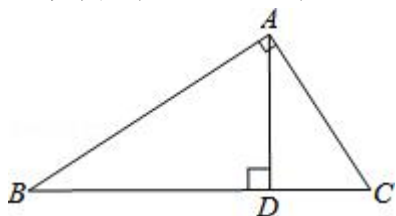




锐角三角函数基础训练

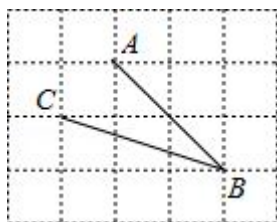
一、选择题

1. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle BAC=90^\circ$ ， $AD\perp BC$ 于点 D ，则下列结论不正确的是（ ）



- A. $\sin B = \frac{AD}{AB}$ B. $\sin B = \frac{AC}{BC}$ C. $\sin B = \frac{AD}{AC}$ D. $\sin B = \frac{CD}{AC}$

2. 如图，在网格中，小正方形的边长均为 1，点 A, B, C 都在格点上，则 $\angle ABC$ 的正切值是（ ）

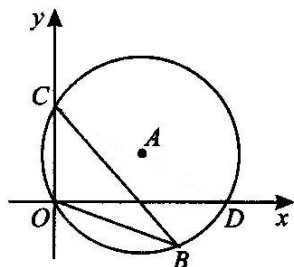


- A. 2 B. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ D. $\frac{1}{2}$

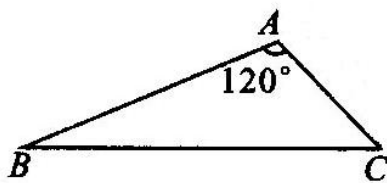
3. 已知锐角 α 满足 $\sin 25^\circ = \cos \alpha$ ，则 $\alpha =$ （ ）
A. 25° B. 55° C. 65° D. 75°

4. 如图所示，直径为 10 的 $\odot A$ 经过点 $C(0, -5)$ 和点 $O(0, 0)$ ， B 是 y 轴右侧 $\odot A$ 优弧上一点，则 $\angle OBC$ 的余弦值为（ ）

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{4}{5}$



第 4 题



第 5 题

5. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A=120^\circ$ ， $AB=4$ ， $AC=2$ ，则 $\sin B$ 的值是（ ）

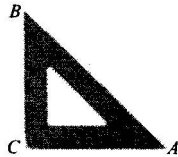
- A. $\frac{5\sqrt{7}}{14}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{5}$ C. $\frac{\sqrt{21}}{7}$ D. $\frac{\sqrt{21}}{14}$



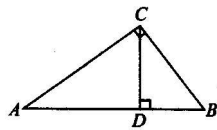
6. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, 若将各边长度都扩大为原来的 2 倍, 则 $\angle A$ 的正弦值()
A. 扩大 2 倍 B. 缩小 2 倍 C. 扩大 4 倍 D. 不变

7. 如图所示是教学用具直角三角板, 边 $AC=30\text{cm}$, $\angle C=90^\circ$, $\tan\angle BAC=\frac{\sqrt{3}}{3}$, 则边 BC 的长为()

A. $30\sqrt{3}\text{cm}$ B. $20\sqrt{3}\text{cm}$ C. $10\sqrt{3}\text{cm}$ D. $5\sqrt{3}\text{cm}$



第 7 题



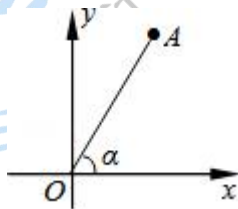
第 8 题

8. 如图所示, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $CD\perp AB$, 垂足为 D , 若 $AC=\sqrt{5}$, $BC=2$, 则 $\sin\angle ACD$ 的值为()

A. $\frac{\sqrt{5}}{3}$ B. $\frac{2\sqrt{5}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ D. $\frac{2}{3}$

二、填空题

9. 如图, 点 $A(3, t)$ 在第一象限, OA 与 x 轴所夹的锐角为 α , $\tan\alpha=\frac{3}{2}$, 则 t 的值是_____.

