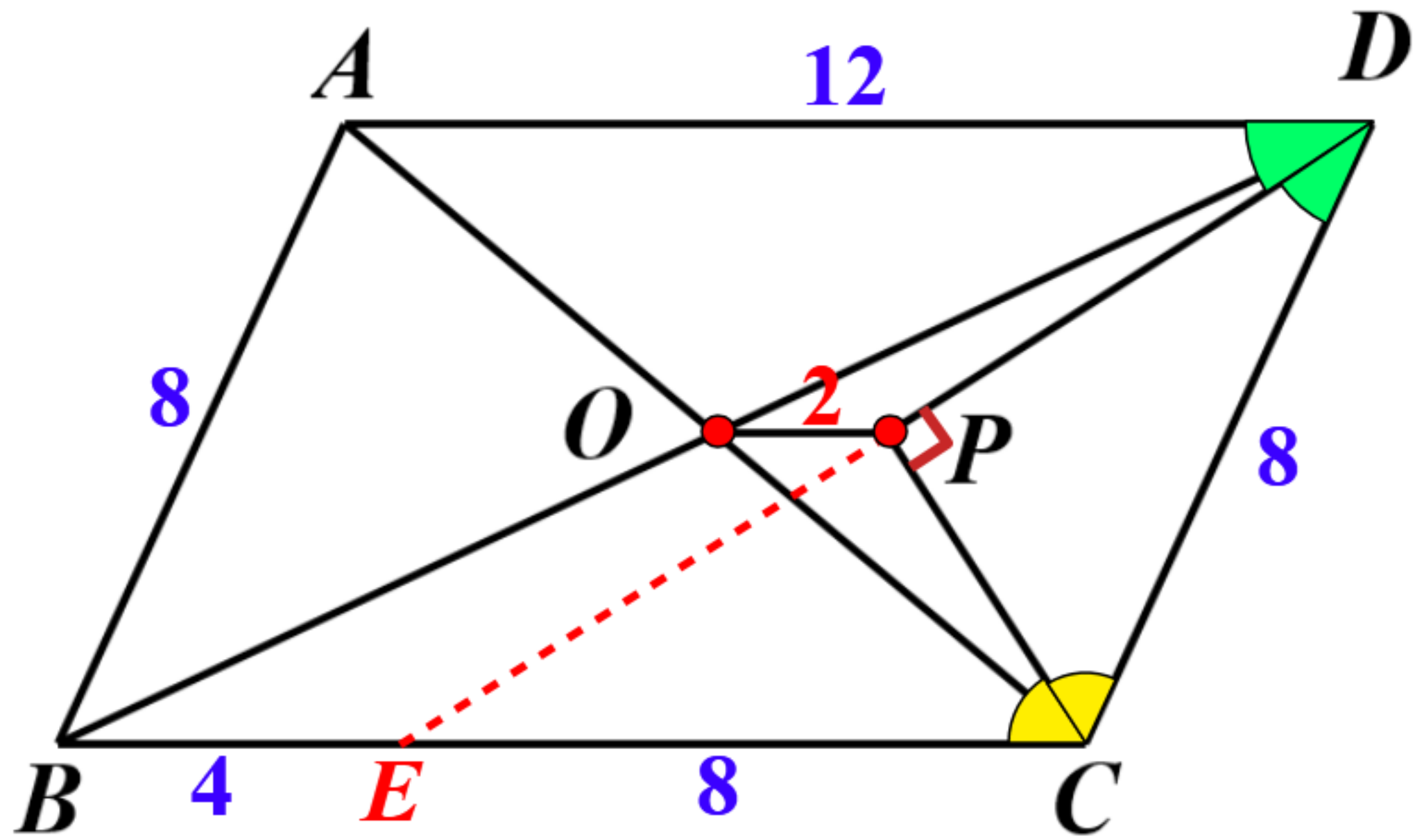
$$|x_1-x_2| = \frac{b+\sqrt{b^2-4c}}{2} - \frac{b-\sqrt{b^2-4c}}{2} = \sqrt{b^2-4c}$$

$$\therefore 1 = \sqrt{b^2-4c} \quad b^2-4c=1 \quad \therefore c = \frac{1}{4}b^2 - \frac{1}{4}$$

$$b+2c+1 = b + \frac{1}{2}b^2 - \frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{2}b^2 + b + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}(b+1)^2 \geq 0$$

