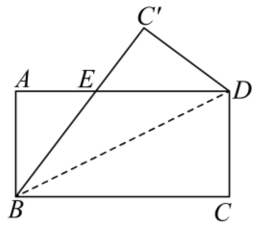
特殊平行四边形：例题精练

例题—矩形的折叠

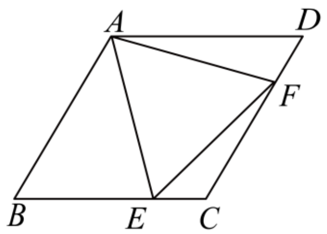
1. 如图，已知矩形 $ABCD$ 沿着直线 BD 折叠，使点 C 落在 C' 处，BC' 交 AD 于 E，$AD=8, AB=4$，则 DE 的长为（　　）



A．3　　B．4　　C．5　　D．6

例题—特殊角度的菱形

2. 如图，在菱形 $ABCD$ 中，$\angle BAD=120^\circ$，点 E, F 分别在边 BC, CD 上，$\angle EAF=60^\circ$.

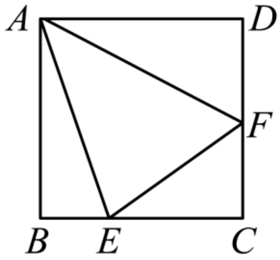


（1）求证：$CE=DF$；

（2）若 $AB=4$，求四边形 $AECF$ 的面积.

例题—半角模型

3. 如图，在正方形$ABCD$中，E，F分别是BC，CD边上的点，$\angle EAF=45^\circ$，若$BE=2$，$DF=3$，则AB的长为______.



参考答案

1.

【答案】C

【详解】设 $DE=x$，则 $AE=8-x$.

根据折叠的性质，得 $\angle EBD=\angle CBD$.

$\because AD \parallel BC$ ，

$\therefore \angle CBD=\angle ADB$ ，

$\therefore \angle EBD=\angle EDB$ ，

$\therefore BE=DE=x$.

在直角三角形 ABE 中，根据勾股定理，得

$x^2=(8-x)^2+16$ ，

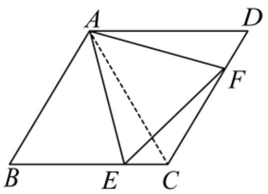
解得 $x=5$.

故选：C .

2.

【答案】（1）见详解；（2）$4\sqrt{3}$.

【详解】（1）解：如图①，连结 AC ，



$\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形，$\angle BAD=120°$ ，

$\therefore AD=CD, \angle BCD=\angle BAD=120°, \angle DAC=\frac{1}{2}\angle BAD=60°, \angle ACE=\frac{1}{2}\angle BCD=60°,$

$\therefore \triangle ADC$ 是等边三角形，

$\therefore AC=AD, \angle ACE=\angle D=60°$ ，

$\because \angle EAF=60°$ ，

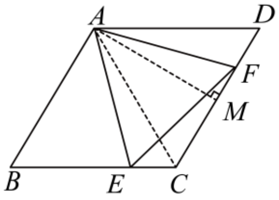
$\therefore \angle EAF-\angle CAF=\angle DAC-\angle CAF$ ，

即 $\angle CAE=\angle DAF$ ，

$\therefore \triangle CAE \cong \triangle DAF(\mathrm{ASA})$ ，

$\therefore CE = DF$；

（2）解：如图②，过 A 作 $AM \perp CD$ 于点 M，



②

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形，

$\therefore AD = CD = AB = 4$.

$\because \triangle ADC$ 是等边三角形，$AM \perp CD$，

$\therefore DM = \frac{1}{2}CD = 2$，

$\therefore AM = \sqrt{AD^2 - DM^2} = \sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3}$，

由（1）可知，$\triangle CAE \cong \triangle DAF$，

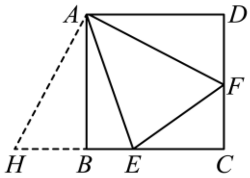
$\therefore S_{\triangle CAE} = S_{\triangle DAF}$，

$\therefore S_{\text{四边形}AECF} = S_{\triangle ADC} = \frac{1}{2}CD \cdot AM = \frac{1}{2} \times 4 \times 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$.

3.

【答案】6

【详解】证明：延长 EB 至 H，使 $BH = DF$，连接 AH，如图，



$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$\therefore \angle ADF = \angle ABH = \angle C = 90°$，$AD = AB = BC = CD$，

则在 $\triangle ADF$ 和 $\triangle ABH$ 中，

$\because AD = AB$，$\angle ADF = \angle ABH$，$DF = HB$，

$\therefore \triangle ADF \cong \triangle ABH$，

$\therefore \angle BAH = \angle DAF$，$AF = AH$，

$\therefore \angle FAH = 90°$，

$\because \angle EAF = 45^\circ$，

$\therefore \angle EAF = \angle EAH = 45^\circ$，

在$\triangle FAE$和$\triangle HAE$中，

$\because AF = AH$，$\angle FAE = \angle EAH$，$AE = AE$，

$\therefore \triangle FAE \cong \triangle HAE$，

$\therefore EF = HE = BE + HB$，

$\therefore EF = BE + DF$；

$\because BE = 2$，$DF = 3$，

$\therefore EF = 5$，

设$BC = CD = x$，则$CF = x - 3, EC = x - 2$，

$\therefore$在$\mathrm{Rt}\triangle ECF$中，由勾股定理得，$\left(x-2\right)^2 + \left(x-3\right)^2 = 5^2$，

解得：$x = 6$或$x = -1$（舍），

故答案为：6．