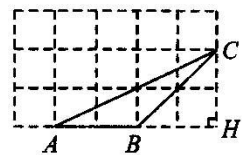


10. 用不等号连接下面的式子.

(1) $\cos 50^\circ$ _____ $\cos 20^\circ$ (2) $\tan 18^\circ$ _____ $\tan 21^\circ$

11. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $\left|\sin A - \frac{\sqrt{2}}{2}\right| + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \cos B\right)^2 = 0$, $\angle A$ 、 $\angle B$ 都是锐角, 则 $\angle C$ 的度数为_____.

12. 如图所示, $\triangle ABC$ 的顶点都在方格纸的格点上, 则 $\sin A =$ _____.

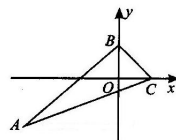


13. 已知: 正方形 $ABCD$ 的边长为 2, 点 P 是直线 CD 上一点, 若 $DP=1$, 则 $\tan\angle BPC$ 的值是_____.



14. 如果方程 $x^2 - 4x + 3 = 0$ 的两个根分别是 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的两条边, $\triangle ABC$ 的最小角为 A , 那么 $\tan A$ 的值为 _____.

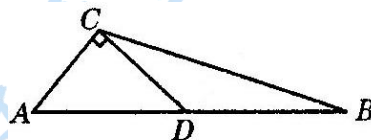
15. 如图所示, $\triangle ABC$ 的内心在 y 轴上, 点 C 的坐标为 $(2, 0)$, 点 B 的坐标是 $(0, 2)$, 直线 AC 的解析式为 $y = \frac{1}{2}x - 1$, 则 $\tan A$ 的值是 _____.



16. 若 α 为锐角, 且 $\cos \alpha = \frac{1-3m}{2}$, 则 m 的取值范围是 _____.

三、解答题

17. 如图所示, $\triangle ABC$ 中, D 为 AB 的中点, $DC \perp AC$, 且 $\angle BCD = 30^\circ$, 求 $\angle CDA$ 的正弦值、余弦值和正切值.



18. 计算下列各式的值.

(1) $4\sin 30^\circ - \sqrt{2}\cos 45^\circ + \sqrt{6}\tan 60^\circ$;

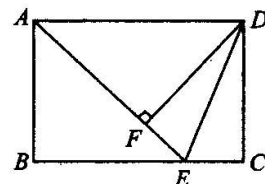
(2) $\sqrt{2}\sin 45^\circ + \tan 45^\circ - 2\cos 60^\circ$.

(3) $\frac{2\sin 30^\circ}{2\sin 60^\circ - \tan 45^\circ} - \frac{3}{2}\cos 60^\circ$.

19. 如图所示, 在矩形 $ABCD$ 中, E 是 BC 边上的点, $AE = BC$, $DF \perp AE$, 垂足为 F , 连接 DE .

(1) 求证: $AB = DF$;

(2) 若 $AD = 10$, $AB = 6$, 求 $\tan \angle EDF$ 的值.



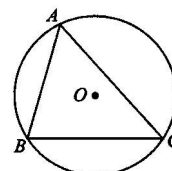


20. 如图所示, 已知 $\odot O$ 的半径为2, 弦BC的长为 $2\sqrt{3}$, 点A为弦BC所对优弧上任意一点(B、C两点除外).

(1) 求 $\angle BAC$ 的度数;

(2) 求 $\triangle ABC$ 面积的最大值.

(参考数据: $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$).





锐角三角函数基础训练

一、选择题

1. 【答案】C.

【解析】在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle BAC=90^\circ$, $\sin B = \frac{AC}{BC}$,

$\because AD \perp BC$,

$\therefore \sin B = \frac{AD}{AB}$,

$\sin B = \sin \angle DAC = \frac{DC}{AC}$,

综上, 只有 C 不正确

故选: C.