例3

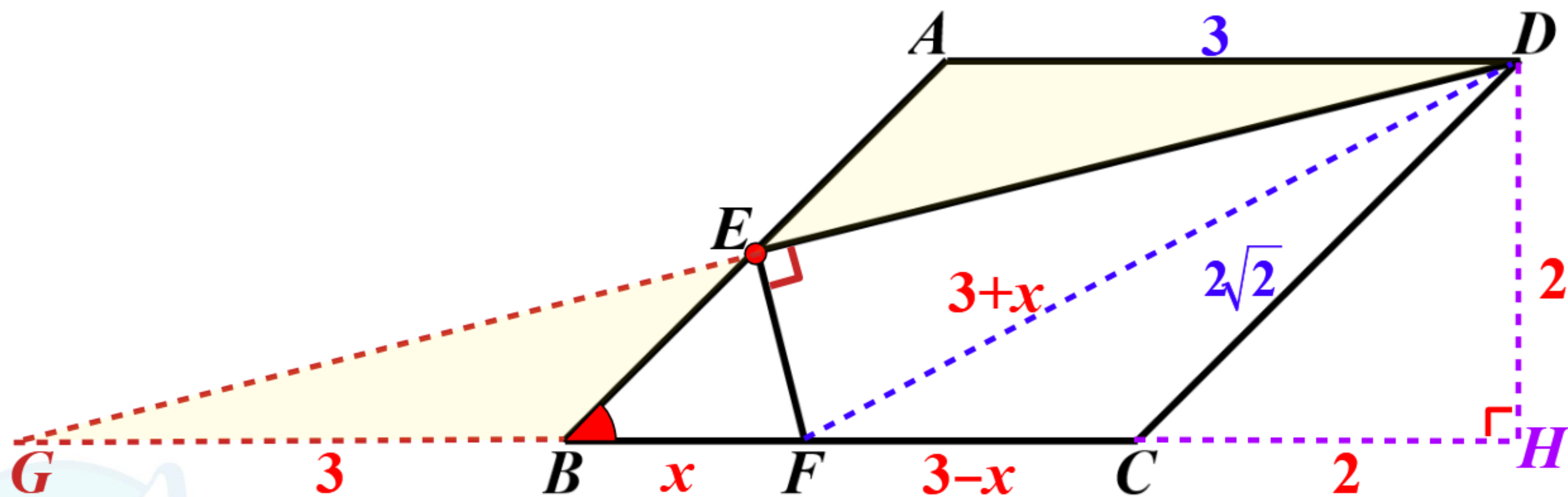
如图，平行四边形 $ABCD$ 中， O 为对角线交点， DP 平分 $\angle ADC$ ， CP 平分 $\angle BCD$ ， $AB=8$ ， $AD=12$ ，则 OP 的长为 2。



例4

如图, 在 $\square ABCD$ 中, 点 E 是 AB 的中点, 连结 DE , 过点 E 作 $EF \perp DE$ 交 BC 边于点 F . 若 $AB=2\sqrt{2}$, $BC=3$, $\angle B=45^\circ$, 则 $\frac{BF}{CF}$ 的值为()

- A. $\frac{3}{5}$ B. $\frac{5}{7}$ C. $\frac{4}{5}$ D. $\frac{5}{6}$

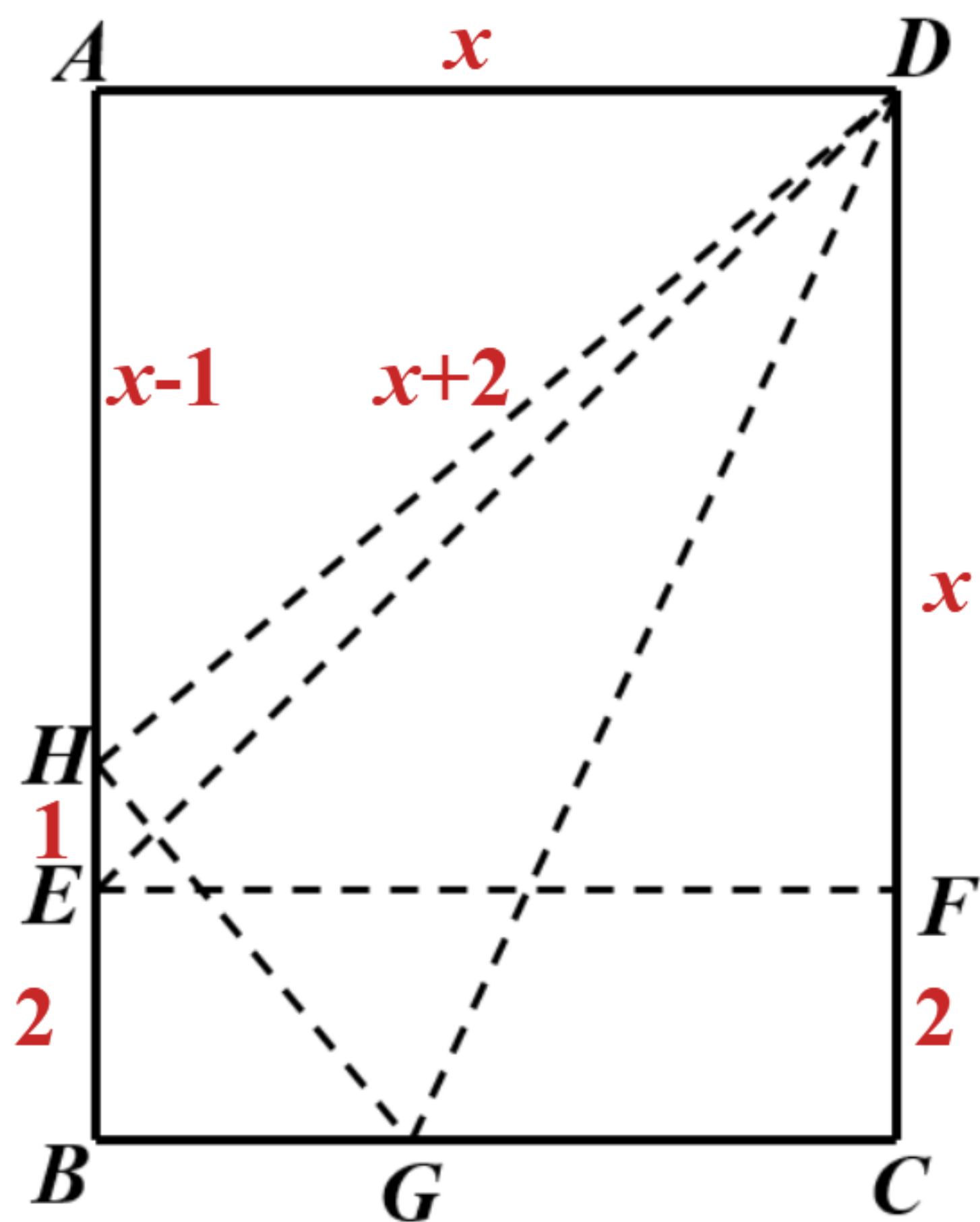


$$2^2 + (5-x)^2 = (3+x)^2 \rightarrow x = \frac{5}{4} = BF \rightarrow FC = \frac{7}{4}$$

例5

折叠矩形纸片 $ABCD$ 时,发现可以进行如下操作:①把 $\triangle ADE$ 翻折,点 A 落在 DC 边上的点 F 处,折痕为 DE ,点 E 在 AB 边上;②把纸片展开并铺

平;③把 $\triangle CDG$ 翻折,点 C 落在线段 AE 上的点 H 处,折痕为 DG ,点 G 在 BC 边上,若 $AB=AD+2$, $EH=1$,则 $AD=3+2\sqrt{3}$.