2. 【答案】D;

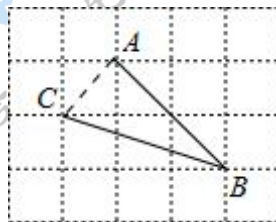
【解析】如图: 由勾股定理得,

$$AC=\sqrt{2}, AB=2\sqrt{2}, BC=\sqrt{10},$$

$\therefore \triangle ABC$ 为直角三角形,

$$\therefore \tan \angle B = \frac{AC}{AB} = \frac{1}{2},$$

故选: D.



3. 【答案】C;

【解析】由互余角的三角函数关系, $\cos \alpha = \sin(90^\circ - \alpha)$, $\therefore \sin 25^\circ = \sin(90^\circ - \alpha)$,

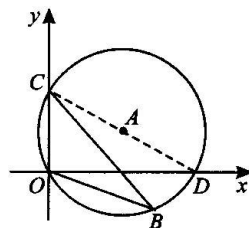
$$\text{即 } 90^\circ - \alpha = 25^\circ, \therefore \alpha = 65^\circ.$$

4. 【答案】C;

【解析】设 $\odot A$ 交 x 轴于另一点 D , 连接 CD , 根据已知可以得到 $OC=5$, $CD=10$,

$$\therefore OD = \sqrt{10^2 - 5^2} = 5\sqrt{3}, \therefore \angle OBC = \angle ODC,$$

$$\therefore \cos \angle OBC = \cos \angle ODC = \frac{OD}{CD} = \frac{5\sqrt{3}}{10} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$



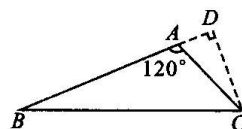
5. 【答案】D;

【解析】如图所示, 过点 C 作 $CD \perp AB$ 于 D , $\because \angle BAC=120^\circ$, $\therefore \angle CAD=60^\circ$,

$$\text{又 } \because AC=2, \therefore AD=1, CD=\sqrt{3},$$

$$\therefore BD=BA+AD=5, \text{ 在 } \text{Rt}\triangle BCD \text{ 中, } BC = \sqrt{BD^2 + CD^2} = \sqrt{28} = 2\sqrt{7},$$

$$\therefore \sin B = \frac{CD}{BC} = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{21}}{14}.$$



逐字研读题干 遇到困难回头看条件



6. 【答案】D;

【解析】根据锐角三角函数的定义，锐角三角函数值等于相应边的比，与边的长度无关，而只与边的比值或角的大小有关。

7. 【答案】C;

【解析】由 $\tan \angle BAC = \frac{BC}{AC} = \frac{\sqrt{3}}{3}$, $\therefore BC = \frac{\sqrt{3}}{3} AC = \frac{\sqrt{3}}{3} \times 30 = 10\sqrt{3}$

8. 【答案】A;

【解析】 $\because AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = 3$, $\therefore \sin \angle ACD = \sin \angle B = \frac{AC}{AB} = \frac{\sqrt{5}}{3}$

二、填空题

9. 【答案】 $\frac{9}{2}$.

【解析】过点 A 作 $AB \perp x$ 轴于 B,

$\because$ 点 A (3, t) 在第一象限,

$\therefore AB=t$, $OB=3$,

又 $\because \tan \alpha = \frac{AB}{OB} = \frac{t}{3} = \frac{3}{2}$,

$\therefore t = \frac{9}{2}$.

故答案为: $\frac{9}{2}$.

10. 【答案】(1) <; (2) <;

【解析】当 α 为锐角时，其余弦值随角度的增大而减小， $\therefore \cos 50^\circ < \cos 20^\circ$;

当 α 为锐角时，其正切值随角度的增大而增大， $\therefore \tan 18^\circ < \tan 21^\circ$.