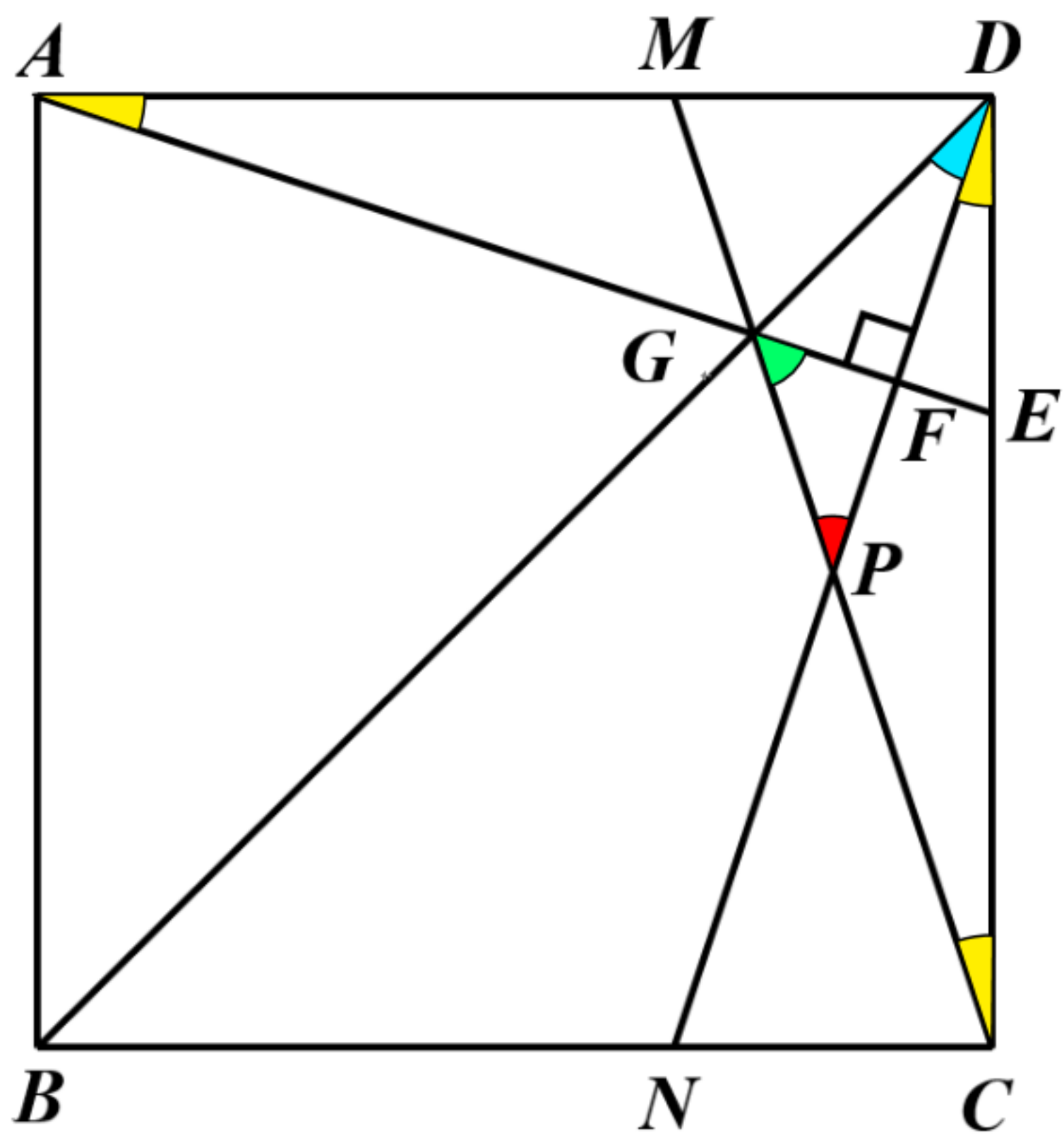


$$x^2 + (x-1)^2 = (x+2)^2$$

$$\rightarrow x = 3 + 2\sqrt{3} = AD$$

例6

如图，在正方形 $ABCD$ 中，点 G 在对角线 BD 上，不与点 B, D 重合，连接 AG 并延长交 CD 于点 E ，连接 CG 并延长交 AD 于点 M ，过点 D 作 $DN \perp AE$ 交 CM 于点 P ，交 BC 于 N ，垂足为 F 。(1) 求证： $AG=CG$ 。(2) 求证： $\angle CGE=2\angle BDN$



$$\angle CGE=2\angle BDN$$

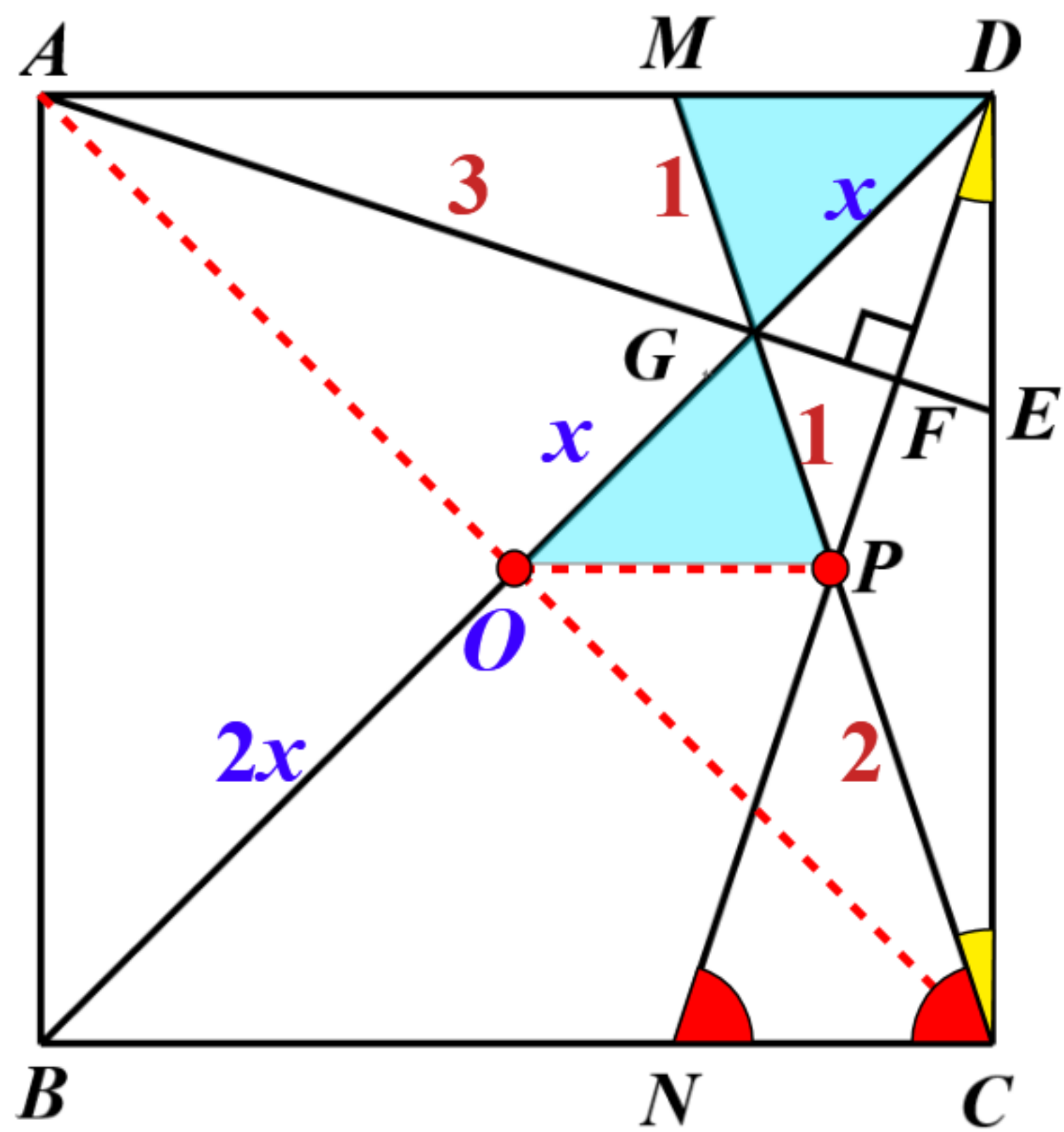
$$\angle CGE=2(45^\circ-\angle CDN)$$

$$90^\circ-\angle CGE=2\angle CDN$$

$$\angle MPD=2\angle CDN$$

例6

如图，在正方形 $ABCD$ 中，点 G 在对角线 BD 上，不与点 B, D 重合，连接 AG 并延长交 CD 于点 E ，连接 CG 并延长交 AD 于点 M ，过点 D 作 $DN \perp AE$ 交 CM 于点 P ，交 BC 于 N ，垂足为 F 。(3) 若 $BD=4DG$ ， $GP=1$ ，则 $AG=$ 3。



开课啦

期末顺利!





THANKS

八年级 菁英S班

主讲人 龙 哥