11. 【答案】 105° ;

【解析】 $\because \left| \sin A - \frac{\sqrt{2}}{2} \right| + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \cos B \right)^2 = 0$,

$\therefore \sin A - \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$, $\frac{\sqrt{3}}{2} - \cos B = 0$

即 $\sin A = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos B = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

又 $\because \angle A$ 、 $\angle B$ 均为锐角， $\therefore \angle A = 45^\circ$, $\angle B = 30^\circ$,

在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$, $\therefore \angle C = 105^\circ$.

12. 【答案】 $\frac{\sqrt{5}}{5}$;



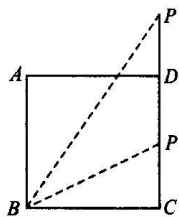
【解析】假设每一个小正方形的边长为 1，利用网格，从 C 点向 AB 所在直线作垂线 CH，垂足为 H，

$$\text{则 } \angle A \text{ 在直角 } \triangle ACH \text{ 中，利用勾股定理得 } AC = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}, \therefore \sin A = \frac{CH}{AC} = \frac{2}{2\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}.$$

13. 【答案】2 或 $\frac{2}{3}$

【解析】此题为无图题，应根据题意画出图形，如图所示，由于点 P 是直线 CD 上一点，所以点 P 既可以在边 CD 上，也可以在 CD 的延长线上，

$$\text{当 P 在边 CD 上时，} \tan \angle BPC = \frac{BC}{PC} = 2; \text{当 P 在 CD 延长线上时，} \tan \angle BPC = \frac{BC}{PC} = \frac{2}{3}.$$



14. 【答案】 $\frac{1}{3}$ 或 $\frac{\sqrt{2}}{4}$;

【解析】由 $x^2 - 4x + 3 = 0$ 得 $x_1 = 1, x_2 = 3$ ，①当 3 为直角边时，最小角 A 的正切值为 $\tan A = \frac{1}{3}$ ；②

当 3 为斜边时，另一直角边为 $\sqrt{3^2 - 1^2} = 2\sqrt{2}$ ， $\therefore$ 最小角 A 的正切值为 $\tan A = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$ 。

故应填 $\frac{1}{3}$ 或 $\frac{\sqrt{2}}{4}$ 。

15. 【答案】 $\frac{1}{3}$;

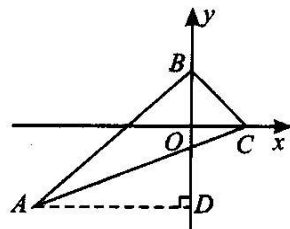
【解析】由 $\triangle ABC$ 的内心在 y 轴上可知 OB 是 $\angle ABC$ 的角平分线，则 $\angle OBA = 45^\circ$ ，

易求 AB 与 x 轴的交点为 $(-2, 0)$ ，所以直线 AB 的解析式为： $y = x + 2$ ，

$$\text{联立 } \begin{cases} y = x + 2 \\ y = \frac{1}{2}x - 1 \end{cases} \text{ 可求 A 点的坐标为 } (-6, -4),$$

$$\therefore AB = \sqrt{AD^2 + BD^2} = 6\sqrt{2}, \text{ 又 } OC = OB = 2,$$

$$\therefore BC = 2\sqrt{2}. \text{ 在 Rt } \triangle ABC \text{ 中, } \tan A = \frac{BC}{AB} = \frac{2\sqrt{2}}{6\sqrt{2}} = \frac{1}{3}.$$





16. 【答案】 $-\frac{1}{3} < m < \frac{1}{3}$;

【解析】 $\because 0 < \cos \alpha < 1$,

$$\therefore 0 < \frac{1-3m}{2} < 1,$$

$$\text{解得 } -\frac{1}{3} < m < \frac{1}{3}.$$

三、解答题

17. 【答案与解析】

过 D 作 $DE \parallel AC$, 交 BC 于点 E.

$\because AD=BD, \therefore CE=EB, \therefore AC=2DE$.

又 $\because DC \perp AC, DE \parallel AC$,

$\therefore DC \perp DE$, 即 $\angle CDE=90^\circ$.

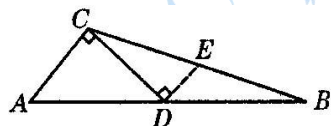
又 $\because \angle BCD=30^\circ, \therefore EC=2DE, DC=\sqrt{3} DE$.

设 $DE=k$, 则 $CD=\sqrt{3}k, AC=2k$.

在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中, $AD=\sqrt{AC^2+CD^2}=\sqrt{7}k$.

$$\therefore \sin \angle CDA = \frac{AC}{AD} = \frac{2k}{\sqrt{7}k} = \frac{2\sqrt{7}}{7}, \quad \cos \angle CDA = \frac{CD}{AD} = \frac{\sqrt{3}k}{\sqrt{7}k} = \frac{\sqrt{21}}{7}.$$

$$\tan \angle CDA = \frac{AC}{CD} = \frac{2k}{\sqrt{3}k} = \frac{2\sqrt{3}}{3}.$$



18. 【答案与解析】

$$\begin{aligned} \text{解: (1) 原式} &= 4 \times \frac{1}{2} - \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} + \sqrt{6} \times \sqrt{3} \\ &= 1 + 3\sqrt{2}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(2) 原式} &= \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} + 1 - 2 \times \frac{1}{2} \\ &= 1 + 1 - 1 \\ &= 1. \end{aligned}$$

$$\text{(3) 原式} = \frac{2 \times \frac{1}{2}}{2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} - 1} - \frac{3}{2} \times \frac{1}{2}$$



$$= \frac{\sqrt{3}+1}{2} - \frac{3}{4}$$

$$= \frac{2\sqrt{3}-1}{4}.$$

19. 【答案与解析】

(1) 证明: $\because$ 四边形 ABCD 是矩形,

$\therefore AD \parallel BC, AD=BC$

$\therefore \angle DAF = \angle AEB$

又 $\because AE=BC,$

$\therefore AE=AD$

又 $\because \angle B = \angle DFA = 90^\circ,$

$\therefore \triangle EAB \cong \triangle ADF.$

$\therefore AB=DF.$

(2) 解: 在 $\text{Rt}\triangle ABE$ 中, $BE = \sqrt{AE^2 - AB^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$

$\because \triangle EAB \cong \triangle ADF,$

$\therefore DF=AB=6, AF=EB=8,$

$\therefore EF=AE-AF=10-8=2.$

$$\therefore \tan \angle EDF = \frac{EF}{DF} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}.$$

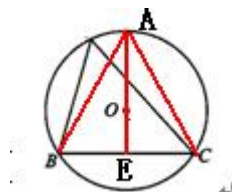
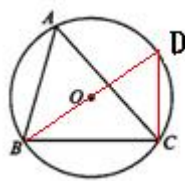
20. 【答案与解析】

(1) 连接 BO 并延长, 交 $\odot O$ 于点 D, 连接 CD.

$\because$ BD 是直径, $\therefore BD=4, \angle DCB=90^\circ.$

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle DBC \text{ 中, } \sin \angle BDC = \frac{BC}{BD} = \frac{2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$\therefore \angle BDC = 60^\circ, \therefore \angle BAC = \angle BDC = 60^\circ.$



(2) 因为 $\triangle ABC$ 的边 BC 的长不变, 所以当 BC 边上的高最大时, $\triangle ABC$ 的面积最大, 此时点 A 应落在优弧 BC 的中点处.

过 O 作 $OE \perp BC$ 于点 E, 延长 EO 交 $\odot O$ 于点 A, 则 A 为优弧 BC 的中点. 连结 AB, AC,

则 $AB=AC, \angle BAE = \frac{1}{2} \angle BAC = 30^\circ.$

在 $\text{Rt}\triangle ABE$ 中, $\because BE = \sqrt{3}, \angle BAE = 30^\circ,$

$$\therefore AE = \frac{BE}{\tan 30^\circ} = \frac{\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{3}} = 3,$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 3 = 3\sqrt{3}.$$

答: $\triangle ABC$ 面积的最大值是 $3\sqrt{3}.$

